ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2 - 4162

Нгуен Нгок Тхуан

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РАВЕНСТВА СЕЧЕНИЙ МНОЖЕСТВЕННОГО РОЖДЕНИЯ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ ЧАСТИЦ СО СПИНОМ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1968

7633/2 чр.

P2 - 4162

Нгуен Нгок Тхуан

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РАВЕНСТВА СЕЧЕНИЙ МНОЖЕСТВЕННОГО РОЖДЕНИЯ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ ЧАСТИЦ СО СПИНОМ

Направлено в "Украинский физический журнал"

1. Введение

Асимптотические соотношения между амплитудами перекрестных бинарных процессов при больших энергиях и фиксированной передаче импульса были получены в ряде работ /1-3/. Эти результаты были обобщены в работах /4,5/ на случай неупругих процессов с рождением частиц вида

$$a + b \to a_1 + a_2 + b' , \tag{I}$$

$$\tilde{\tilde{a}} + b' \to \tilde{\tilde{a}}_1 + \tilde{\tilde{a}}_2 + b . \tag{II}$$

Было показано, что дифференциальные сечения

$$\frac{\partial^4 \sigma_J (S,t,...)}{\partial t \partial t_1 \partial W \partial \xi} , \qquad J = I, II,$$

указанных процессов при $S \to \infty$ и фиксированных t, t_1, W, ξ должны совпадать. Здесь S, t, t_1, W, ξ являются инвариантными переменными процессов (I), (II) : S - квадрат полной энергии в с.ц.и.; t, t_1 - квадраты передачи импульса между частицами b и b' и a и a_1 или $\tilde{\tilde{a}}$ и $\tilde{\tilde{a}}_1$ соответственно; W - эффективная масса системы $a_1 + a_2$ или $\tilde{\tilde{a}}_1 + \tilde{\tilde{a}}_2$; ξ - некоторая переменная, зависящая от отношения энергии частиц a_1 и a_2 или $\tilde{\tilde{a}}_1$ и $\tilde{\tilde{a}}_2$ в системе Брайта частиц b и b'.

Поскольку в общем случае дифференциальные сечения зависят от многих переменных, то экспериментальная проверка полученных соотношений весьма затруднительна.

Однако в недавней работе /6/, рассматривая процессы множественного рождения общего вида

$$a + b \to a_1 + \dots + a_n + b', \qquad \text{(III)}$$

$$\tilde{\tilde{a}} + b' \to \tilde{\tilde{a}}_1 + \dots + \tilde{\tilde{a}}_n + n \qquad \text{(IV)}$$

с участием скалярных частиц, мы показали, что при $S \to \infty$ и фиксированных W (эффективная масса системы $a_1 + \dots + a_n$ или $\tilde{\tilde{a}}_1 + \dots + \tilde{\tilde{a}}_n$) и t (передача импульса между b и b') обе части асимптотических равенств сечений процессов (III) и (IV) могут быть проинтегрированы по всем остальным переменным и имеет место равенство

$$\frac{\partial^2 \sigma_{III}(S)}{\partial t\, \partial W} \approx \frac{\partial^2 \sigma_{IV}(S)}{\partial t\, \partial W}, \quad S \to \infty. \qquad (1)$$

Такие соотношения уже легче проверить на опыте, так как для определения $\frac{\partial^2 \sigma_J}{\partial t\, \partial W}$ $(J = I, II, III, IV)$ достаточно измерить импульс (угол вылета и энергию) частицы отдачи.

Настоящая работа является продолжением работы /6/. Мы обобщим результаты /6/ на случай частиц со спинами и установим асимптотические соотношения типа (1) для конкретных физических процессов.

2. Мезон-барионное столкновение: рождение мезон-резонансов

Обобзначим через p и p' , q и q_1 4-импульсы частиц b и b' и a и a_1 (или $\tilde{\tilde{a}}$ и $\tilde{\tilde{a}}_1$) соответственно и рассмотрим сначала случай, когда b и b' -спинорные частицы, a и a_1 - скалярные или псевдоскалярные.

Через $T^J(p,q;p'q_i)$ обозначим амплитуды процессов (III) и (IV). Из соображений инвариантности следует, что T^J имеют вид:

$$T^J(p,q;p'q_i) = \sum_{i=1}^{4} \bar{U}(p')\Gamma_i U(p) F_i^J(\omega,t,W\ldots) \quad . \qquad (2)$$

Инвариантные амплитуды $F_i^J(\omega,t\ldots)$ зависят от $3n-1$ скалярных переменных:

$$S = -(p+q)^2, \qquad t = -(p-p')^2, \qquad W^2 = -\left(\sum_{j=1}^{n} q_j\right)^2,$$

$$W_i^2 = -k_{i+1}^2 \quad , \quad \text{где} \quad k_i = \sum_{j=i} q_j \quad , \quad i = 1,\ldots,n-1 \quad , \qquad (3)$$

$$t_i = -(q-k_{i+1})^2, \quad \eta_i \equiv e^{2\xi_i} = \frac{q_i(p+p')}{k_{i+1}(p+p')} .$$

Вместо S удобно рассматривать переменную ω, которая связана с S соотношением

$$S = 2^n \omega \prod_{i=1}^{n-1} \mathrm{ch}\,\xi_i \, e^{\xi_1-\xi_{n-1}} \sqrt{M^2-t/4} + M^2 + \frac{W^2+m^2-t}{2} . \qquad (4)$$

В (2) Γ_i имеют вид:

либо (случай 1)

$$\Gamma_1 = 1 \;, \Gamma_2 = i(\hat{q}+\hat{q}_1), \;\; \Gamma_3 = i(\hat{q}-\hat{q}_1), \;\; \Gamma_4 = (\hat{q}+\hat{q}_1)(\hat{q}-\hat{q}_1) ;$$

$$(5)$$

либо (случай 2)

$$\Gamma_1 = \gamma_5 \;, \Gamma_2 = -i\gamma(\hat{q}+\hat{q}_1), \; \Gamma_3 = -i\gamma_5(\hat{q}-\hat{q}_1), \; \Gamma_4 = +i\gamma_5(\hat{q}+\hat{q}_1)(\hat{q}-\hat{q}_1)$$

в зависимости от внутренних четностей частиц.

В асимптотике амплитуды T^J совпадают с асимптотическими амплитудами T^J_∞ /7/. Соответствующие асимптотические инвариантные амплитуды, входящие в выражения вида (2), будем обозначать через $F^J_i(\omega)_\infty$.

Как и в случае скалярных частиц, между амплитудами процессов (III) и (IV) существует следующее соотношение перекрестной симметрии:

$$T^{III}_\infty(pq;p'q_1) = T^{IV}_\infty(p',-q;p,-q_1)^*. \tag{6}$$

Подставляя (2) и (5) в (6), мы получим соотношения перекрестной симметрии между инвариантными амплитудами:

$$F_1^{III}(\omega,t\ldots)_\infty = F_1^{IV}(-\omega,t,\ldots)^*_\infty ,$$

$$F_i^{III}(\omega,t\ldots)_\infty = -F_i^{IV}(-\omega,t,\ldots)^*_\infty , \quad i=2,3,4, \tag{7}$$

в случае 1) и

$$F_i^{III}(\omega,t,\ldots)_\infty = -F_i^{IV}(-\omega,\ldots)^*_\infty , \quad i=1,2;3,$$

$$F_4^{III}(\omega,t,\ldots)_\infty = F_4^{IV}(-\omega)^*_\infty \tag{8}$$

в случае 2).

Дифференциальные сечения процессов (III) и (IV)

$$\frac{\partial^{3n-2}\sigma_J(\omega,t\ldots)}{\partial t\,\partial W^2\ldots\partial\xi_{n-1}} \tag{9}$$

пропорциональны величинам

$$H^J = \sum_{i=1}^{4} A_i^J |F_i^J|^2 + \sum_{j>i} A_{ij}^J \operatorname{Re} F_i^J F_j^{J*} , \tag{10}$$

где в асимптотике $\omega \to \infty$

$A_1 = -2t + 8M^2$; $A_2 = 2(S_1 + S_2)^2$; $A_3 = 2(S_1 - S_2)^2$;

$A_4 = 2[W_2^2 - t - t_1 - W_1^2 - 2m^2][S_1 - S_2]^2 + 2[-W_2^2 + t + t_1 + W_1^2 - 2m^2][S_1 + S_2]^2$;

$A_{12} = 4M(S_1 + S_2) = A_{21}$; $A_{13} = A_{31} = 4M(S_1 - S_2)$;

$A_{14} = A_{41} = -2S_2(2m^2 + 2M^2) + 4[S_1(\frac{t_1 - t + m^2}{2} - M^2) + S_3(\frac{W_1^2 - t + m^2}{2} + M^2)]$;

$A_{23} = 2(S^2 - S_2^2)$; $A_{24} = -2M^2[W_2^2 - t - t_1 - W_1^2 - 2m^2][W_1^2 - 2t + t_1 - 2M^2]$;

$A_{34} = 2M[W_1^2 + t_1 + t - W_2^2 - 2m^2][2M^2 + W_1^2 - t_1 - 2m^2]$

в случае 1) и

$A_1 = 2t$; $A_2 = -2(S_1 + S_2)^2$; $A_3 = -2(S_1 - S_2)^2$;

$$A_4 = -2(W_2^2 - t - t_1 - W_1^2 - 2m^2][S_1 - S_2]^2 + \\ + 2[W_2^2 - t - t_1 - W_1^2 + 2m^2][S_1 + S_2]^2 ; \tag{11}$$

$A_{12} = 2M[W_1^2 + 2M^2 - t_1 - 2m^2]$, $A_{13} = 2M[W_1^2 - 2t + t_1 - 2M^2]$;

$A_{14} = 2S_2(2m^2 + 2M^2) + 4[S_1(\frac{t_1 - t + m^2}{2} - M^2) + S_3(\frac{W_1^2 - t + m^2}{2} + M^2)$;

A_{23} $2(S_2^2 - S)$;

$$A_{24}\ -4M[W_2^2-W_1^2-t-t_1-2m^2][S_1-S_2];$$

$$A_{34}=-4M[W_2+2m^2-t-t_1-W_1^2][S_1+S_2] \tag{11}$$

в случае 2 .

Здесь для удобства записи мы ввели величины

$$S_1=-2^n\omega\prod_{i=1}^{n-1}\mathrm{ch}\,\xi_i\, e^{\xi_i-\xi_{n-1}}\sqrt{M^2-t/4}+\frac{W_1^2-t+m^2}{2}+M^2;$$

$$S_2=-2^{n-1}\omega e^{2\xi_1}\prod_{i=2}^{n-1}\mathrm{ch}\,\xi_i\, e^{\xi_i-\xi_{n-1}}\sqrt{M^2-t/4}-\frac{t_1-t+m^2}{2}+M^2;$$

$$S_3=-2^{2n-1}\omega e^{2\xi_1}\prod_{i=2}^{n-1}\mathrm{ch}\,\xi_i\, e^{\xi_i-\xi_{n-1}}\sqrt{M^2-t/4}+\frac{t_1-t+m^2}{2}-M^2.$$

Пользуясь выражениями (10) и (11) для сечений и соотношениями перекрестной симметрии (7) и (8), можно получить с помощью метода работы /8/ асимптотическое равенство дифференциальных сечений:

$$\frac{\partial^{3n-2}\sigma_{III}}{\partial t\,\partial W^2\ldots\partial\xi_{n-1}}\approx\frac{\partial^{3n-2}\sigma_{IV}}{\partial t\,\partial W^2\ldots\partial\xi_{n-1}}.$$

Как было показано в /6/, можно проинтегрировать обе части этого равенства по переменным t_i, W_i, ξ_i при фиксированных t и W^2 и просуммировать по всем возможным каналам. В результате получим окончательно соотношения

$$\frac{\partial^2\sigma(a+b\to\ldots b')}{\partial t\,\partial W^2}\approx\frac{\partial^2\sigma(\bar{a}+b'\to\ldots b)}{\partial t\,\partial W^2}, \tag{12}$$

В частности, имеет место асимптотическое равенство дифференциальных сечений процессов:

$$\pi^+ + P\to\ldots p \quad \text{и} \quad \pi^- + P\to\ldots P,$$

$$K^+ + P\to\ldots p \quad \text{и} \quad K^- + P\to\ldots P.$$

Для экспериментальной проверки этих равенств достаточно измерить сечения при заданных значениях импульса протона отдачи, не регистрируя все остальные мезоны. В частном случае, когда системы мезонов рождаются в резонансных состояниях, мы имеем асимптотические равенства между сечениями перекрестных неупругих процессов с рождением резонансов, например,

$$\pi^{+} + P \to \rho^{+} + P \quad \text{и} \quad \pi^{-} + P \to \rho^{-} + P \;,$$

$$K^{+} + P \to K^{+} + P \quad \text{и} \quad K^{-} + P \to K^{-} + P .$$

Сделаем одно важное замечание. Если бы мы рассмотрели ρ -мезон, K -мезон и другие резонансы как стабильные частицы, описываемые квантовыми полями, то мы получили бы асимптотические равенства сечений этих резонансов непосредственно из результатов работы /5/. Однако мы показали, что в действительности в таком неоправданном предположении нет необходимости.

3. Мезон-барионное столкновение: рождение барионных резонансов

Теперь перейдем к случаю, когда частицы a и a_1 имеют спин 1/2, а частицы b, b' и $a_2 \ldots a_n$ имеют нулевой спин, сохраняя при этом прежние обозначения для импульсов. В этом случае процесс типа (IV) не реализуется на опыте, вместо него введем процесс

$$a + \tilde{\tilde{b}}' \to a_1 + \ldots + a_n + \tilde{\tilde{b}} \;, \qquad (V)$$

матричный элемент которого в силу C -инвариантности равен матричному элементу процесса (IV).

Матричные элементы этих процессов имеют вид:

$$\begin{aligned} T^{J}(p, q; p' q_1) &= \bar{U}(q_1) M^{J}(pq; p' q_1) U(q) , \\ M^{J}(pq; p' q_1) &= \sum_{i=1}^{4} \Gamma_i F_i^{J}(\omega, t ..) , \end{aligned} \qquad (13)$$

где Γ_i можно выбрать следующим образом:

случай 1:

$$\Gamma_1 = 1;\ \Gamma_2 = i(\hat{p}+\hat{p}');\ \Gamma_3 = i(\hat{p}-\hat{p}');\ \Gamma_4 = (\hat{p}+\hat{p}')(\hat{p}-\hat{p}');$$

случай 2:

$$\Gamma_1 = \gamma_5;\ \Gamma_2 = -i\gamma_5(\hat{p}+\hat{p}');\ \Gamma_3 = -i\gamma_5(\hat{p}-\hat{p}');\ \Gamma_4 = \gamma_5(\hat{p}+\hat{p}')(\hat{p}-\hat{p}'), \tag{14}$$

Используя метод работы /8/, мы можем установить следующее соотношение перекрестной симметрии между амплитудами процессов (III) и (IV):

$$M^{III}(p\ q; p'q_1) = \gamma_4\,[C^{-1} M^{V}(p', -q; p, -q_1)C]^{*}\,\gamma_4, \tag{15}$$

где C – матрица зарядового сопряжения

$$C^{-1}\gamma_\mu C = -\gamma_\mu^T\ ,\ C^T = -C \tag{16}$$

(см. также /9/). Подставляя (13) и (14) в (15), мы получаем

$$F_i^{III}(\omega, t\ldots)_\infty = (-1)^{i+1}\ F_i^{V}(-\omega, t\ldots)^*_\infty \tag{17}$$

независимо от четностей частиц. Повторяя те же рассуждения, которые проводились в связи с (12), мы имеем:

$$\frac{\partial^2\sigma_{III}(b+a\to b'+\ldots)}{\partial t\,\partial W^2} \approx \frac{\partial^2\sigma_{V}(\tilde{b}'+a\to\tilde{b}+\ldots)}{\partial t\,\partial W^2}\ . \tag{18}$$

В частности, имеет место асимптотическое равенство дифференциальных сечений процессов:

$$\pi^+ + P \to \pi^+ + \ldots \quad \text{и} \quad \pi^- + P \to \pi^- + \ldots,$$

$$K^+ + P \to K^+ + \ldots \quad \text{и} \quad K^- + P \to K^- + \ldots,$$

$$\pi^+ + P \to K^+ + \ldots \quad \text{и} \quad K^- + P \to \pi^- + \ldots,$$

$$K^+ + P \to \pi^+ + \ldots \quad \text{и} \quad \pi^- + P \to K^- + \ldots .$$

Если же рассматривать рождение систем барион-мезон в резонансных состояниях, то имеем, например, равенство дифференциальных сечений процессов:

$$\pi^+ + P \to \pi^+ + \underbrace{\Delta^+}_{P+\pi^0} \quad \text{и} \quad \pi^- + P \to \pi^- + \underbrace{\Delta^+}_{P+\pi^0};$$

$$\pi^+ + P \to K^+ + \underbrace{Y^{*+}}_{\lambda+\pi^+} \quad \text{и} \quad K^+ + P \to \pi + \underbrace{Y^{*+}}_{\lambda+\pi^+}$$

4. Барион- барионные столкновения

Рассмотрим теперь случай, когда частицы $a(\tilde{\tilde{a}})$, $b(\tilde{\tilde{b}})$; $a_1(\tilde{\tilde{a}}_1)$ и $b'(\tilde{\tilde{b}}')$ имеют спин 1/2, а частицы $a_2(\tilde{\tilde{a}}_2)$ ..., $a_n(\tilde{\tilde{a}}_n)$ имеют нулевой спин.

Между амплитудами процессов (III) и (V) существует соотношение, аналогичное (15). Из соображений инвариантности следует, что амплитуды $M^J(pq;p'q_1)$ имеют вид:

$$M^{III}(pq;p'q_1) = \sum_{i=1}^{16} \Gamma_i(\hat{p})\bar{U}_{b'}(P')\Gamma_i(\hat{q})U_b(p)F_i^{III}(\omega,t\ldots),$$
$$M^V(pq;p'q_1) = \sum_{i=1}^{16} \Gamma_i(\hat{p})\bar{U}_b(p')\Gamma_i(\hat{q})U_{b'}(p)F_i^V(\omega,t), \tag{19}$$

где $\Gamma_i(\hat{p})$ можно выбрать независимо от четностей частиц:

$$\Gamma_i(\hat{p}) = \{1,1,1,1,i\hat{p}_1,i\hat{p}_1,i\hat{p}_1,i\hat{p}_1,i\hat{p}_2,i\hat{p}_2,i\hat{p}_2,i\hat{p}_2,\hat{p}_1\hat{p}_2,\hat{p}_1\hat{p}_2,\hat{p}_1\hat{p}_2,\hat{p}_1\hat{p}_2\},$$

а $\Gamma_i(\hat{q})$:

либо (случай 1)

$$\Gamma_1(\hat{q}) = \{ 1, i\hat{Q}, i\hat{K}, \hat{Q}\hat{K}, 1, i\hat{Q}, i\hat{K}, \hat{Q}\hat{K}, 1, i\hat{Q}, i\hat{K}, \hat{Q}\hat{K}, 1, i\hat{Q}, i\hat{K}, \hat{Q}\hat{K} \},$$

либо (случай 2)

$$\Gamma_1(\hat{q}) = \{ \gamma_5, i\hat{Q}\gamma_5, i\hat{K}\gamma_5, \hat{Q}\hat{K}\gamma_5, \gamma_5, i\hat{Q}\gamma_5, i\hat{K}\gamma_5, \hat{Q}\hat{K}\gamma_5, \gamma_5, i\hat{Q}\gamma_5, i\hat{K}\gamma_5, \hat{Q}\hat{K}\gamma_5, \gamma_5, i\hat{Q}\gamma_5, i\hat{K}\gamma_5, \hat{Q}\hat{K}\gamma_5 \}.$$

$$\hat{P}_1 = \hat{p} + \hat{p}'; \quad \hat{P}_2 = \hat{p} - \hat{p}', \quad \hat{Q} = \hat{q} + \hat{q}_1; \quad \hat{K} = \hat{q} - \hat{q}_1.$$

Из условий перекрестной симметрии (15) следует, что инвариантные амплитуды удовлетворяют следующим соотношениям:

в случае 1

$$F_i^{V}(-\omega, t\ldots)^*_\infty = F_i^{III}(\omega, t)_\infty, \quad i = 1,6,7,8,9,14,15,16,$$
$$F_i^{V}(-\omega)^*_\infty = -F_i^{III}(\omega)_\infty, \quad i = 2,3,4,5,10,11,12,13; \tag{20}$$

в случае 2

$$F_i^{V}(-\omega)^*_\infty = F_i^{III}(\omega)_\infty, \quad i = 4,5,6,7,12,13,14,15,$$
$$F_i^{V}(-\omega)^*_\infty = -F_i^{III}(\omega)_\infty, \quad i = 1,2,3,8,9,10,11,16. \tag{21}$$

Вычисляя дифференциальные сечения, используя соотношения перекрестной симметрии (20) и (21) и применяя рассуждения, аналогичные предыдущему, можно установить асимптотическое равенство процессов III и V . Заметим, что в силу C -инвариантности сечения процессов IV и V равны. Таким образом,

$$\frac{\partial^2\sigma_{III}(a+b\to\ldots b)}{\partial t\,\partial W^2} \approx \frac{\partial^2\sigma_{V}(a+\tilde{b}'\to\ldots\tilde{b})}{\partial t\,\partial W^2} \approx \frac{\partial^2\sigma_{IV}(\hat{a}+b'\to\hat{a}_1\ldots b)}{\partial t\,\partial W^2}.$$

В частности, имеют место равенства дифференциальных сечений:

$$p + p \to \ldots + p \quad \text{и} \quad \tilde{p} + p \to \ldots + p,$$
$$p + p \to p \ldots \quad \text{и} \quad \tilde{p} + p \to \tilde{p} + \ldots,$$

$$p + p \to n \ldots \quad \text{и} \quad \overset{\approx}{n} + p \to \overset{\approx}{p} + \ldots ,$$

$$p + p \to p + \underset{\hookrightarrow p+\pi^{o}}{\Delta^{+}} \quad \text{и} \quad \overset{\approx}{p} + p \to \overset{\approx}{p} + \underset{\hookrightarrow \pi^{o} + p}{\Delta^{+}} ,$$

$$p + p \to \Delta^{+} + p \quad \text{и} \quad \overset{\approx}{p} + p \to \overset{\approx}{\Delta}^{+} + p. \quad .$$

В заключение автор выражает глубокую благодарность А.А. Логунову и Нгуену Ван Хьеу за интерес к работе.

Литература

1. Померанчук. ЖЭТФ, <u>34</u>, 725 (1958).
2. L.Van Hove. Phys. Lett., <u>5</u>, 252 (1963).
3. A.A.Logunov, Nguyen van Hieu, I.T.Todorov. Ann. Phys., <u>31</u>, No.1, p. 203-234, 1965.
4. A.A.Logunov, Nguyen van Hieu, and I.T.Todorov. Nucl. Phys., <u>67</u>, 666 (1965).
5. А.А. Логунов, Нгуен Ван Хьеу, И.Т. Тодоров. УФН, <u>88</u>, 51 (1966).
6. Нгуен Нгок Тхуан. УФЖ, №11, 1769 (1968).
7. Н.Н. Мейман. ЖЭТФ, <u>46</u>, 1502 (1964).
8. Нгуен Ван Хьеу. Препринт ОИЯИ, Р-1564 (1964).
9. Nguyen van Hieu, K.V.Rerikh and A.A.Khelashvili . Nucl. Phys., <u>76</u>, 551-555 (1966).

Рукопись поступила в издательский отдел
22 ноября 1968 года.