

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна.



P2 - 4306

Б.С.Сычев

ПОЛУЭМПИРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ
ДЛЯ ДВОЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ
ОБРАЗОВАНИЯ ВТОРИЧНЫХ НУКЛОНОВ
ПРИ БОМБАРДИРОВКЕ ЯДЕР НУКЛОНАМИ
С ЭНЕРГИЕЙ НЕСКОЛЬКО СОТЕН МЭВ

P2 - 4306

Б.С.Сычев

**ПОЛУЭМПИРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ
ДЛЯ ДВОЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ
ОБРАЗОВАНИЯ ВТОРИЧНЫХ НУКЛОНОВ
ПРИ БОМБАРДИРОВКЕ ЯДЕР НУКЛОНЫМИ
С ЭНЕРГИЕЙ НЕСКОЛЬКО СОТЕН МЭВ**

**Научно-техническая
библиотека
ОИЯИ**

1. Введение.

Решение ряда задач в области физики защиты от излучений высокой энергии требует наличия в качестве исходной информации двойных дифференциальных сечений образования вторичных нуклонов при бомбардировке ядер нуклонами с энергией несколько сотен Мэв.

Выделение такого диапазона энергий диктуется рядом проблем в физике защиты ускорителей, а также проблемой защиты обитаемых космических лабораторий.

При проведении расчетов очень удобно иметь для двойных дифференциальных сечений аналитические выражения и притом в достаточно простой форме.

В настоящей работе делается попытка решения такой задачи.

Из данных по расчету ядерного каскада методом Монте-Карло известно, что вид спектра вторичных нуклонов, особенно в его низкоэнергетической части, слабо зависит от энергии первичных нуклонов в рассматриваемом диапазоне ^{1,2/}. С другой стороны, экспериментальные данные по рассеянию нуклонов высокой энергии на ядрах указывают на наличие в спектрах вторичных нуклонов под разными углами рассеяния пиков ^{3,4,5,6/}, которые можно интерпретировать на основе модели квазиупругого рассеяния первичных нуклонов на нуклонах ядра.

Приведенные выше замечания положим в основу получения искомых формул для двойных дифференциальных сечений. Спектр вторичных нуклонов разбиваем на две части: каскадную и квазиупругую ^{7,8/}.

2. Каскадные нуклоны

Рассмотрим сначала каскадную часть. Спектр каскадных нуклонов $(d\sigma_{ij}/dE)_0$ записываем в следующем виде [8]:

$$\left(\frac{d\sigma_{ij}}{dE}\right)_0 = \sigma_{in}^{(i)}(E', A) C_{ij}(E', A) \kappa_{ij}(E, A), \quad (1)$$

где $\sigma_{in}^{(i)}(E', A)$ - сечение неупругого взаимодействия нуклонов сорта i , имеющих энергию E' , с ядром, атомный вес которого - A ; $C_{ij}(E', A)$ - нормировочный множитель; $\kappa_{ij}(E, A)$ - функция спектрального распределения каскадных нуклонов сорта j . В дальнейшем символ A опускаем, предполагая, что все параметры зависят от атомного веса ядра.

В работе [8] показывается, что функция $C_{ij}(E', A) \kappa_{ij}(E, A)$ имеет следующий вид:

$$C_{ij}(E') \kappa_{ij}(E) = n_{ij}(E') [1 - \chi_{ij}(E')] \chi_{ij}(E) \frac{E'}{E^2} \times \\ \times \frac{[1 + E \frac{d}{dE} \ln \chi_{ij}(E)]}{[1 - \chi_{ij}(E)]^2} \exp \left[- \int_E^{E'} \frac{dE}{E [1 - \chi_{ij}(E)]} \right], \quad (2)$$

где

$$\chi_{ij}(E) = \frac{\epsilon_{ij}(E)}{n_{ij}(E) E}, \quad (3)$$

$n_{ij}(E)$ - число каскадных нуклонов сорта j , вылетающих из ядра, которое бомбардируется нуклонами сорта i , имеющими энергию E ; $\epsilon_{ij}(E)$ - энергия, уносимая каскадными нуклонами сорта j при бомбардировке ядра нуклонами сорта i , имеющими энергию E . Представление дифференциального сечения $(d\sigma_{ij}/dE)_0$ в виде (1) вполне соответствует данным расчета ядерного каскада, проведенного методом Монте-Карло [1].

Двойное дифференциальное сечение для каскадных нуклонов построим следующим образом:

$$\left(\frac{d^2\sigma_{ij}}{dE d\Omega}\right)_0 = \left(\frac{d\sigma_{ij}}{dE}\right)_0 k(E, E') e^{-\frac{\theta}{\theta_0} \left(\frac{E}{E'}\right)^\gamma} \quad (4)$$

с нормировкой

$$\int_0^\pi 2\pi k(E, E') e^{-\frac{\theta}{\theta_0} \left(\frac{E}{E'}\right)^\gamma} \sin\theta d\theta = 1. \quad (4a)$$

Параметры θ_0 и γ можно, вообще говоря, считать зависящими от энергии E' . Выбор угловой зависимости в виде $\exp[-\frac{\theta}{\theta_0} (\frac{E}{E'})^\gamma]$ произведен в связи с тем, что характер углового распределения каскадных нуклонов приближенно можно описать экспоненциальной функцией [1,2,9]. Решая (4a), находим:

$$\left(\frac{d^2\sigma_{ij}}{dE d\Omega}\right)_0 = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{d\sigma_{ij}}{dE}\right)_0 \frac{[1 + \frac{1}{\theta_0^2} \left(\frac{E}{E'}\right)^{2\gamma}] e^{-\frac{\theta}{\theta_0} \left(\frac{E}{E'}\right)^\gamma}}{[1 + e^{-\frac{\theta}{\theta_0} \left(\frac{E}{E'}\right)^\gamma}]}. \quad (5)$$

Интегрируя (5) по энергии, получаем угловое распределение каскадных нуклонов, имеющих энергию выше E_1 :

$$\left(\frac{d\sigma_{ij}}{d\Omega}\right)_0 = \int_{E_1}^{E'} \left(\frac{d^2\sigma_{ij}}{dE d\Omega}\right)_0 dE. \quad (6)$$

Путем сравнения с имеющимися экспериментальными и расчетными данными по угловому распределению каскадных нуклонов можно подобрать параметры θ_0 и γ .

3. Нуклоны квазиупругого рассеяния

Исходя из экспериментальных данных по рассеянию нуклонов на ядрах, спектральное распределение нуклонов квазиупругого рассеяния под заданным углом представляем в гауссовой форме (см., например, [3,4,6]). Само двойное дифференциальное сечение испускания вторичных нуклонов квазиупругого рассеяния записываем в следующем виде:

$$\left(\frac{d^2\sigma_{ij}}{dE d\Omega}\right)_{qe} = \sigma_{in}^{(i)}(E') \eta_i(E') f_{ij}^{(e)}(\theta, E') \frac{\exp\left\{-\frac{[E - E_2(\theta, E')]^2}{\Delta^2(\theta, E')}\right\}}{\Delta(\theta, E') \sqrt{\pi}}, \quad (7)$$

где $\eta_i(E')$ - вероятность квазиупругого рассеяния на нуклонах ядра нуклона сорта i , имеющего энергию E' ; $f_{ij}^{(e)}(\theta, E')$ - функция углового распределения нуклонов сорта j при угловом рассеянии нуклона сорта i , имеющего энергию E' , на системе нуклонов ядра, как на свободных частицах;

$$\int_{(4\pi)} f_{ij}^{(e)}(\theta, E') d\Omega = \nu_{ij}(E'); \quad (8)$$

$\nu_{ij}(E')$ - доля в числе нуклонов квазиупругого рассеяния нуклонов сорта j при бомбардировке ядра нуклонами сорта i , имеющими энергию E' ; $E_2(\theta, E')$ - энергия нуклона, вылетающего под углом θ относительно направления движения первичного нуклона, имеющего энергию E' , при свободном нуклон-нуклонном рассеянии; $\Delta(\theta, E')$ - параметр, характеризующий "ширину" спектра нуклонов квазиупругого рассеяния для заданного угла θ .

Итак, для двойного дифференциального сечения записываем следующее выражение:

$$\left(\frac{d^2 \sigma_{ij}}{dE d\Omega} \right) = \left(\frac{d^2 \sigma_{ij}}{dE d\Omega} \right)_e + \left(\frac{d^2 \sigma_{ij}}{dE d\Omega} \right)_{qe} \quad (9)$$

4. Вычисление параметров

В качестве исходной информации используются экспериментальные и расчетные данные, описывающие энергетические и угловые распределения вторичных нуклонов.

На рис. 1 представлены функции $X(E)$; $C(E)$; $E_k(E)$; $n(E)$ для вторичных протонов, вылетающих из ядра меди, бомбардируемого протонами. Указанные функции получены на основании интерполяционных данных /10/, описывающих результаты расчета внутриядерного каскада, выполненного методом случайных испытаний /11/. Из числа вторичных протонов, приведенных в /10/, вычитались протоны квазиупругого рассеяния, число которых рассчитывалось согласно работе /7/.

Параметр $\Delta(\theta, E')$, характеризующий "ширину" энергетического распределения нуклонов квазиупругого рассеяния, определялся исходя из экспериментальных данных /3,4,6/. На основании этих данных можно заключить, что параметр $\Delta(\theta, E')$ можно представить в следующей форме:

$$\Delta(\theta, E') \approx 7,2 \left(1 + \frac{E'}{200} \right) \left(1 + \frac{\theta}{10} \right), \quad (10)$$

где энергия E' выражена в мегаэлектронвольтах, а угол θ - в градусах.

Остальные параметры, описывающие квазиупругое рассеяние, определяем согласно работе /7/. Для квазиупругого рассеяния протонов на нуклонах ядер (считаем, что $Z \approx A/2$), в частности, получаем

$$\nu_{11}(E) = 0,71 \pm 0,03, \quad (11)$$

$$150 < E < 1000 \text{ МэВ},$$

$$\eta_1(E) = \eta(A) \xi(E), \quad (12)$$

где $\eta(A)$ - коэффициент квазиупругого рассеяния протонов с энергией 657 МэВ /3,7/; функция $\xi(E)$ приведена на рис. 2 /7/;

$$E_2(\theta, E') \approx E' (\cos \theta)^{1/\lambda}; \quad (13)$$

$$\frac{1}{\lambda} = 2 + \frac{E'}{m c^2}, \quad (14)$$

где $m c^2$ - энергия покоя протона;

$$f_{11}^{(e)}(\theta, E) \approx \nu_{11}(E) [\zeta(E) + 1] (\cos \theta)^{\frac{\zeta(E)}{2\pi}}; \quad (15)$$

функция $\zeta(E)$ дана на рис. 3 /7/.

5. Примеры расчетов

На рис. 4-7 показаны экспериментальные данные по рассеянию протонов с энергией 657 Мэв на ядре меди /3/ и расчетные кривые, полученные согласно приводимым выше формулам. При построении спектров каскадных протонов согласно (5) параметр γ принимался равным единице, а параметр θ_0 был найден путем подбора: $\theta_0 = 0,15$ рад. Из условия наилучшего согласия экспериментальных и расчетных данных по угловому распределению (6) протонов с энергией $E > E_1 = 60$ Мэв использовался множитель $S(E, A)$, увеличенный в 1,5 раза по сравнению с тем, что указан на рис. 1. Сечение неупругого взаимодействия протонов с ядром меди принималось равным $\sigma_{in} = 740$ мбарн /14/. На рис. 8 приведено угловое распределение протонов с энергией более 60 Мэв, которые вылетают из ядер меди, бомбардируемых протонами с энергией 657 Мэв. На этом же рисунке показаны результаты пересчета данных /16/ применительно к рассматриваемым условиям. В работе /16/ получены данные по угловому распределению нуклонов, вылетающих из ядра алюминия. При пересчете полагалось, что

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Cu}^{(p)} \approx \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Al}^{(N)} \cdot 0,75 \frac{\sigma_{Cu}}{\sigma_{Al}},$$

где $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Cu}^{(p)}$ - дифференциальное сечение вылета вторичного протона из ядра меди, $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Al}^{(N)}$ - дифференциальное сечение вылета вторичного нуклона из ядра алюминия, 0,75 - доля протонов в числе вторичных нуклонов, σ_{Cu} и σ_{Al} - сечение неупругого взаимодействия первичных протонов с ядрами Cu и Al, соответственно. Значительное отличие экспериментальных /3/ и расчетных результатов для угла рассеяния $\theta = 0,7$ рад (40°) и объясняется тем, что при углах рассеяния $\theta > 30^\circ$ выражение (13) существенно занижает выход нуклонов квазиупругого рассеяния. Использование более точного выражения для $f_{11}^{(e)}(\theta, E')$, например, согласно /7/, дает совпадение расчетных и экспериментальных данных по угловому распределению протонов в пределах $\pm 10\%$ для всех экспериментальных точек в интервале углов $7^\circ \leq \theta \leq 40^\circ$.

Увеличение сечения $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)$ в области углов $\theta > 2,4$ рад, полученное в экспериментах /16/, не учитывается предлагаемыми формулами и требует дополнительного теоретического рассмотрения.

Расчетная кривая углового распределения протонов на рис. 9 сравнивается с данными, полученными методом случайных испытаний, для ядра алюминия и начальных энергий протонов 460 и 1840 Мэв /1/. Точки на рис. 9 характеризуют угловое распределение вторичных протонов, имеющих энергию более 90 Мэв. Угловые распределения на рис. 9 нормированы на единицу. Сравнение угловых распределений для ядер с различным атомным весом можно проводить в силу того обстоятельства, что энергетический спектр вторичных нуклонов слабо зависит от атомного веса (см., например, рис. 13).

На рис. 10-12, заимствованных из /12/, приводится сравнение спектров вторичных протонов, вылетающих под разными углами из ядер никеля и кобальта, которые бомбардируются протонами с начальной энергией 160 Мэв. На этих же рисунках даны расчетные кривые, полученные аналогично тому, как были получены кривые на рис. 4-7. Путем подбора был найден параметр $\theta_0 = 0,2$ рад при условии, что $\gamma = 1$, $\sigma_{in} = 680$ мбарн. Подробное обсуждение данных, представленных на рис. 10-12 (конечно, кроме наших кривых), проводится в работе /12/. Сильное различие между экспериментальными результатами для ядер с атомным весом, отличающимся на единицу, возможно, говорит о невысокой относительной достоверности этих результатов. Не вдаваясь в подробный анализ данных рис. 10-12, отметим, что наши кривые находятся в определенном соответствии с другими расчетными и экспериментальными данными.

На рис. 13 приводится сравнение энергетических спектров вторичных протонов, вылетающих из различных ядер при бомбардировке их протонами с энергией 460 Мэв. Кривая 2 на рис. 13 заимствована из нашей работы /8/, в которой использовались функции $\chi(E)$; $S(E)$; $\kappa(E)$ и $\rho(E)$, несколько отличные от тех, что представлены на рис. 1. Кроме того, в /8/ при построении спектра протонов квазиупругого рассеяния (см., например, рис. 4-7) сечение квазиупругого рассеяния представлялось в виде дельта-функции

$$\left(\frac{d^2 \sigma_{11}}{dE d\Omega}\right)_{q_0} = \sigma_{in}^{(i)}(E) \eta_1(E) f_{II}^{(e)}(\theta, E') \delta[E - E_2(\theta, E')].$$

6. Заключение

Из рассмотрения данных, представленных на рис. 4-13, можно сделать вывод, что спектрально-угловое распределение вторичных нуклонов вполне удовлетворительно описывается с помощью приведенных в настоящей работе формул.

Некоторые несоответствия расчетных и экспериментальных данных можно объяснить, с одной стороны, относительной простотой выбранной формы для двойных дифференциальных сечений, а с другой стороны - недостаточной степенью достоверности данных относительно множественности $n(E)$, а следовательно, и функций $\chi(E)$, $S(E)$ и $\kappa(E)$. На очень ограниченном экспериментальном материале построена функция $\xi(E)$. Некоторая погрешность обусловлена также упрощениями в отношении функций $f_{II}^{(e)}(\theta, E')$ и $E_2(\theta, E')$.

В заключение отметим, что параметры, использованные при численных расчетах, получены путем подбора. При необходимости можно более строго подойти к определению параметров, например, методом наименьших квадратов.

Автор выражает благодарность М.М. Комочкову и В.Н. Покровскому за советы и замечания.

Л и т е р а т у р а

1. N.Metropolis et al. *Phys. Rev.*, 110, 185 (1958); *Phys. Rev.*, 110, 204 (1958).
2. Ф.Л. Денисов и др. *Ядерная физика*, 1, 329 (1965).
3. Л.С. Ажгирей и др. *Препринт ОИЯИ, Р-270, Дубна, 1959.*

4. J.B.Cladis et al. *Phys. Rev.*, 87, 425 (1952).
5. В.С. Киселев и др. *ЖЭТФ*, 35, 812 (1958).
6. Cassels et al. *Phil. Mag.*, 42, 215 (1951).
7. М.М. Комочков, Б.С. Сычев. *Препринт ОИЯИ, Р2-3315, Дубна, 1967.*
8. Б.С. Сычев. *Препринт ОИЯИ, Р16-3393, Дубна, 1967.*
9. В.И. Кочкин и др. *Препринт ОИЯИ, Р-1713, Дубна, 1964.*
10. R.G.Alsmiller Jr. et al. *DRNL-4046 (1967).*
11. H.W.Bertini. *ORNL-TM-1225 (1965).*
12. H.W.Bertini. *Phys. Rev.*, 162, 976 (1967).
13. R.W. Peele et al. *ORNL-3887, 1966 (unpublished).*
14. В.И. Москалев, Б.В. Гавриловский. *ДАН*, 110, 972 (1958).
15. N.S.Wall and P.G.Roos. *Phys. Rev.*, 150, 811 (1966).
16. В.А. Коньшин и др. *ЯФ*, 4, 337 (1966).

Рукопись поступила в издательский отдел

5 февраля 1969 года.

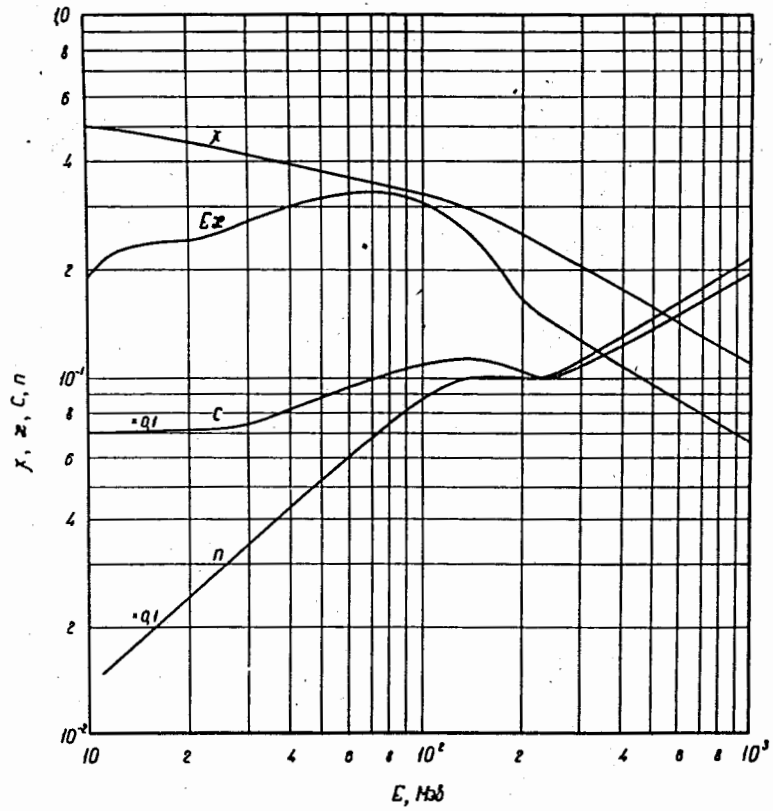


Рис. 1. Функции, необходимые для вычисления спектра каскадных протонов.

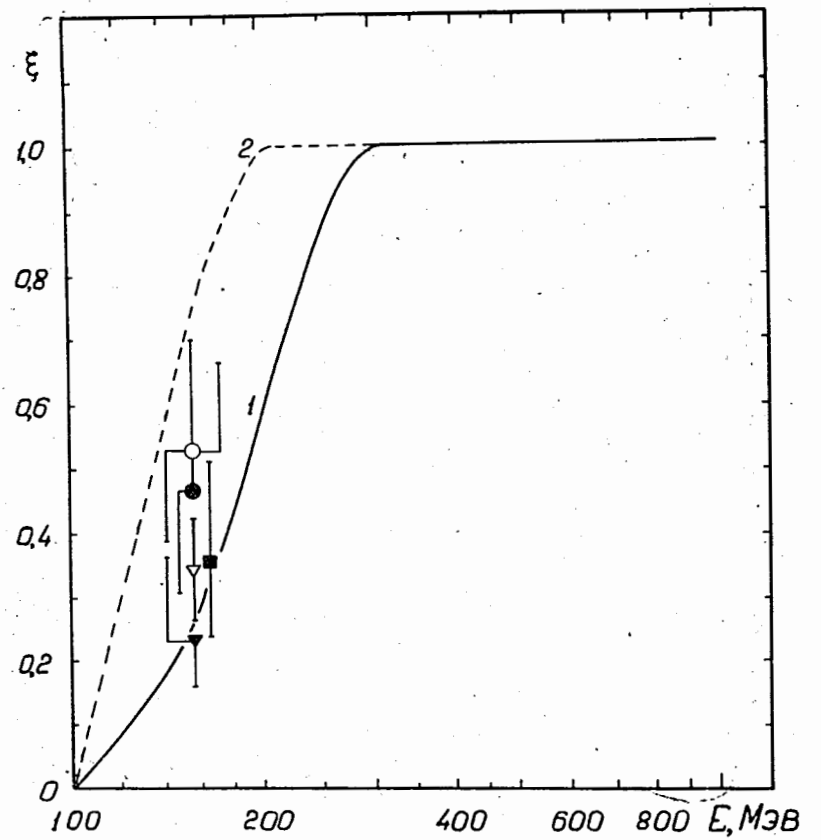


Рис.2. Функция $\xi(E)$ [7]. 1 и 2 - предполагаемые зависимости (1 - использована при вычислениях в данной работе). Ссылки на экспериментальные точки приведены в [7].

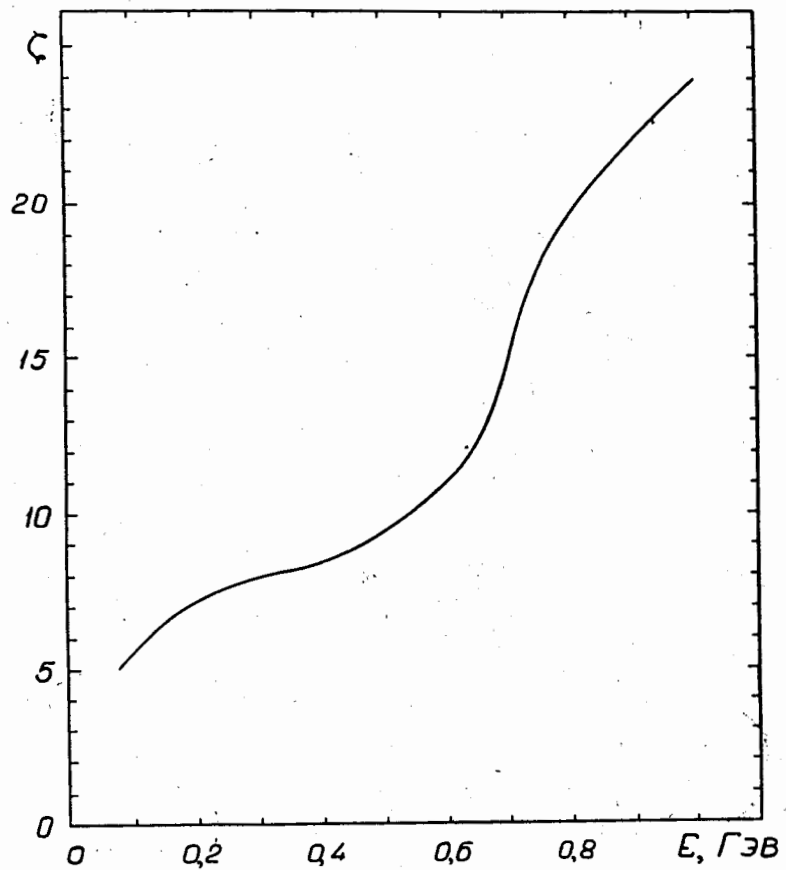


Рис. 3. Функция $\zeta(E)$ /7/.

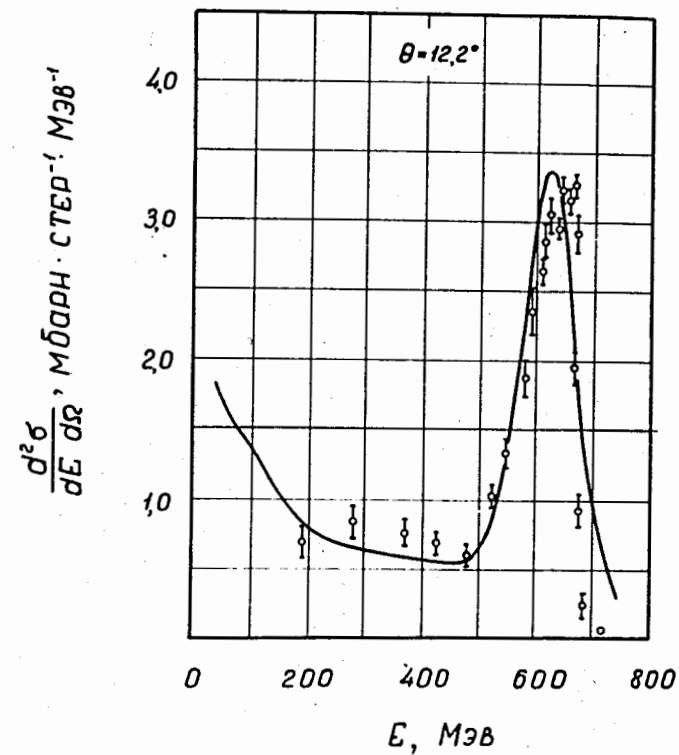


Рис. 4. Спектральное распределение протонов, вылетающих из ядра меди при бомбардировке его протонами с энергией 657 Мэв; угол вылета вторичных протонов $\theta = 12,2^\circ$ относительно направления движения первичных протонов. Кривая - расчет; \circ - экспериментальные данные /3/.

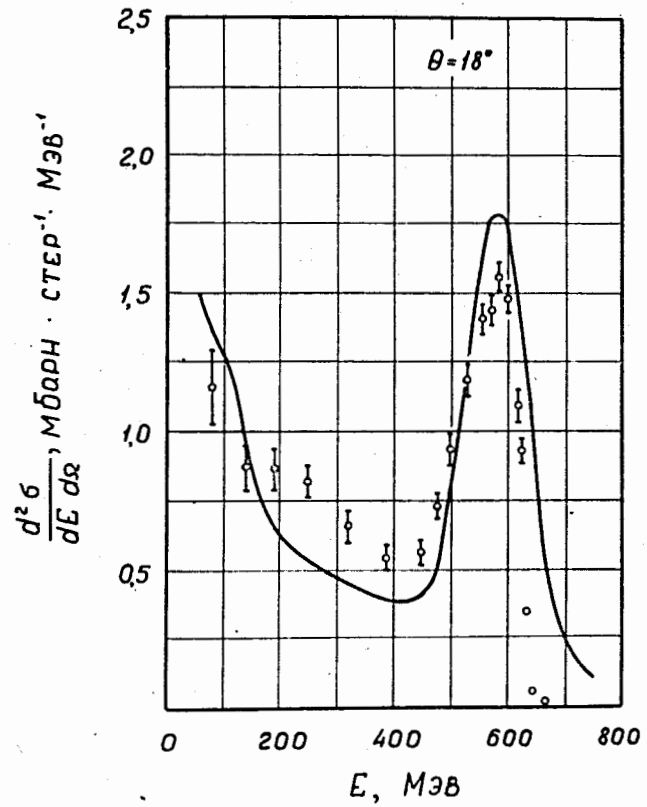


Рис. 5. То же, что и на рис. 4, для $\theta = 18^\circ$.

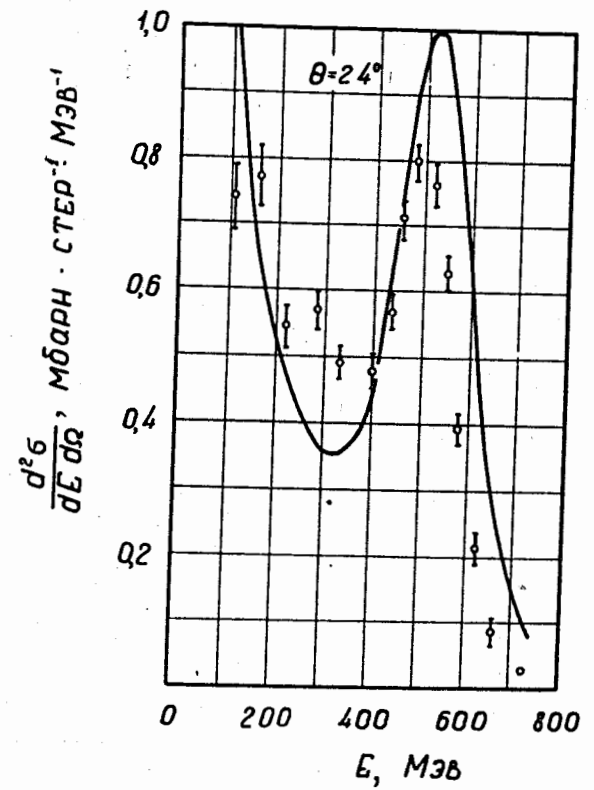


Рис. 6. То же, что и на рис. 4, для $\theta = 24^\circ$.

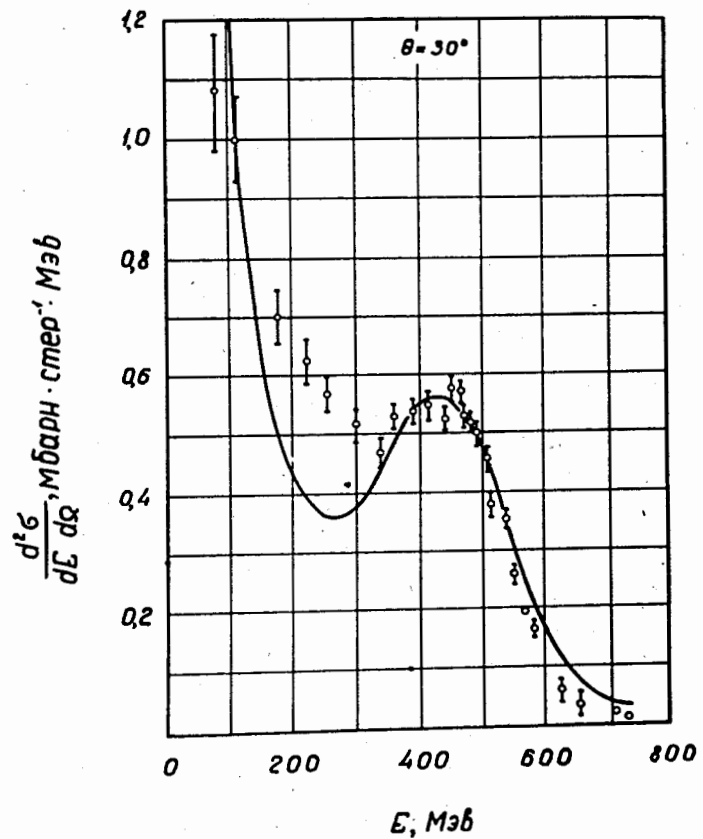


Рис. 7. То же, что и на рис. 4, для $\theta = 30^\circ$.

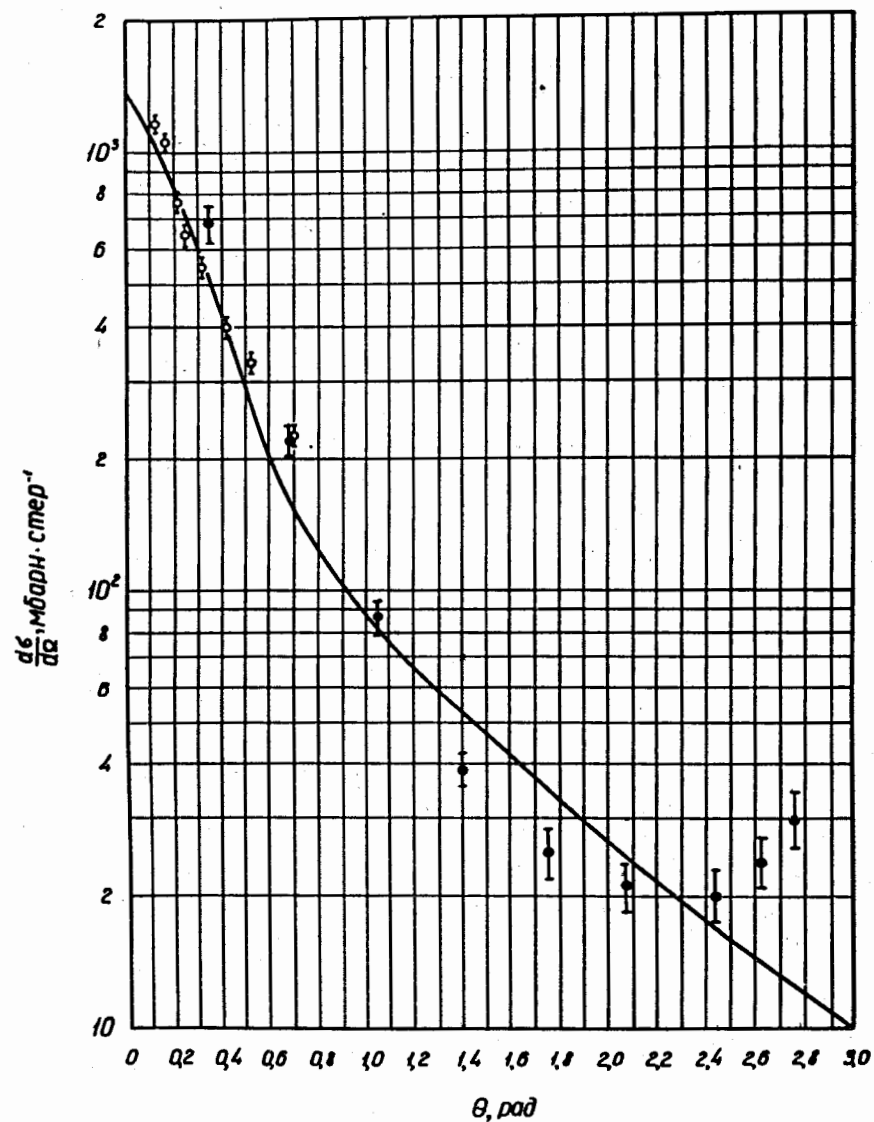


Рис. 8. Угловое распределение протонов с энергией более 60 Мэв, вылетающих из ядра меди, бомбардируемого протонами с начальной энергией 657 Мэв. Кривая - расчет; \circ - экспериментальные данные /3/, \bullet - получено согласно экспериментальным данным /6/.

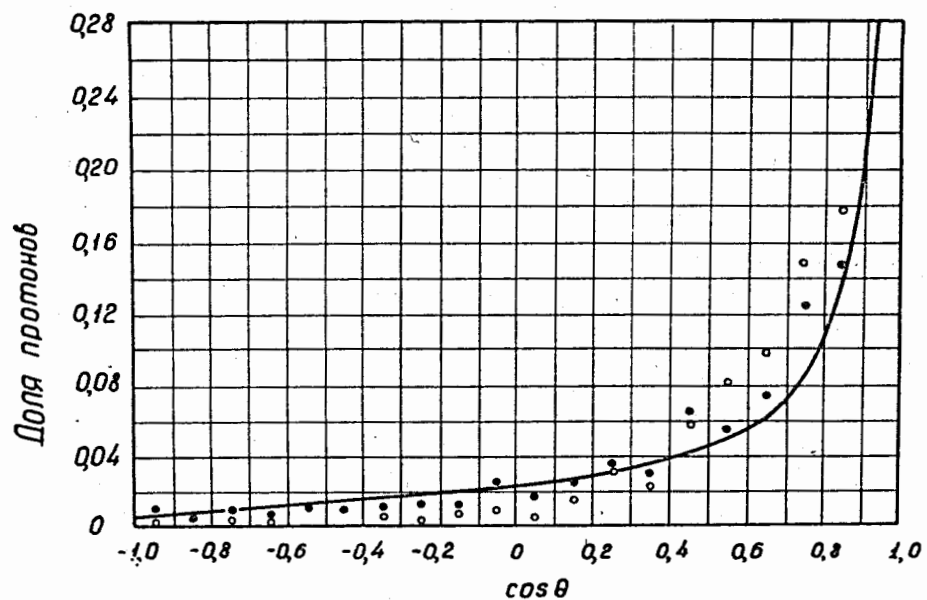


Рис.9. Угловое распределение протонов (на интервал 0,1 единиц $\cos \theta$) с энергией более E_1 при бомбардировке ядер протонами с начальной энергией E_0 . Распределения нормированы на единицу. Кривая - расчет для ядер меди: $E_0 = 657$ Мэв; $E_1 = 60$ Мэв. ○ - расчет /1/ для ядра алюминия: $E_0 = 460$ Мэв; $E_1 = 90$ Мэв. ● - расчет /1/ для ядра алюминия: $E_0 = 1840$ Мэв; $E_1 = 90$ Мэв.

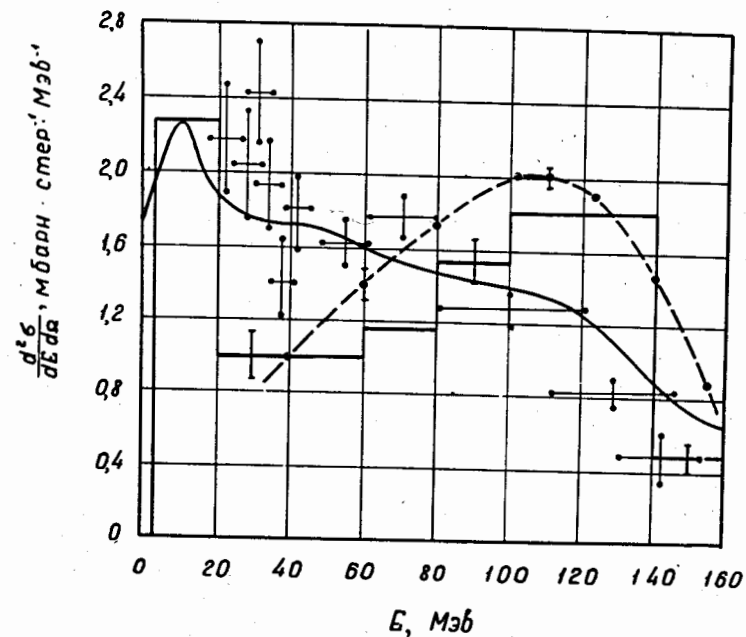


Рис. 10. Спектр вторичных протонов, вылетающих под углом $\theta = 30^\circ$ относительно первичного пучка протонов с энергией 160 Мэв, бомбардирующих мишени из кобальта и никеля: ○ - экспериментальные результаты /13/ (^{59}Co); --- - экспериментальные результаты /15/ (^{58}Ni); гистограмма - вычисленный спектр для интервала углов $20^\circ - 40^\circ$ /12/ (^{59}Co); кривая - наш расчет (^{59}Co).

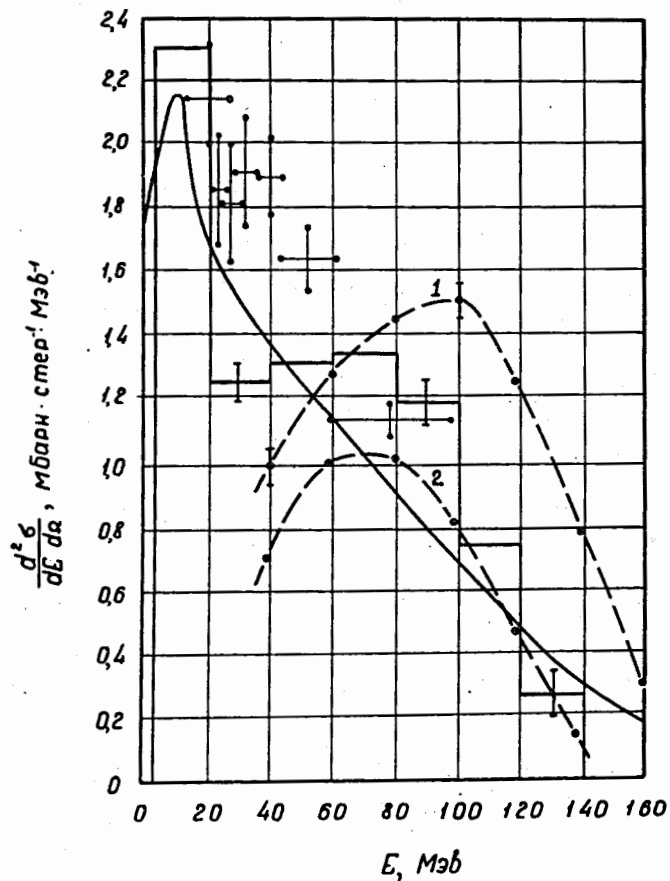


Рис. 11. Спектр вторичных протонов, вылетающих под углами $\theta = 40^\circ$, 45° и 50° относительно первичного пучка протонов с энергией 160 Мэв, бомбардирующих мишени из кобальта и никеля: \circ — экспериментальные результаты /13/ для угла $\theta = 45^\circ$ (^{59}Co); \square — экспериментальные результаты /15/ (^{58}Ni) (1 — $\theta = 40^\circ$, 2 — $\theta = 50^\circ$); гистограмма — вычисленный спектр для интервала углов $35^\circ - 55^\circ$ /12/ (^{59}Co); кривая — наш расчет для $\theta = 45^\circ$ (^{59}Co).

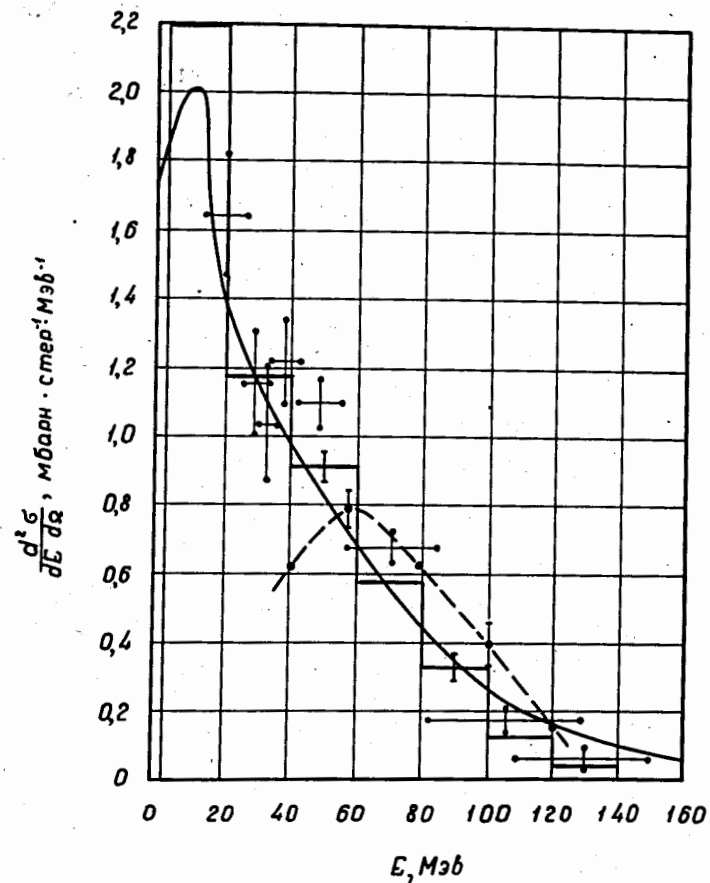


Рис. 12. Спектр вторичных протонов, вылетающих под углом $\theta = 60^\circ$ относительно первичного пучка протонов с энергией 160 Мэв, бомбардирующих мишени из кобальта и никеля: \circ — экспериментальные результаты /13/ (^{59}Co); \square — экспериментальные результаты /15/ (^{58}Ni); гистограмма — вычисленный спектр для интервала углов $50^\circ - 70^\circ$ /12/ (^{59}Co); кривая — наш расчет (^{59}Co).

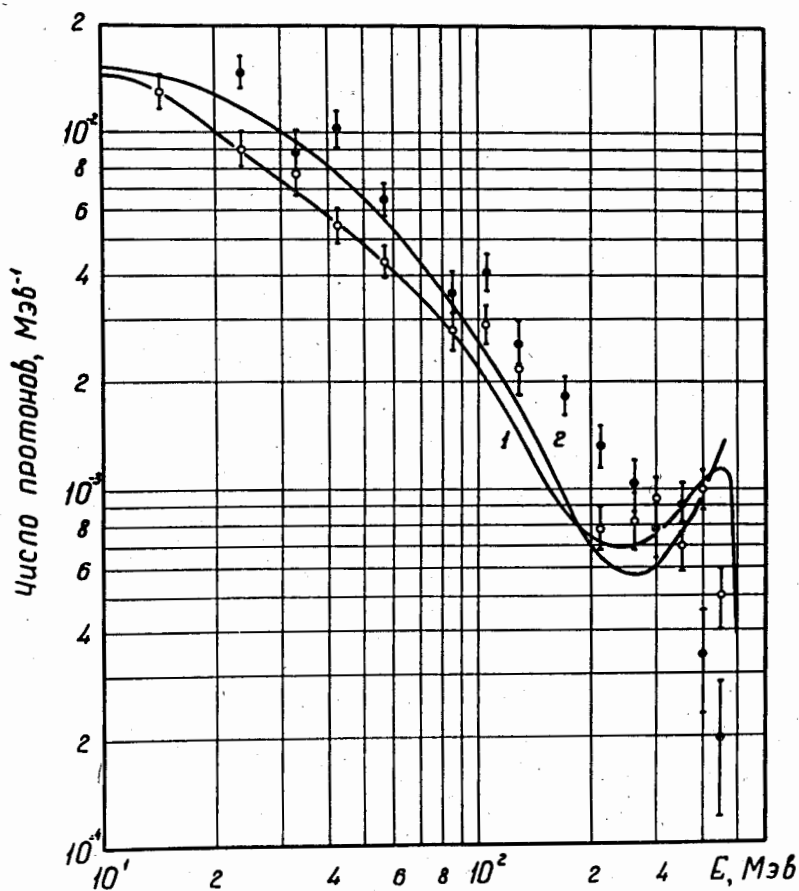


Рис. 13. Спектральное распределение протонов, вылетающих из различных ядер при бомбардировке их протонами с начальной энергией 460 Мэв. \bullet - расчет для ядра урана /1/; \circ - расчет для ядра алюминия /1/; 1 - наш расчет; 2 - расчет /8/.