ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 4178

Д.Ю.Бардин, В.Б.Семикоз, Н.М.Шумейко

РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К πe -РАССЕЯНИЮ

Часть II

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1968

P2 - 4178

Д.Ю.Бардин, В.Б.Семикоз, Н.М.Шумейко

РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К πe -РАССЕЯНИЮ

Часть II

I. Введение

В предыдущей работе [1] были вычислены радиационные поправки к упругому πe -рассеянию для случая, когда измеряются энергия и угол электрона отдачи. Здесь нами определяются радиационные поправки для случая регистрации энергии и угла мезона отдачи.

Основную часть работы составляет вычисление вклада "жестких" фотонов в радиационные поправки, где сказывается различие в выборе кинематических условий. Это различие проявляется прежде всего в том, что максимальная энергия ненаблюдаемого фотона оказывается значительно большей, чем в случае регистрации электрона. Поэтому становится необходимым учитывать все члены разложения амплитуды тормозного излучения в ряд по энергии фотона ω. Оказывается, однако, что такой учет требуется лишь при вычислении вклада тормозного излучения электроном, что не препятствует введению электромагнитного формфактора π -мезона в амплитуду πe -рассеяния. В тормозном излучении пиона и в интерференции последнего с тормозным излучением электрона вклады, не пропорциональные "упругому" сечению, сокращаются с точностью до членов, пропорциональных ошибке в измерении угла. В результате в этой части радиационных поправок можно ограничиться первым, пропорциональным $\frac{1}{\omega}$, членом разложения амплитуды в ряд по энергии фотона. В этом приближении вклад тормозного излучения пионом и вклад интерференции пропорциональны сечению упругого πe -рассеяния в низшем порядке по константе тонкой структуры α, что позволяет учесть электромагнитный формфактор π -мезона.

Введение формфактора в случае диаграмм с двухфотонным обменом (комптоновский вклад) и диаграмм, связанных с перенормировкой мезонной вершины, невозможно, из-за наличия виртульаных состояний π-мезона.

Вычисление этих вкладов производилось без учета сильных взаимодействий /1/, причем оказалось, что в сумме они не превышают одного процента в сечении. Если учет сильных взаимодействий не увеличит их, то ими можно пренебречь.

В результате сечение упругого πe -рассеяния с точностью до членов порядка α^3 можно представить в виде

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{q'}} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega_{q'}} F_\pi^2((p_3^{e\ell})^2)(1+\frac{\alpha}{\pi}\delta_F), \qquad (1)$$

где $\frac{d\sigma_0^{e\ell}}{d\Omega_{q'}}$ - сечение упругого рассеяния "точечного" пиона электроном в низшем порядке по константе тонкой структуры; $F_\pi((p_3^{e\ell})^2)$ - электромагнитный формфактор пиона; $(p_3^{e\ell})^2$ - квадрат 4-импульса, переданного электрону; величина δ_F не содержит комптоновского вклада δ_k и радиационной поправки $\delta^\pi_{e\ell}$, связанной с перенормировкой мезонной вершины.

Укажем использованные при расчете приближения.

1. Мы пренебрегаем членами порядка $\frac{m}{E}$, $(\frac{\mu}{E'_{e\ell}})^2$, $(\frac{\mu}{E})^2$ по сравнению с единицей (ультрарелятивистское приближение). Здесь E - энергия пучка π -мезонов, $E'_{e\ell}$ -энергия мезона отдачи, m - масса электрона, μ - масса пиона.

2. Пренебрегается размазанностью первичного пучка по энергии ΔE, так как учет такой погрешности ($\frac{\Delta E}{E} \approx 0{,}2\%$) приводит к незначительному изменению измеряемой энергии мезона отдачи:

$$\frac{\Delta_E E'}{E'_{e\ell}} = \frac{E'_{e\ell}}{E}\,\frac{\Delta E}{E} < 0{,}2\%. \qquad (2)$$

3. Вклад "жестких" фотонов в радиационную поправку подсчитан с точностью до членов порядка $\frac{\alpha}{\pi}$, что составляет погрешность в сечении менее 0,25%.

В отличие от случая, разобранного в работе /1/, использовались еще два дополнительных приближения, смысл которых заключается в следующем.

Если детектируется мезон отдачи, то погрешность в измерении угла $\Delta\theta$ приобретает еще большее значение, поскольку максимальный угол рассеяния, определяемый известным кинематическим соотношением

$$\sin\theta_{max} = \frac{m}{\mu}, \tag{3}$$

ничтожно мал ($\theta_{max} \approx 10'$). Ошибка $\frac{\Delta_\theta E'}{E'_{el}}$, происходящая из-за неточности в измерении угла $\Delta\theta$, оказывается много больше погрешности $\frac{\Delta m E'}{E'_{el}}$ прибора, измеряющего энергию мезона отдачи ($\frac{\Delta_m E'}{E'_{el}} \approx 0{,}2\ \%$). Это позволяет положить в общей формуле (35) работы /1/ весовой множитель $g(r)$ равным единице и заменить фигуру MNKF (см. рис. 2 настоящей работы и рис. 3 работы /1/) фигурой MNCD, т.е. пренебречь ошибкой в измерении энергии $\frac{\Delta_m E'}{E'_{el}}$ по сравнению с величиной $\frac{\Delta_\theta E'}{E'_{el}}$.

Характерным свойством рассматриваемой кинематики является двузначность зависимости энергии мезона отдачи от угла рассеяния θ.

Действительно, из закона сохранения энергии нетрудно получить равенство

$$E'_{el} = \frac{(m+E)(mE+\mu^2) \pm |\vec{q}|^2 \cos\theta\sqrt{m^2-\mu^2\sin^2\theta}}{(m+E)^2 - |\vec{q}|^2\cos^2\theta}, \tag{4}$$

где $|\vec{q}|^2 = E^2 - \mu^2$, θ – угол рассеяния мезона в л.с.

Таким образом, область допустимых значений энергии мезона распадается на две части:

область I $\quad E'^{min}_{el} \le E'_{el} \le \bar{E}$,

область II $\quad \bar{E} \le E'_{el} \le E'^{max}_{el} = E$,

где

$$E'^{min}_{e\ell} = \frac{\mu^2 E}{\mu^2 + 2mE}, \qquad (5)$$

$$\bar{E} = E_{e\ell}(\theta_{max}) = \frac{\mu^2 E}{\mu^2 + mE}. \qquad (6)$$

Наибольший интерес представляют собой значения энергий из области I, где переданные импульсы будут максимальными. Однако мы не будем подходить к границам области I $E'^{min}_{e\ell}$ и $\bar{E}$. Причина состоит в том, что в точках, достаточно близких к $E'^{min}_{e\ell}$, ошибки $\frac{\Delta_m E'}{E'_{e\ell}}$ и $\frac{\Delta_\theta E'}{E'_{e\ell}}$ становятся величинами одного порядка; кроме того, в точке $E'^{min}_{e\ell}$ "упругое" сечение $\frac{d\sigma_0}{d\cos\theta_{e\ell}}$, на которое нормируется радиационная поправка δ_{inel}, близко к нулю. В точках вблизи $\bar{E}$ чрезвычайно велика ошибка $\frac{\Delta_\theta E'}{E'_{e\ell}}$.

Мы ограничиваемся теми значениями энергий, для которых $\frac{\Delta_\theta E'}{E'_{e\ell}} < 0{,}1$.

В разделе II подсчет неупругой части радиационных поправок начинается с разбора кинематики. В разделе III обсуждаются полученные результаты, а также условия, при которых возможен учет электромагнитного формфактора π-мезона в сечении, включающем радиационные поправки. Ввиду громоздкости численного материала в прилагаемой таблице приводятся лишь некоторые численные результаты.

II. Неупругая часть радиационных поправок

В этом разделе вычисляется вклад "жестких" фотонов в тормозное излучение. Для "мягких" фотонов вся зависимость от выбора кинематики проявляется в различных значениях энергетического предела $\bar{\omega}$, т.е. аналитический вид выражений, определяющих вклад "мягких" фотонов, точно такой же, как и в работе /2/.

§1. Кинематика и экспериментальные ограничения

Если регистрируются мезоны отдачи, то целесообразно в сечении тормозного излучения провести сначала интегрирование по спектру ненаблюдаемых электронов отдачи с помощью 3-мерной δ -функции. Тогда полное сечение процесса тормозного излучения в л.с. принимает вид

$$\sigma_{inel} = \frac{a^3}{(2\pi)^2 m|\vec{q}|} \int \frac{d^3q'}{E'} \int \frac{d^3k}{2\omega} \delta^{(1)} (\mathcal{E}' - E_2 + \omega) \frac{1}{\mathcal{E}'} A \Big|_{\vec{p}' = \vec{q} - \vec{q}' - \vec{k}} , \qquad (7)$$

где $E_2 = m + E - E'$, $\mathcal{E}' = [m^2 + (\vec{q} - \vec{q}' - \vec{k})^2]^{1/2}$, $E', \vec{q}'$ – энергия и импульс мезона отдачи, $\omega, \vec{k}$ – энергия и импульс фотона, подинтегральная функция A ничем не отличается от соответствующего выражения в работе /2/.

С помощью закона сохранения энергии нетрудно установить, что кинематическая граница энергии ненаблюдаемого фотона есть линия эллипса

$$\omega = \frac{r}{E_2 - \beta \cos \Phi} , \qquad (8)$$

где

$$r = \mu^2 + mE - E'(m + E) + |\vec{q}||\vec{q}'| \cos\theta , \qquad (9)$$

$$\beta = |\vec{q} - \vec{q}'| ,$$

эксцентриситет

$$\gamma = \beta / E_2 < 1 ,$$

Φ – угол между импульсом фотона $\vec{k}$ и осью $(\vec{q} - \vec{q}')$.

На рис. 1 изображен эллипс (8) с максимальным, возможным в экспериментально разрешенной области (см. рис.2), значением r, равным

$$r_{max} = r \Big|_{\substack{E' = E'_{el} \\ \theta = \theta_{el} - \Delta\theta}} . \qquad (10)$$

Это значение r соответствует точке K на рис. 2.

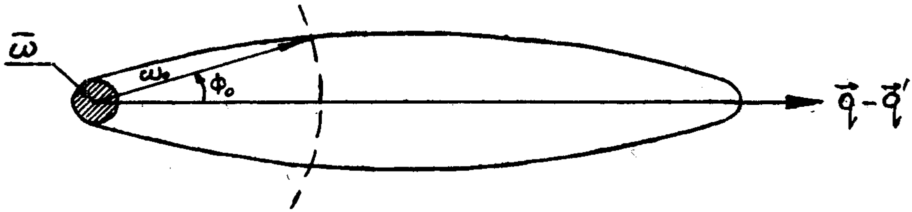

Рис.1.

На рис. 1 выделена область "мягких" фотонов с максимальной энергией $\bar{\omega} \ll m$, где

$$\bar{\omega} = \frac{r_{max}}{E_2 + \beta} \approx \frac{r_{max}}{2\beta}, \qquad \beta = E - E'. \tag{11}$$

Угол $\Phi_0 = \arccos \dfrac{\omega_0 E_2 - r_{max}}{\beta}$ есть наибольший угол вылета фотонов (фотоны с энергией $\omega > \omega_0$), регистрируемых в эксперименте, который обсуждается в §3 данного раздела.

Как уже отмечалось выше, ошибка, происходящая из-за погрешности измерения угла

$$\frac{\Delta_\theta E'}{E'_{el}} = \frac{|\vec{q}_{el}|^2 |\vec{q}| \sin\theta \Delta\theta}{(\mu^2 + mE)(\bar{E} - E'_{el})}, \tag{12}$$

много больше ошибки измерения энергии $\Delta_m E' / E'_{el}$. Это позволяет заменить фигуру MNKF на рис. 2 фигурой MNCD.

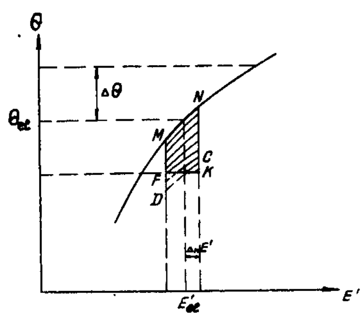

Рис.2.

Нетрудно установить, что линии "упругих" значений энергии $E' = E'_{e\ell}$ (линия MN) соответствует $\tau = 0$.

Для удобства интегрирования введем замену переменных $E', \theta \to \tau, \theta$. Якобиан такой замены равен

$$\Delta(\tau, \cos\theta) \equiv \frac{\partial E'}{\partial \tau} = -\frac{1}{(m+E)^2 - |\vec{q}|^2 \cos^2\theta} \left\{ m + E + \frac{|\vec{q}| \cos\theta (\tau - \mu^2 - mE)}{[(\tau-\mu^2-mE)^2 - \mu^2((m+E)^2 - |\vec{q}|^2 \cos^2\theta)]^{1/2}} \right\}. \quad (13)$$

Чтобы получить границы области интегрирования в новых переменных τ, $\cos\theta$ достаточно в выражение

$$\cos\theta = \frac{\tau - \mu^2 - mE + E'(m+E)}{|\vec{q}|\,|\vec{q}\,'|} \quad (14)$$

подставить значения $E' = E'_{e\ell} \pm \Delta_m E'$. Эта область интегрирования изображена на рис. 3.

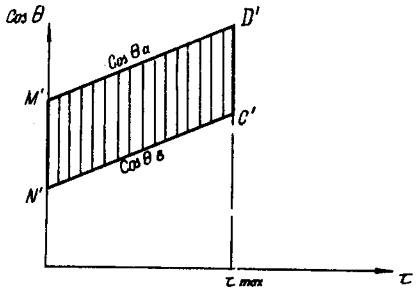

Рис.3

Формула для полного сечения в перемнных τ, $\cos\theta$ принимает вид

$$\sigma_{inel}(\tau_{max}, \cos\theta_{e\ell}) = C \int_0^{\tau_{max}} d\tau \int_{\cos\theta_b}^{\cos\theta_a} d\cos\theta \, B(\tau, \cos\theta)\,\Delta(\tau, \cos\theta), \quad (15)$$

где

$$C = \frac{a^3}{2\pi m |\vec{q}|}, \quad (16)$$

$$B(r,\cos\theta)=\int\frac{d^3k}{2\omega}\frac{|\vec{q}'|}{\mathcal{E}'}\delta^{(1)}(\mathcal{E}'-E_2+\omega)\quad A\Big|^{\vec{p}'=\vec{q}-\vec{q}'-\vec{k}}, \qquad (16)$$

причем $E'=E'(r)$

Дифференциальное сечение $\frac{d\sigma_{inel}}{d\cos\theta_{e\ell}}$ получаем непосредственным дифференцированием формулы (15) по внешнему параметру $\cos\theta_{e\ell}$. При этом используем ультрарелятивистское приближение, с учетом которого

$$B(r,\cos\theta_a)\approx B(r,\cos\theta_b)\approx B(r,\cos\theta_{e\ell}), \qquad (17)$$

поскольку

$$\cos\theta_a\approx\cos\theta_b\approx\cos\theta_{e\ell}. \qquad (18)$$

При подстановке $\cos\theta=\cos\theta_a\,[\cos\theta_b]$ в выражение (13) нельзя использовать соотношение (18), так как в знаменателе якобиана главные члены сокращаются. Легко получить в линейном приближении по $\Delta_m E'$, что

$$\cos\theta_{a(b)}=\frac{r\pm h\Delta_m E'-(\mu^2+mE)+E'_{e\ell}(m+E)}{|\vec{q}|\,|\vec{q}'_{e\ell}|} \qquad (19)$$

где

$$h=(\mu^2+mE)(\bar{E}-E'_{e\ell})/|\vec{q}'_{e\ell}|^2. \qquad (20)$$

Если воспользоваться теперь приближением $\Delta_\theta E'\approx\frac{r}{h}\gg\Delta_m E'$, можно считать, что

$$\cos\theta_a\approx\cos\theta_b\approx\frac{r-\mu^2-mE+E'_{e\ell}(m+E)}{|\vec{q}|\,|\vec{q}'_{e\ell}|}. \qquad (21)$$

Подставляя соотношение (21) в формулу (13), находим

$$\Delta(r, \cos\theta_a) \approx \Delta(r, \cos\theta_b) \approx 1/[h(1+\frac{r}{hE'_{e\ell}})], \tag{22}$$

откуда в линейном приближении по $\Delta_\theta E'$ и с учетом того, что $E'|_{r=0} = E'_{e\ell}$, имеем:

$$E' = E'_{e\ell} + \frac{r}{h}. \tag{23}$$

Для неупругой части радиационной поправки, определяемой как отношение $d\sigma^{inel}/d\cos\theta_{e\ell}$ (по области MNCD) к сечению упругого процесса $\frac{d\sigma^{e\ell}}{d\cos\theta_{e\ell}}$ (по линии MN), получим в итоге

$$\frac{\alpha}{\pi}\delta_{inel} = \frac{\alpha}{\pi}\frac{(p_3^{e\ell})^4}{2T_0^{e\ell}}\int_0^{r_{max}} dr\, B'(r, \cos\theta_{e\ell}), \tag{24}$$

где

$$(p_3^{e\ell})^2 = 2m\beta_{e\ell}, \quad \beta_{e\ell} = E - E'_{e\ell},$$

$$T_0^{e\ell} = 4m(2mEE'_{e\ell} - \mu^2\beta_{e\ell}),$$

$$B'(r, \cos\theta_{e\ell}) = \int\frac{d^3k}{\omega}\frac{1}{2\pi\mathcal{E}'}\delta^{(1)}(\mathcal{E}' - E_2 + \omega)A\,\Big|_{\vec{p}\,' = \vec{q} - \vec{q}\,' - \vec{k}} \tag{25}$$

§2. "Жесткие" фотоны. Эксперимент 1

Рассмотрим рис. 4, на котором изображена плоскость переменных интегрирования r, ω.

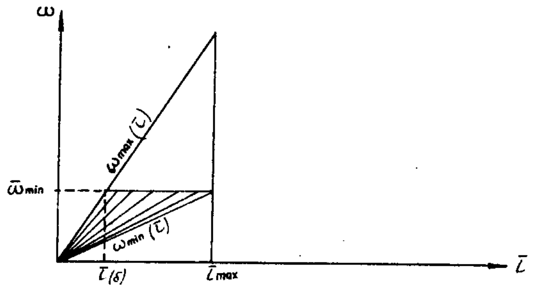

Рис.4.

Здесь уравнения линий $\omega_{max}(r) = \dfrac{r}{E_2 - \beta}$ и $\omega_{min}(r) = \dfrac{r}{E_2 + \beta}$ получаются из равенства (8) при подстановке $\cos\Phi = \pm 1$ соответственно.

Из рис. 4 ясно, что интеграл (24) можно разбить на два интеграла, один из которых вычисляется по области "мягких" фотонов с энергией $0 \le \omega \le \bar{\omega} \ll m$, а другой имеет вид

$$\delta_{1\,hard} = \frac{(p_3^{e\ell})^4}{2T_0^{e\ell}} \int_{r(\delta)}^{r_{max}} dr \int_{\bar{\omega}}^{\omega_{max}(r)} \omega\, d\omega \int_0^{2\pi} d\phi \int_{(\cos\Phi)_{min}}^{(\cos\Phi)_{max}} d\cos\Phi \left. \frac{A}{2\pi\, \mathcal{E}'} \right|_{\vec{p}\,' = \vec{q} - \vec{q}\,' - \vec{k}} \delta^{(1)}(\mathcal{E}' - E_2 + \omega) \qquad (26)$$

где

$$r(\delta) = \frac{m^2}{2\beta_{e\ell}}\,\bar{\omega} , \qquad (27)$$

Интегрируя с помощью δ-функции по $\cos\Phi$, получим

$$\delta_{1\,hard} = \frac{(p_3^{e\ell})^4}{2T_0^{e\ell}} \int_{r(\delta)}^{r_{max}} dr \int_{\bar{\omega}}^{\omega_{max}(r)} d\omega \int_0^{2\pi} d\phi \, \frac{A \Big|_{\substack{\vec{p}\,' = \vec{q} - \vec{k} - \vec{q}\,' \\ \cos\Phi = a}}}{2\pi\beta} , \qquad (28)$$

где

$$a = \frac{m^2 + \omega^2 + \beta^2 - (E_2 - \omega)^2}{2\beta\omega} . \qquad (29)$$

Вычисление 3-кратных интегралов (28) выполняется непосредственно, хотя и чрезвычайно громоздко. Окончательный результат удобно представить в виде

$$\delta_{1\,hard} = \delta^{e}_{hard} + \delta^{\pi}_{hard} + \delta^{e\pi}_{hard} . \qquad (30)$$

Здесь

$$\delta^{e}_{hard} = -\frac{1}{2}\ln^2\frac{r_{max}}{r(\delta)} - \frac{1}{2}\ln^2\frac{2r_{max}}{m^2} - \ln\frac{\beta_{e\ell}}{\bar{\omega}} - \ln\frac{2r_{max}}{m^2} + \frac{1}{4}\left(\ln\frac{2r_{max}}{m^2} - 1\right) - \Phi(1) + \frac{r_{max}}{h\beta_{e\ell}}\left(1 + \frac{2E}{E'_{e\ell}} + \frac{h}{m}\right)\ln\frac{\beta_{e\ell}}{\bar{\omega}} , \qquad (31)$$

$$\delta^{\pi}_{hard} = \ln \frac{r_{max}}{r(\delta)} \cdot \left(\frac{1+a'^2}{2a'} \ln \frac{mE(a'+1)+\mu^2}{mE'_{e\ell}(a'-1)+\mu^2} - 1 \right), \tag{32}$$

$$\delta^{e\pi}_{hard} = 4 \ln \frac{E'_{e\ell}}{E} \cdot \ln \frac{r_{max}}{m\bar{\omega}}, \tag{33}$$

причем

$$a'^2 = 1 + \frac{2\mu^2}{m\beta_{e\ell}}.$$

При вычислении $\delta_{\Gamma hard}$ мы всюду производили разложение в ряд по величине $\frac{r_{max}}{hE'_{e\ell}}$. Был подсчитан главный член, а также та часть вклада, пропорционального $\frac{r_{max}}{hE'_{e\ell}}$, которая содержит логарифмы типа $\ln \frac{4E^2}{\mu^2}$, $\ln \frac{\beta_{e\ell}}{\bar{\omega}}$. Однако во вкладах δ^{π}_{hard}, $\delta^{e\pi}_{hard}$ последние члены оказываются порядка единицы, так что ими можно пренебречь.

Укажем, наконец, что для получения радиационных поправок к $\pi^{\mp}e$ – рассеянию, необходимо сменить знак перед слагаемым $\delta^{e\pi}_{hard}$ и комптоновским вкладом δ_k.

§3. *"Жесткие" фотоны. Эксперимент 2* x)

При введении дополнительного экспериментального ограничения на максимальные энергии фотонов интегрирование по ω должно вестись только в пределах $\omega < \omega_o$ (см. рис. 1,4). Здесь ω_o – энергия, начиная с которой производится регистрация фотонов.

Из рис. 1 и 4 легко видеть, что в этом случае

$$\delta_2^{hard} = \frac{(p_3^{e\ell})^4}{2T_0^{e\ell}} \left[\int_{r(\delta)}^{r_{max}} dr \int_{\bar{\omega}}^{\omega_{max}(r)} d\omega - \int_{r_0}^{r_{max}} dr \int_{\omega_0}^{\omega_{max}(r)} d\omega \right] \int_0^{2\pi} d\phi \, \frac{A\,\Big|_{\cos\Phi = a}^{\vec{p}\,' = \vec{q} - \vec{q}\,' - \vec{k}}}{2\pi\beta}, \tag{34}$$

---

x) См. ниже раздел 3.

где

$$r_0 = \frac{m^2}{2\beta_{e\ell}} \omega_0 .$$

Второй интеграл в (34) может быть получен из первого с помощью замены $r(\delta)$, $\bar{\omega}$ на r_0, ω_0.

Подробное рассмотрение показывает, что все приближения, используемые при вычислении первого интеграла, будут справедливы при вычислении второго, если

$$\Delta_\theta E' \gg \omega_0 . \tag{35}$$

В результате получим

$$\delta^{e}_{2\,hard} = \ln\frac{r_{max}}{r(\delta)} \ln\frac{\omega_0}{\bar{\omega}} - \frac{1}{2}\ln^2\frac{\omega_0}{\bar{\omega}} - \ln\frac{\omega_0}{\bar{\omega}} + $$

$$+ \frac{r_{max}}{h\beta_{e\ell}} \left(\frac{2E + E'_{e\ell}}{E'_{e\ell}} + \frac{h}{m} \right) \ln\frac{\omega_0}{\bar{\omega}} , \tag{36}$$

$$\delta^{\pi}_{2\,hard} = 2\ln\frac{\omega_0}{\bar{\omega}} \left(\frac{1+a'^2}{2a'} \ln\frac{mE(a'+1)+\mu^2}{mE'_{e\ell}(a'-1)+\mu^2} - 1 \right), \tag{37}$$

$$\delta^{e\pi}_{2\,hard} = 4\ln\frac{E'_{e\ell}}{E} \ln\frac{\omega_0}{\bar{\omega}} . \tag{38}$$

III . Заключение

С точностью до членов порядка a^3 сечение упругого рассеяния "точечного" π - мезона электроном можно представить в виде

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega_{q'}} = \frac{d\sigma_0^{e\ell}}{d\Omega_{q'}} \left(1 + \frac{a}{\pi}\delta\right), \tag{39}$$

где $\frac{d\sigma_0^{e\ell}}{d\Omega_{q'}}$ – сечение упругого πe – рассеяния в низшем порядке по константе тонкой структуры α, величина δ равна

$$\delta = \delta^{\pi}_{e\ell} + \delta^{e}_{e\ell} + \delta_{k} + \delta^{\pi}_{inel} + \delta^{e}_{inel} + \delta^{e\pi}_{inel} , \tag{40}$$

причем $\delta^{\pi}_{inel} = \delta^{\pi}_{soft} + \delta^{\pi}_{hard}$ и т.д.

Слагаемые $\delta^{\pi}_{e\ell}$, $\delta^{e}_{e\ell}$, δ_{k} определяются формулами (II.29), (II.31) работы /2/; для получения δ^{π}_{soft}, δ^{e}_{soft}, $\delta^{e\pi}_{soft}$ необходимо подставить новое значение $\bar{\omega}$ в формулы (III. 18 – III. 27) работы /2/.

Величины δ_{hard} определяются соотношениями (31), (32), (33) (для эксперимента 1), либо (36), (37), (38) (для эксперимента 2).

Введение дополнительного экспериментального ограничения, позволяющего не учитывать часть неупругих событий ($\omega_0 \le \omega \le \omega_{max}$), воспринимавшихся ранее как упругие, фактически эквивалентно улучшению точности измерения "упругих" параметров (угла и энергии мезона отдачи). Известно (см., например, /3/), что такое уменьшение погрешностей измерения ведет к значительному увеличению радиационных поправок, что, возможно, потребует учета следующего порядка теории возмущений. Это становится очевидным, если представить себе такой идеальный случай, когда достигнута абсолютная точность измерений. В результате останется только упругая часть радиационной поправки, которая будет бесконечно велика из-за наличия инфракрасных расходимостей. Такое явление приводит к тому, что при выбранном нами значении $\omega_0 \approx 100$ Мэв (брались также 50 и 75 Мэв) радиационные поправки к упругому $\pi^- e$ – рассеянию достигают 15%, что значительно больше, чем для первого эксперимента.

Исключение наблюдаемых неупругих событий ($\pi e \to \pi e \gamma$) с энергиями фотона $\omega > \omega_0$ позволяет ограничиться первым, пропорциональным $1/\omega$, членом в разложении всей амплитуды тормозного излучения нерегистрируемых фотонов ($\omega < \omega_0$) в ряд по энергии ω. В этом приближении сечение тормозного излучения пропорционально сечению упругого πe – рассеяния, что допускает факторизацию по формуле (41).

Таким образом, как и в случае регистрации электрона отдачи, в экспериментах 1 и 2 можно определить электромагнитный формфактор π - мезона с учетом радиационных поправок, сравнивая экспериментальное сечение с сечением, вычисленным по формуле

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{q'}} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega_{q'}} F_\pi^2 [(p_3^{e\ell})^2](1+\frac{a}{\pi}\delta_F), \tag{41}$$

где $F_\pi[(p_3^{e\ell})^2]$ - пионный электромагнитный формфактор, а радиационная поправка δ_F равна

$$\delta_F = \delta_{e\ell}^e + \delta_{inel}^e + \delta_{inel}^{e\pi}(\frac{1}{\omega}) + \delta_{inel}^{\pi}(\frac{1}{\omega}). \tag{42}$$

Слагаемые $\delta_{inel}^{e\pi}(\frac{1}{\omega})$ и $\delta_{inel}^{\pi}(\frac{1}{\omega})$ происходят от главного,пропорционального $1/\omega$. члена в амплитуде тормозного излучения и определяется с помощью формул (32), (33), (37), (38).

В прилагаемой таблице приводятся некоторые численные значения радиационных поправок δ и δ_F к $\pi^- e$ - и $\pi^+ e$ -рассеянию для различных значений переданного импульса в случае эксперимента 1.

Энергия первичного пучка менялась в интервале 50÷60 Гэв. Вычисления производились для погрешностей углового измерения $\Delta\theta$, равных 0,05; 0,1; 0,15; 0,2 (mrad).

В заключение мы выражаем благодарность С.М. Биленькому и В.Г. Гришину за критические замечания и полезные дискуссии.

Литература

1. *Д.Ю. Бардин, В.Б. Семикоз, Н.М. Шумейко. Препринт ОИЯИ, Р2-4177, Дубна, 1968.*
2. *J.Kahane. Phys. Rev., 135. 4B. 975 (1964).*
3. *D.R.Yennie, S.C.Frautsci, and H.Suura. Ann. Phys., 13, 379(1961).*

Рукопись поступила в издательский отдел
29 ноября 1968 года.

Таблица

E=56 Гэв

		E'_{el} (Гэв) / $\Delta\theta$ (0,1 mrad)	15	16	17	18	19	20
$\frac{\alpha}{\pi}\delta$ (%)	$\pi^- e$	0,5	-9,66	-8,69	-8,20	-7,86	-7,55	-7,20
		1,0	-7,81	-6,82	-6,28	-5,86	-5,44	-4,90
		1,5	-6,77	-5,74	-5,16	-4,67	-4,14	-3,42
		2,0	-6,05	-4,99	-4,35	-3,79	-3,16	-2,27
	$\pi^+ e$	0,5	-20,51	-17,97	-16,46	-15,33	-14,36	-13,44
		1,0	-17,00	-14,50	-13,03	-11,89	-10,87	-9,82
		1,5	-15,00	-12,51	-11,02	-9,85	-8,77	-7,58
		2,0	-13,61	-11,11	-9,60	-8,39	-7,23	-5,89
$\frac{\alpha}{\pi}\delta_F$ (%)	$\pi^- e$	0,5	-8,94	-7,94	-7,43	-7,07	-6,74	-6,38
		1,0	-7,09	-6,07	-5,51	-5,07	-4,63	-4,08
		1,5	-6,05	-4,99	-4,38	-3,87	-3,33	-2,59
		2,0	-5,33	-4,24	-3,58	-3,00	-2,35	-1,44
	$\pi^+ e$	0,5	-21,75	-19,22	-17,73	-16,60	-15,64	-14,72
		1,0	-18,24	-15,76	-14,29	-13,16	-12,15	-11,11
		1,5	-16,24	-13,76	-12,29	-11,13	-10,05	-8,86
		2,0	-14,85	-12,36	-10,86	-9,66	-8,51	-7,18