H- 379

19/II-69

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 4260

Нгуен Нгок Тхуан

# ПОВЕДЕНИЕ ДИФРАКЦИОННОГО ПИКА ДЛЯ ЧАСТИЦ С ПРОИЗВОЛЬНЫМИ СПИНАМИ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1969

P2 - 4260

4692/2 пр.

Нгуен Нгок Тхуан

# ПОВЕДЕНИЕ ДИФРАКЦИОННОГО ПИКА ДЛЯ ЧАСТИЦ С ПРОИЗВОЛЬНЫМИ СПИНАМИ

Объединенный институт ядерных исследований БИБЛИОТЕКА

Логунов и Нгуен ван Хьеу [1], определяя ширину дифракционного пика процессов с участием скалярных частиц $a+b \to a+b$ (I) и $a+b \to c+d$ )(II) как

$$\Delta^{I,II} = \frac{\sigma^{I,II}}{d\,\sigma^{I,II}/dt},$$

показали, что $\Delta^{I,II}$ не могут убывать с ростом $s$ (квадрата энергии) быстрее $\mathrm{const}/\ln^2 s$. В настоящей заметке мы покажем, что такое поведение справедливо и в случае частиц со спинами, и найдем явные выражения для констант, стоящих перед указанными функциями от $s$.

Рассмотрим сначала процессы упругого рассеяния (1). Обозначим через $p_i$, $\lambda_i$, $i = a, b$ импульсы и спиральности начальных частиц, а через $p_i'$ и $\lambda_i'$ – те же величины для конечных частиц. Разложим инвариантные спиральные амплитуды на парциальные волны следующим образом (см. [2]):

$$F_{\lambda_a \lambda_b \lambda_a' \lambda_b'}(s,t) = 8\pi \frac{\sqrt{s}}{k} \sum_J (2J+1) f^J_{\lambda_a \lambda_b \lambda_a' \lambda_b'} d^J_{\lambda\mu}(\theta), \tag{2}$$

где

$$\lambda = \lambda_a - \lambda_b, \quad \mu = \lambda_a' - \lambda_b',$$

$$d^J_{\lambda\mu}(\theta) = \frac{1}{2^\lambda}\left[\frac{(J+\lambda)!\,(J-\lambda)!}{(J+\mu)!\,(J-\mu)!}\right]^{1/2} (1+\cos\theta)^{\frac{\lambda+\mu}{2}} (1-\cos\theta)^{\frac{\lambda-\mu}{2}} P^{\lambda-\mu,\lambda+\mu}_{J-\lambda}(\theta) \tag{3}$$

при

$$\lambda \geq |\mu|,$$

$$d^J_{-\lambda,-\mu}(\theta) = d^J_{\mu\lambda}(\theta) = (-1)^{\lambda-\mu} d^J_{\lambda\mu}(\theta).$$

Как известно, из-за наличия сингулярных множителей $(1+\cos\theta)^{\frac{|\lambda+\mu|}{2}}(1-\cos\theta)^{\frac{\lambda-\mu}{2}}$ в $d$ – функциях амплитуды $F_{\lambda_a\lambda_b\lambda'_a\lambda'_b}$ не аналитичны по $z=\cos\theta$ в области, содержащей сегмент $[-1,1]$. Поэтому рассмотрим свободную от сингулярных множителей амплитуду

$$\tilde{\tilde{F}}_{\lambda_a\lambda_b\lambda'_a\lambda'_b}(s,z)=(1+z)^{-\frac{|\lambda+\mu|}{2}}(1-z)^{-\frac{|\lambda-\mu|}{2}}F_{\lambda_a\lambda_b\lambda'_a\lambda'_b}(s,z). \quad (4)$$

Эти амплитуды аналитичны в эллипсе Мартэна /3/ с фокусами в $z=\pm 1$ и большой полуосью $z_0 \cong 1+\frac{2\gamma}{s}$ $(\gamma > 0)$. Их можно представить в виде рядов по полиномам

$$e^J_{\lambda\mu}(z)=(1+z)^{-\frac{|\lambda+\mu|}{2}}(1-z)^{-\frac{|\lambda-\mu|}{2}}d^J_{\lambda\mu}(\theta) \quad (5)$$

следующим образом:

$$\tilde{\tilde{F}}_{\lambda_a\lambda_b\lambda'_a\lambda'_b}(s,z)=8\pi\frac{\sqrt{s}}{k}\sum_J(2J+1)f^J_{\lambda_a\lambda_b\lambda'_a\lambda'_b}\,e^J_{\lambda\mu}(\theta). \quad (6)$$

Применяя к этим функциями $\tilde{\tilde{F}}_{\lambda_a\lambda_b\lambda'_a\lambda'_b}$ формулу Коши и повторяя все рассуждения Гринберга и Лоу /4/, можно показать, что $f^J_{\lambda_a\lambda_b\lambda'_a\lambda'_b}$ экспоненциально убывают при $J\to\infty$:

$$|f^J_{\lambda_a\lambda_b\lambda'_a\lambda'_b}|^2 \le R(s)\left[1+2\sqrt{\frac{\gamma}{s}}\right]^{-J}. \quad (7)$$

Маху и Мартэн /5/ показали, что любые регуляризованные спиральные амплитуды удовлетворяют дисперсионным соотношениям с конечным числом вычитаний в круге $|t| \;\; \gamma$. Используя этот результат и применяя рассуждения нашей работы /6/, мы получим:

$$|f^J_{\lambda_a\lambda_b\lambda'_a\lambda'_b}|^2 \le \mathrm{Im}\, f^J_{\lambda_a\lambda_b\lambda_a\lambda_b} \le \mathrm{Const}\; s^{9/4}\left[1+2\sqrt{\frac{\gamma}{s}}\right]^{-J}. \quad (8)$$



Обозначим через $J_0$ такое значение $J$, при котором правая часть (9) равна единице, $J_0=\frac{9}{8}\frac{s^{1/2}\ln s}{\gamma^{1/2}}$. Пользуясь неравенством Шварца и оценками

$$P_n^{(\alpha,\beta)}(1)=\binom{n+\alpha}{n},\quad |P_n^{(\alpha,\beta)}(\theta)| = \frac{2}{\sqrt{\pi n}}\,\frac{1}{(\cos\frac{\theta}{2})^{\beta+1/2}}\,\frac{1}{(\sin\frac{\theta}{2})^{\alpha+1/2}}$$

(см. /7/ формулы (4.11) и (8.21.10) ), можно показать, что при $s\to\infty$ дифракционный пик удовлетворяет неравенству

$$\frac{1}{\sigma^I}\frac{d\sigma^I}{dt}\Big|_{t=0} \le \left(1+\frac{\rho}{2}\right)^2\frac{1}{\gamma}\ln^2 s,$$

$$\frac{1}{\sigma^I}\frac{d\sigma^I}{d\cos\theta}\Big|_{\theta\ne 0,\pi} \le \left(1+\frac{\rho}{2}\right)\frac{s^{1/2}\ln s}{\pi\sin\theta\sqrt{\gamma}},$$

где $\rho$ – константа, такая, что $\sigma^I \ge \mathrm{const}\; s^{-\rho}$.

Рассмотрим процесс ( II ). Разложим амплитуды на парциальные волны:

$$F_{\lambda_a\lambda_b\lambda_c\lambda_d}=8\pi\sqrt{\frac{s}{kk'}}\sum_J(2J+1)\,g^J_{\lambda_a\lambda_b\lambda_c\lambda_d}\,d^J_{\lambda\mu}(\theta).$$

Из условия унитарности следует, что

$$\mathrm{Im}\, f^J_{\lambda_a\lambda_b,\lambda_a\lambda_b}=\sum_{\lambda'_a\lambda'_b}|f^J_{\lambda_a\lambda_b\lambda'_a\lambda'_b}|^2+\sum_{\lambda_c\lambda_d}|g^J_{\lambda_a\lambda_b\lambda_c\lambda_d}|^2+\ldots$$

Поэтому имеем

$$|g^J_{\lambda_a\lambda_b\lambda_c\lambda_d}| \le \sqrt{\mathrm{Im}\, f^J_{\lambda_a\lambda_b\lambda_a\lambda_b}} \le \mathrm{Const}\; s^{9/8}\left[1+\sqrt{\frac{\gamma}{s}}\right]^J.$$

Повторяя те же вычисления, что и для упругих процессов, получим:

$$\frac{1}{\sigma^{II}}\frac{d\sigma^{II}}{dt}\Big|_{t=0} \le \frac{1}{\gamma}\left(1+\frac{\rho'}{2}\right)^2\ln^2 s,$$

$$\frac{1}{\sigma^{II}}\frac{d\sigma^{II}}{d\cos\theta}\bigg|_{\theta\neq 0,\pi} \leq \left(1+\frac{\rho'}{2}\right)\frac{s^{1/2}\ln s}{\pi\sin\theta\sqrt{\gamma}},$$

где $\rho'$ – константа, такая, что $\sigma^{II} \geq \text{const}\, s^{-\rho'}$.

Автор выражает глубокую благодарность Нгуену Ван Хьеу за постановку задачи.

## *Литература*


1. *А.А. Логунов и Нгуен Ван Хьеу. Препринт ОИЯИ, Е-3656, Дубна,1968.*
2. *M. Jacob and G.C. Wick. Ann. Phys. & 7, 404 (1959).*
3. *A. Martin. Nuovo Cim., 42A, 930 (1966).*
4. *O.W. Greenberg and F. Low. Phys. Rev., 124, 2044 (1961).*
5. *G. Marhoux and A. Martin. Preprint, New York, 1968.*
6. *Нгуен Ван Хьеу, Нгуен Нгок Тхуан, В.А. Сулейманов. Препринт ОИЯИ, Р2-3897, Дубна, 1968; Ann. Institut Henri Poincare (in print).*
7. *Сегё. Ортогональные многочлены. ГИФМЛ, 1962.*


Рукопись поступила в издательский отдел
7 января 1969 года.