СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

P2 - 4348

М.Локайчек

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

РЕЗОНАНСЫ КАК НЕСТАБИЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ С БОЛЬШИМ ЧИСЛОМ ВНУТРЕННИХ СОСТОЯНИЙ

(феноменологическая теория)

1969

P2 - 4348

М.Локайчек

РЕЗОНАНСЫ КАК НЕСТАБИЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ С БОЛЬШИМ ЧИСЛОМ ВНУТРЕННИХ СОСТОЯНИЙ

(феноменологическая теория)

1. В в е д е н и е

Первую квантово-механическую теорию, применимую для описания нестабильных состояний, создали в 1930 году Вайскопф и Винер[1]; далее ее развил Гайтлер со своими сотрудниками[2]. Поскольку эта теория в принципе основана на теории возмущений, ее можно с успехом применить только в области электромагнитных и слабых распадов. Для короткоживущих резонансных состояний она неприменима. В этой области чаше всего исходят из работы Пайерлса[3], который показал, что нестабильная частица, возникающая в процессе столкновения, проявляется в S -матрице как полюс в нижней нефизической полуплоскости, причем положением полюса определены средняя масса и время жизни соответствующей нестабильной частицы. В 1958-63 г.г. целый ряд работ был посвящен последовательному описанию нестабильных частиц, основанному на этом факте (см., например[4-8]).

Новый вклад в эти исследования внесли работы[9,10], в которых впервые учитывалась возможность того, что в S -матрице могут быть тоже полюсы высшего порядка. Это предположение стало очень заманчивым, когда оказалось, что распределение энергии, например, у мезона A_2 [11] и, вероятно, также у других резонансов может иметь такой характер и, далее, когда из работ[12] и[13] последовал вывод, что порядок полюса отвечает, видимо, числу новых внутренних степеней свободы данной нестабильной частицы.

В данной работе мы воспользуемся формализмом, развитым в[14] для описания нестабильной частицы с двумя внутренними состояниями. Обобщим этот метод на произвольное конечное число N этих внутренних состояний.

2. Основные уравнения

Пусть наша нестабильная система обладает N состояниями $|s^{a}>$ и состояние продуктов распада описано вектором $|\phi(\lambda)>$, где λ представляет все степени свободы. Тогда поведение нестабильной системы можно для $t \geqq 0$ описать системой уравнений

$$e^{-iHt}|s^{a}> = \sum_{\beta=1}^{N} a_{a\beta}(t)|s^{\beta}> + \sum_{\lambda} b_{a}(t,\lambda)|\phi(\lambda)> \;; \tag{1}$$

поведение продуктов распада для $t \geqq 0$ описывается уравнением

$$e^{-iHt}|\phi(\lambda)> = d(t,\lambda)|\phi(\lambda)>. \tag{2}$$

Здесь H – феноменологический гамильтониан целой системы; необходимо предположить, что этот гамильтониан неэрмитовский, но может быть симметричным /13/.

Уравнение (1) содержит предположение, что продукты распада возникают в виде расходящейся волны; уравнение (2) означает, что, как только возникли продукты распада, они уже не могут снова создать нестабильную систему (см. /13/).

Пусть выполнены еще обыкновенные условия нормировки и ортогональности

$$<s^{a}|s^{\beta}> = \delta_{a\beta}, \tag{3а}$$

$$<s^{a}|\phi(\lambda)> = 0, \tag{3б}$$

$$<\phi(\lambda)|\phi(\lambda')> = \delta_{\lambda\lambda'} \tag{3в}$$

и начальные условия

$$a_{\alpha\beta}(0) = \delta_{\alpha\beta} \quad , \tag{4a}$$

$$b_{\alpha}(0,\lambda) = 0, \tag{4б}$$

$$d(0,\lambda) = 1. \tag{4в}$$

3. *Вероятностные амплитуды*

Из уравнения (2) легко вывести , что для амплитуды $d(t,\lambda)$

$$d = e^{-i\xi t} \tag{5}$$

Здесь параметр ξ удовлетворяет уравнению

$$H\,|\,\phi(\lambda)\rangle = \xi\,|\,\phi(\lambda)\rangle \tag{6}$$

и, следовательно, параметр λ можно заменить парой (ξ,Λ), где Λ –всевозможные состояния, которые принадлежат той же самой величине ξ.

Введем квадратную матрицу $\mathcal{A}(t)$, элементы которой создаются амплитудами вероятности $a_{\alpha\beta}(t)$, и столбцовую матрицу $\mathcal{B}(t,\lambda)$, образованную элементами $b_{\alpha}(t,\lambda)$. Если ввести еще матрицу

$$\mathcal{C}(t,\xi) = \sum_{\Lambda} \mathcal{B}(t,\lambda), \tag{7}$$

то можно убедиться (см.[14]), что матрицы $\mathcal{A}(t)$ и $\mathcal{C}(t,\xi)$ удовлетворяют согласно (1)-(6) уравнениям

$$\mathcal{A}(t+t') = \mathcal{A}(t)\,\mathcal{A}(t'), \tag{8}$$

$$\mathcal{C}(t+t', \xi) = \mathcal{A}(t)\,\mathcal{C}(t', \xi) + e^{-i\xi t'}\,\mathcal{C}(t, \xi). \tag{9}$$

Из уравнения (8) сразу видно, что матрицу $\mathcal{A}(t)$ можно выразить в виде

$$\mathcal{A}(t) = e^{\mathcal{R}t}, \tag{10}$$

где квадратная матрица $\mathcal{R}$ уже не является функцией времени t. Если матрица $\mathcal{R}$ будет полностью диагонализируемой, то или все состояния будут независимы, или мы получим известное смешивание нескольких состояний. Но нас теперь интересует такой случай, когда матрица $\mathcal{R}$ не является полностью диагонализируемой; такую матрицу можно перевести только в квазидиагональную форму, где уже недиагонализируемые блоки выражаются в форме

$$\mathcal{R}' = -i\mu I + \mathcal{F}, \tag{11а}$$

где матрица $\mathcal{F}$ удовлетворяет условиям

$$\mathcal{F}^{N'-1} \neq 0, \qquad \mathcal{F}^{N'} = 0; \tag{11б}$$

I – единичная матрица и μ – произвольный комплексный параметр (коэффициент $-i$ введен только ради удобства); N' – порядок данного блока. В дальнейшем мы будем разбирать только свойства таких уже неприводимых недиагональных блоков и поэтому положим

$$N' = N, \quad \mathcal{R}' = \mathcal{R}. \tag{11в}$$

Уравнение (10) можно потом заменить уравнением

$$\mathcal{A}(t) = e^{-i\mu t} \sum_{p=1}^{N} \frac{\mathcal{F}^{p} t^{p}}{p\,!} , \tag{12}$$

где матрица $\mathcal{F}$ – пока произвольная матрица с постоянными комплексными элементами, ограниченная только условием (11б).

Подобным образом можно показать, что уравнение (9) будет выполнено, если ввести

$$\mathcal{C}(t, \xi) = [\mathcal{A}(t) - e^{-i\xi t}]\,\mathcal{L}(\xi), \tag{13}$$

где $\mathcal{L}(\xi)$ – одностолбцовая матрица с N строками, элементы $\ell_{a}(\xi)$ которой пока произвольные комплексные функции параметра ξ.

Так как величины $c_{a}(t, \xi)$ (т.е. элементы матрицы $\mathcal{C}_{a}(t, \xi)$) имеют значение вероятностных амплитуд, они должны удовлетворять условию

$$|c_{a}(t, \xi)|^{2} \leq 1. \tag{14}$$

Кроме того, из уравнений (12) и (13) вытекает

$$\lim_{t\to\infty} \mathcal{C}(t, \xi) = \mathcal{L}(\xi) \tag{15}$$

и мы можем сделать вывод, что элементы матрицы $\mathcal{L}(\xi)$ должны удовлетворять условию

$$\int_{\xi} |\ell_{a}(\xi)|^{2} d\xi = 1 . \tag{16}$$

Введем, далее, столбцовую матрицу $\mathfrak{D}(\xi)$, элементы которой

$$d_a(\xi) = |\ell_a(\xi)|^2 \tag{17}$$

представляют распределение энергии для отдельных внутренних состояний нестабильной частицы.

Если ввести еще

$$\mu = M - i\frac{\Gamma}{2}, \tag{18}$$

где M и Γ – действительные величины, и если исключить тривиальный случай

$$\Gamma = 0, \tag{19}$$

из условия (14) можно вывести

$$\Gamma > 0, \quad \mathrm{Im}\,\xi = 0. \tag{20}$$

4. Матричные элементы общего гамильтониана

Введем теперь столбцовую матрицу $\mathcal{Y}(\xi)$, элементы которой определены уравнением

$$g_a(\xi) = \sum_{\Lambda} <\phi(\lambda)\,|\,H\,|\,s^a>. \tag{21}$$

Подобно тому, как это было сделано в работе [14], мы придем к уравнению

$$\mathcal{A}(t)\,\mathcal{Y}(\xi) + \xi\,\mathcal{C}(t,\xi) = i\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathcal{C}(t,\xi), \tag{22}$$

которое с помощью выражений (13) и (12) можно переписать как

$$\mathcal{A}(t)\,\mathcal{Y}(\xi) = (\mu - \xi + i\mathcal{F})\,\mathcal{A}(t)\,\mathcal{L}(\xi), \tag{23}$$

что после умножения на матрицу

$$\mathcal{A}^{-1}(t) = \mathcal{A}(-t) \tag{24}$$

дает

$$\mathcal{Y}(\xi) = [(\mu - \xi)\,I + i\,\mathcal{F}]\,\mathcal{L}(\xi). \tag{25}$$

На основе (25) потом можно написать:

$$\mathcal{L}(\xi) = \mathcal{Z}(\xi)\,\mathcal{Y}(\xi), \tag{26}$$

где матрица $\mathcal{Z}(\xi)$ определена условием

$$\mathcal{Z}(\xi)\,[(\mu - \xi)\,I + i\,\mathcal{F}] = I; \tag{27}$$

из уравнения (27) вытекает, что матрицу $\mathfrak{Z}(\xi)$ можно выразить в форме

$$\mathfrak{Z}(\xi) = \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{(\mu-\xi)^j} \mathfrak{N}_j ,$$

где

$$\mathfrak{N}_j = (-i\,\mathfrak{F})^{j-1} .$$

Следовательно, выражение (26) можно переписать в форме

$$\mathfrak{L}(\xi) = \left[\sum_{j=1}^{N} \frac{1}{(\mu-\xi)^j} (-i\mathfrak{F})^{j-1} \right] \mathfrak{Y}(\xi), \tag{28}$$

вследствие чего мы пока произвольную матрицу $\mathfrak{L}(\xi)$ выразили с помощью остальных величин. В случае, когда будет известна зависимость матрицы $\mathfrak{Y}(\xi)$ от величины ξ, мы получим из уравнения (16) $N/2$ дальнейших условий для элементов матрицы $\mathfrak{F}$ и комплексного параметра μ.

Введем еще квадратную матрицу $\mathfrak{G}$, которая дана матричными элементами

$$G_{\alpha\beta} = \langle s^{\beta} | H | s^{\alpha} \rangle . \tag{29}$$

Тем же способом, что и в работе /14/, мы придем к уравнению

$$\mathfrak{A}(t)\,\mathfrak{G} = i \frac{\partial}{\partial t} \mathfrak{A}(t) \tag{30}$$

и, следовательно, к уравнению

$$\mathfrak{G} = \mu + i\,\mathfrak{F} . \tag{31}$$

5. *Распределение энергии и соотношение каналов распада*

В работе/14/, где рассматривался только случай с двумя внутренними состояниями, было показано, что из условия действительности всех параметров взаимодействия вытекает, что оба внутренних состояния не могут распадаться одинаковым образом. Обобщим этот вывод и предположим, что и в общем случае каждое внутреннее состояние отвечает другой моде распада.

Введем теперь еще квадратную матрицу $\bar{\mathfrak{D}}(\xi)$, элементы $\bar{d}_{\alpha\beta}(\xi)$ которой представляют распределение энергии продуктов распада в канале β, когда нестабильная система возникает в состоянии α, далее введем квадратную матрицу

$$\mathcal{P}(\xi) = \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{(\mu - \xi)^j} (-i\mathcal{F})^{j-1} . \tag{32}$$

Видно, что выполняется соотношение

$$\bar{d}_{\alpha\beta}(\xi) = |P_{\alpha\beta}(\xi)|^2 \, |g_\beta(\xi)|^2 , \tag{33}$$

в то время как для суммарного распределения энергии в состоянии α необходимо писать

$$d_\alpha(\xi) = \Big| \sum_\beta P_{\alpha\beta}(\xi)\, g_\beta(\xi) \Big|^2 , \tag{34}$$

где функция $d_\alpha(\xi)$ ограничена условием

$$\int d_\alpha(\xi)\, d\xi = 1 . \tag{35}$$

(см. уравнения (17) и (16)).

Если ввести еще величины, определяющие соотношение отдельных каналов

$$f_{\alpha\beta} = \int \bar{d}_{\alpha\beta}(\xi)\, d\xi , \tag{36}$$

необходимо, чтобы выполнялось еще условие

$$\sum_{\beta} f_{\alpha\beta} = 1 . \tag{37}$$

Уравнения (35) и (37) представляют N дальнейших условий, налагаемых на комплексные элементы матрицы $\mathcal{F}$ (т.е. $(N/2)$, поскольку величины $d_\alpha(\xi)$ и $\bar{d}_{\alpha\beta}(\xi)$ всегда действительные).

Из уравнений (33), (34) и (36) вытекает, что существует тесная связь между соотношением отдельных мод распада и распределением энергии в отдельных состояниях нестабильной частицы и в отдельных каналах распада. Или, другими словами, если мы измерим достаточно точно распределение энергии в одном отдельном канале, мы можем найти все свободные параметры и, следовательно, определить распределение энергии во всех остальных каналах и соотношение всех каналов распада.

6. Заключение

В предлагаемой работе мы исходили из предположения, что нестабильная частица является системой с большим числом внутренних состояний, существующие квантовые числа которых вполне идентичны. Следовательно, эти состояния могут переходить непосредственно одно в другое. Формулы, выведенные в 5-ой главе, показывают, что существует тесная связь как между распределением энергии в отдельных каналах распада, так и между этим распределением и соотношением этих каналов.

На основе качественной оценки не трудно прийти к выводу, что предположение существования большего числа внутренних состояний у нестабильной частицы может стать объединяющим принципом, позволяющим объяснить нынешние неясности, касающиеся распределения энергии у некоторых резонансов (например, A 2 , $\Xi^*(1830)$ и т.п.). Чтобы сделать окончательную оценку, необходимо провести ряд длительных расчётов и также получить еще более точные экспериментальные данные.

Но независимо от этого предлагаемая работа представляет собой, по нашему мнению, новый подход к решению проблемы нестабильных состояний в рамках квантовой теории, который может внести вклад в дальнейшее развитие теории элементарных частиц и их взаимодействия при высоких энергиях.

Эта работа является частью более широкой программы, над которой работает автор вместе с профессором В.Вотрубой (физико-математический факультет Карлова университета в Праге).

Литература

1. V.Weiskopf, E.Wigner. Zs. f. Phys., 63(1930), 54; 65, 18 (1930).
2. W.Heitler. Quantum Theory of Radiation, 1954.
3. R.E.Perierls. Proceedings of the 1954 Glasgow Conf. on Nucl. and Meson Physics, Pergamon Press, 1955, 296-9.
4. P.T.Mathews, A.Salam. Phys. Rev., 112, 283-7 (1958); 115, 1079 (1959).
5. M.Lévy. Nuovo Cimento, 13,115-43(1959); 14, 612-24 (1959).
6. R.Jacob, R.G.Sachs. Phys. Rev., 121., 350-6 (1961).
7. J.Schwinger. Annals of Phys., 9, 169-93 (1960).
8. J.McEvan. Phys. Rev., 132, 2353-62 (1963).
9. M.L.Goldbergerm, K.M.Watson. Phys. Rev., 136, B 1472-80 (1964).
10. J.S.Bell, C.J.Goebel. Phys. Rev., 138, B 1198-201 (1965).
11. G.Chikovani et al. Phys. Lett., 25B, 44-7 (1967).
12. J.Jersak. Preprint, E2-3470, Dubna, 1967.
13. M.Lokajicek. Czech. J. Phys., B19, 253 (1969). (Preprint, E2-4093, Dubna, 1968).
14. M. Lokajicek. Czech. J. Phys., B19, 277 (1969).

Рукопись поступила в издательский отдел

6 марта 1969 года.