ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 4129

С.М.Биленький

НАРУШЕНИЕ СР-ИНВАРИАНТНОСТИ В РАСПАДАХ К-МЕЗОНОВ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1968

Р2 - 4129

С.М.Биленький

НАРУШЕНИЕ СР-ИНВАРИАНТНОСТИ В РАСПАДАХ К-МЕЗОНОВ

1. Введение

Вскоре после того, как было показано, что гамильтониан слабых взаимодействий неинвариантен относительно пространственной инверсии P и зарядового сопряжения C, Ландау [1] выдвинул гипотезу о CP-инвариантности всех взаимодействий в природе, включая слабые взаимодействия.

Естественным следствием этой гипотезы явилась теория двухкомпонентного нейтрино. В 1964 году, однако, Крониным, Фитчем и др. [2] был обнаружен весьма редкий распад долгоживущих K_L -мезонов на два π -мезона. Если имеет место CP-инвариантность всех взаимодействий, то такой распад запрещен.

В последующие годы был выполнен целый ряд экспериментов, в которых результат Кронина и др. был подтвержден и уточнен. В экспериментах [3,4] наблюдалась зарядовая асимметрия в распадах $K_L \to \pi^{\pm} \ell^{\mp} \nu$, также являющаяся прямым доказательством нарушения CP-инвариантности.

В связи с этими опытами было выдвинуто много гипотез, которые привели к постановке целого ряда экспериментов по проверке C- и T-инвариантности сильных и электромагнитных взаимодействий.

До сих пор не было обнаружено эффектов, свидетельствующих о несохранении T либо C инвариантности сильных и электромагнитных взаимодействий. Важный результат этих экспериментов состоит в том, что верхние границы возможных T (C) неинвариантных амплитуд значительно снижены.

Здесь будут рассматриваться феноменологические вопросы, связанные с нарушением CP-инвариантности в распадах K^0-мезонов /5-11/. Вначале мы обсудим эффективное уравнение для системы $K^0-\bar{K}^0$. Затем будут рассмотрены распады $K_L \to 2\pi$ и лептонные распады K_L-мезонов. В заключение мы обсудим модель сверхслабого взаимодействия Вольфенштейна /12/.

II. Система $K^0-\bar{K}^0$, K_L и K_S - частицы

Получим эффективное уравнение для волновой функции системы, описываемой суперпозицией K^0-, $\bar{K}^0$-состояний /13,7/. Будем исходить из общего уравнения Шредингера

$$i\frac{\partial|\Psi(t)>}{\partial t}=H|\Psi(t)>, \tag{1}$$

где H - полный гамильтониан, а $|\Psi(t)>$-вектор состояния. Из (1) следует, что вектор состояния в любой момент времени $t>0$ связан с вектором состояния в начальный момент времени $t=0$ соотношением

$$|\Psi(t)>=e^{-iHt}|\Psi(0)>=\frac{-1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-iEt}\,dE}{E-H+i\epsilon}|\Psi(0)>. \tag{2}$$

Обозначим обратный оператор в (2) следующим образом:

$$G_+(E)=\frac{1}{E-H+i\epsilon}. \tag{3}$$

Полный гамильтониан H всегда может быть представлен в виде суммы

$$H=H_0+H_W, \tag{4}$$

где H_W - гамильтониан слабых взаимодействий, а H_0 представляет собой сумму свободного гамильтониана и гамильтонианов сильных и электромагнитных взаимодействий. Обозначим через $|K^0>$ и $|\bar{K}^0>$ нормированные векторы состояний K^0- и $\bar{K}^0$- частиц в их системах покоя.

Векторы $|K^0>$ и $|\bar{K}^0>$ являются собственными векторами оператора H_0 x).

Будем предполагать, что гамильтониан H_0 инвариантен относительно CPT преобразования. Тогда $|K^0>$ и $|\bar{K}^0>$ являются вырожденными собственными векторами H_0:

$$\begin{aligned}H_0|K^0>&=m|K^0>\\ H_0|\bar{K}^0>&=m|\bar{K}^0>,\end{aligned} \tag{5}$$

где m - масса $K^0(\bar{K}^0)$ частицы.

Обозначим все другие собственные функции гамильтониана H_0 через $|i>$. Имеем

$$H_0|i>=E_i|i>.$$

Далее, будем обозначать векторы $|K^0>$ и $|\bar{K}^0>$ через $|\alpha>$ ($\alpha=1,2$; $|K^0>=|1>$, $|\bar{K}^0>=|2>$). Очевидно, что $<\alpha|i>=0$. Вектор $|\Psi(t)>$ всегда можно разложить по полной системе собственных векторов оператора H_0

$$|\Psi(t)>=\sum_\alpha|\alpha>a_\alpha(t)+\sum_i|i>b_i(t). \tag{6}$$

Предположим, что в начальный момент времени $t=0$ вектор состояния системы представляет собой суперпозицию $|K^0>$ и $|\bar{K}^0>$ состояний, т.е. что

$$|\Psi(0)>=\sum_\alpha|\alpha>a_\alpha(0). \tag{7}$$

Получим уравнение для волновой функции $a_\alpha(t)$.

Ясно, что процессы в системе, которая в начальный момент времени представляет собой суперпозицию K^0 и $\bar{K}^0$ частиц, обусловлены наличием слабых взаимодействий (распады, переходы $|K^0>\to|\bar{K}^0>$). Слабые взаимодействия могут быть рассмотрены по теории возмущений.

---

x) $|K^0>$ и $|\bar{K}^0>$ - собственные функции оператора странности; они не могут быть собственными функциями полного гамильтониана H, т.к. оператор H не коммутирует с оператором странности.

Умножая (2) на вектор $\langle a|$, получаем

$$\langle a|\Psi(t)\rangle = a_a(t) = \frac{-1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty} dE\, e^{-iEt} \sum_{a'} \langle a|G_+(E)|a'\rangle a_{a'}(0). \tag{8}$$

Из (3) и (4) нетрудно видеть, что оператор $G_+(E)$ удовлетворяет уравнению

$$G_+(E) = \frac{1}{E-H_0+i\epsilon} + \frac{1}{E-H_0+i\epsilon} H_W G_+(E). \tag{9}$$

Отсюда можно получить уравнение для интересующего нас матричного элемента $\langle a|G_+(E)|a'\rangle$. Действительно, из (9) находим

$$\langle a|G_+(E)|a'\rangle = \frac{\delta_{a'a}}{E-m+i\epsilon} + \frac{1}{E-m+i\epsilon}\Big[\sum_{a''}\langle a|H_W|a''\rangle\langle a''|G_+(E)|a\rangle + \sum_i \langle a|H_W|i\rangle\langle i|G_+(E)|a'\rangle\Big]. \tag{10}$$

Для того чтобы связать матричный элемент $\langle i|G_+(E)|a\rangle$, входящий в правую часть (10), с матричным элементом $\langle a''|G_+(E)|a\rangle$, обратимся к операторному уравнению (9). Получаем

$$\langle i|G_+(E)|a\rangle = \frac{1}{E-E_i+i\epsilon}\Big[\sum_{a''}\langle i|H_W|a''\rangle\langle a''|G_+(E)|a\rangle + \sum_{i'}\langle i|H_W|i'\rangle\langle i'|G_+(E)|a\rangle\Big]. \tag{11}$$

Итерируя это уравнения, находим

$$\langle i|G_+(E)|a\rangle = \frac{1}{E-E_i+i\epsilon}\sum_{a''}\Big[\langle i|H_W|a''\rangle + \sum_{i'}\langle i|H_W|i'\rangle\frac{1}{E-E_{i'}+i\epsilon}\langle i'|H_W|a''\rangle + \ldots\Big]\langle a''|G_+(E)|a\rangle. \tag{12}$$

В квадратных скобках - ряд по степеням константы слабого взаимодействия G.

С помощью (10) и (12) получаем

$$\langle a|G_+(E)|a'\rangle = \frac{\delta_{a'a}}{E-m+i\epsilon} + \frac{1}{E-m+i\epsilon}\sum_{a''}\langle a|R(E)|a''\rangle\langle a''|G_+(E)|a\rangle, \text{ где} \tag{13}$$

$$\langle a|R(E)|a''\rangle = \langle a|H_W|a''\rangle + \sum_i \langle a|H_W|i\rangle\frac{1}{E-E_i+i\epsilon}\langle i|H_W|a''\rangle + \sum_{i,i'}\langle a|H_W|i\rangle\frac{1}{E-E_i+i\epsilon}\langle i|H_W|i'\rangle\frac{1}{E-E_{i'}+i\epsilon}\langle i'|H_W|a''\rangle + \ldots \tag{14}$$

Обозначим через $\underline{G}_+(E)$ и $\underline{R}(E)$ 2x2 матрицы с элементами $\langle a|G_+(E)|a'\rangle$ и $\langle a|R(E)|a'\rangle$. Тогда уравнение (13) может быть записано следующим образом:

$$\underline{G}_+(E) = \frac{1}{E-m+i\epsilon} + \frac{1}{E-m+i\epsilon}\underline{R}(E)\underline{G}_+(E). \tag{13a}$$

Отсюда находим, что

$$\underline{G}_+(E) = \frac{1}{E-m-\underline{R}(E)+i\epsilon}. \tag{15}$$

Отметим, что при получении этого выражения не делалось никаких приближений. Матрица $\underline{R}(E)$ представляет собой ряд по степеням константы слабых взаимодействий G. Подставляя (15) в (8), получаем

$$a(t) = \frac{-1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-iEt}\,dE}{E-m-\underline{R}(E)+i\epsilon}\,a(0), \tag{16}$$

где

$$a(t) = \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \end{pmatrix}.$$

Элементы матрицы $\underline{R}(E)$ много меньше массы m. Это означает, что полюс подинтегрального выражения близок к m. Заменим поэтому в (16) $\underline{R}(E) \to \underline{R}(m)$. Это приближение называетс риближением Вайскопфа-Вигнера /14/. Оно основано на малости взаимодействия, вызывающего переходы между базисными состояниями. В приближении Вайскопфа-Вигнера из (16) находим x)

$$a(t) = e^{-i\mathcal{H}t}\, a(0), \tag{17}$$

где 2x2 матрица $\mathcal{H}$ равна

$$\mathcal{H} = m + \underline{R}(m). \tag{18}$$

Таким образом, для волновой функции $a(t)$, описывающей $K^0-\bar{K}^0$ систему, мы получили следующее уравнение

$$i\frac{\partial a(t)}{\partial t} = \mathcal{H}\, a(t). \tag{17a}$$

Из (14), учитывая, что

$$\frac{1}{m - E_i + i\epsilon} = P\frac{1}{m - E_i} - i\pi\delta(m - E_i), \tag{19}$$

получаем, что эффективный гамильтониан системы равен

$$\mathcal{H} = M - \frac{i}{2}\Gamma, \tag{20}$$

где M и Γ – 2x2 матрицы с элементами

$$M_{\alpha'\alpha} = m\delta_{\alpha'\alpha} + \langle\alpha'|H_W|\alpha\rangle + P\sum_i \langle\alpha|H_W|i\rangle\frac{1}{m - E_i}\langle i|H_W|\alpha\rangle$$

$$\Gamma_{\alpha'\alpha} = 2\pi\sum_i\langle\alpha'|H_W|i\rangle\langle i|H_W|\alpha\rangle\delta(E_i - m). \tag{21}$$

В этих выражениях мы ограничились членами второго порядка по G. Из эрмитовости гамильтониана H_W вытекает, как нетрудно видеть, что

x) Отметим, что для получения (17) необходимо, чтобы собственные значения $\mathcal{H}$ обладали отрицательной мнимой частью. Ниже мы покажем (см. (28) и (31)), что это действительно так.

$$M^+ = M, \quad \Gamma^+ = \Gamma. \tag{22}$$

Таким образом, эффективный гамильтониан $\mathcal{H}$ неэрмитов.

Из выражений (21) очевидно, что $\Gamma_{11}(\Gamma_{22})$ – полная вероятность распада K^0 ($\bar{K}^0$) – частицы, а $M_{11}(M_{22})$ – масса K^0 ($\bar{K}^0$) – частицы с учетом поправок, возникающих за счет слабых взаимодействий. Недиагональные элементы матриц Γ и M отличны от нуля, и это, как мы увидим ниже, крайне существенно для физики K – мезонов.

Посмотрим теперь, какие ограничения на элементы матрицы $\mathcal{H}$ накладывают принципы инвариантности. Оператор CP антикоммутирует с оператором странности. Всегда можно положить, что

$$|\bar{K}^0\rangle = CP|K^0\rangle. \tag{23}$$

Будем предполагать, что полный гамильтониан $H = H_0 + H_W$ инвариантен относительно CPT-преобразования, т.е. что

$$(CPT)^{-1}H\, CPT = H. \tag{24}$$

Из (21) и (24) нетрудно убедиться, что

$$\mathcal{H}_{11} = \mathcal{H}_{22}. \tag{25}$$

Ясно также, что никаких ограничений на $\mathcal{H}_{12}$ и $\mathcal{H}_{21}$ CPT-инвариантность не накладывает.

Если гамильтониан слабых взаимодействий инвариантен относительно CP-преобразования ($(CP)^{-1}H_W CP = H_W$), то кроме соотношения (25) получаем также, что

$$\mathcal{H}_{12} = \mathcal{H}_{21}. \tag{26}$$

Найдем теперь собственные функции эффективного гамильтониана $\mathcal{H}$. Имеем

$$\mathcal{H} a_S = \lambda_S a_S$$

$$\mathcal{H} a_L = \lambda_L a_L . \qquad (27)$$

Гамильтониан $\mathcal{H}$ неэрмитов. Его собственные значения λ_S и λ_L - комплексные числа. Представим λ_S и λ_L в виде

$$\lambda_S = m_S - \frac{i}{2}\Gamma_S ,$$

$$\lambda_L = m_L - \frac{i}{2}\Gamma_L , \qquad (28)$$

где $m_{S,L}$ и $\Gamma_{S,L}$ действительны. Выясним физический смысл этих величин. Будем считать, что функции a_S и a_L нормированы. Из (20) (22) (27) и (28) находим, что

$$(a_S^+ \Gamma a_S) = \Gamma_S$$

$$(a_L^+ \Gamma a_L) = \Gamma_L . \qquad (29)$$

Далее, используя (21), получаем

$$\Gamma_S = 2\pi \sum_i |<i|H_w|K_S>|^2 \delta(E_i - m) \qquad (30)$$

$$\Gamma_L = 2\pi \sum_i |<i|H_w|K_L>|^2 \delta(E_i - m), \qquad (31)$$

где

$$|K_S> = \sum_\alpha |\alpha> a_S(\alpha)$$

$$|K_L> = \sum_\alpha |\alpha> a_L(\alpha). \qquad (32)$$

Из (30) и (31) следует, что Γ_S и Γ_L представляют собой полные вероятности распада состояний, описываемых векторами $|K_S>$ и $|K_L>$. Аналогично находим, что $m_S = (a_S^+ M a_S)$ и $m_L = (a_L^+ M a_L)$ - массы соответствующих состояний с учетом поправок, происходящих от слабых взаимодействий.

Если в качестве начальных функций в (17) выбраны a_S и a_L, то из (27) и (28) следует, что

$$a_S(t) = e^{-i\mathcal{H}t} a_S = e^{-im_S t - t\Gamma_S/2} a_S$$

$$a_L(t) = e^{-i\mathcal{H}t} a_L = e^{-im_L t - t\Gamma_L/2} a_L \qquad (33)$$

Таким образом, волновые функции таких состояний зависят от времени экспоненциально, причем $\tau_S = \frac{1}{\Gamma_S}$ и $\tau_L = \frac{1}{\Gamma_L}$ - времена жизни. На опыте [15] $\tau_S = (0,87 \pm 0,009) \cdot 10^{-10}$ сек, $\tau_L = (5,73 \pm 0,25)10^{-8}$ сек. Частицы, описываемые волновыми функциями a_S и a_L, принято называть короткоживущим и долгоживущим K^0 - мезоном.

Найдем теперь волновые функции K_S - и K_L - мезонов. Матрицу $\mathcal{H}$ представим в виде

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{11} I + A , \qquad (34)$$

где I - единичная 2x2 матрица, а

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \mathcal{H}_{12} \\ \mathcal{H}_{21} & 0 \end{pmatrix}. \qquad (35)$$

Из (27) и (34) получаем

$$A a_{S,L} = \mu_{S,L} a_{S,L} , \qquad (36)$$

где

$$\mu_{S,L} = \lambda_{S,L} - \mathcal{H}_{11} .$$

Отсюда находим

$$\mu_{S,L} = \pm \sqrt{\mathcal{H}_{12}\mathcal{H}_{21}} . \qquad (37)$$

Введем обозначения

$$\sqrt{\mathcal{H}_{12}} = p \quad , \quad \sqrt{\mathcal{H}_{21}} = q . \qquad (38)$$

Запишем функции $a_{S,L}$ в виде

$$a_{S,L} = \begin{pmatrix} a_{S,L}(1) \\ a_{S,L}(2) \end{pmatrix} .$$

Из (36) и (37) получаем, что

$$a_{S,L}(2) = \pm \frac{q}{p} \cdot a_{S,L}(1) . \qquad (39)$$

Используя условия нормировки, находим

$$| a_{S,L}(1) | = \frac{1}{(1 + |\frac{q}{p}|^2)^{1/2}} . \qquad (40)$$

Таким образом, решения уравнений (27) имеют следующий вид:

$$a_{S,L} = \begin{pmatrix} 1 \\ \pm \frac{q}{p} \end{pmatrix} \frac{\xi_{S,L}}{(1 + |\frac{q}{p}|^2)^{1/2}} , \qquad (41)$$

где $\xi_{S,L}$ - произвольные фазовые множители. Собственные значения λ_S и λ_L равны

$$\lambda_{S,L} = \mathcal{H}_{11} \pm pq . \qquad (42)$$

Фазовые множители могут быть включены в волновые функции a_S и a_L. Таким образом, функции a_S и a_L характеризуются одним комплексным параметром ($\frac{q}{p} = \sqrt{\frac{\mathcal{H}_{21}}{\mathcal{H}_{12}}}$). Если справедлива СР-инвариантность, этот этот параметр равен единице, и из (41) получаем

$$a_{1,2} = \begin{pmatrix} 1 \\ \pm 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} .$$

В этом случае собственные функции эффективного гамильтониана $\mathcal{H}$ являются также собственными функциями оператора СР. Вместо $\frac{q}{p}$ введем параметр

$$\epsilon = \frac{p - q}{p + q} . \qquad (43)$$

Параметр ϵ характеризует нарушение СР-инвариантности (если СР сохраняется, то $\epsilon = 0$). Из (41) и (43) следует, что волновые функции a_S и a_L могут быть определены следующим образом:

$$a_{S,L} = \frac{1}{\sqrt{2(1 + |\epsilon|^2)}} \begin{pmatrix} 1 + \epsilon \\ \pm(1 - \epsilon) \end{pmatrix} . \qquad (44)$$

Векторы $|K_S>$ и $|K_L>$ (см. 32) равны

$$|K_S> = \frac{1}{\sqrt{2(1 + |\epsilon|^2)}} [(1+\epsilon)|K^0> + (1-\epsilon)|\bar{K}^0>]$$

$$|K_L> = \frac{1}{\sqrt{2(1 + |\epsilon|^2)}} [(1+\epsilon)|K^0> - (1-\epsilon)|\bar{K}^0>] . \qquad (45)$$

Параметр ϵ , как мы увидим ниже, может быть определен из опыта. Покажем, что разность матричных элементов $\mathcal{H}_{12} - \mathcal{H}_{21}$ непосредственно связана с величинами, измеряемыми на опыте. Умножая числитель и знаменатель выражения (43) на $p + q$ и используя очевидное соотношение

$$(p+q)^2 = \frac{4pq}{1 - \epsilon^2} ,$$

получаем

$$\frac{\epsilon}{1-\epsilon^2}=\frac{\mathcal{H}_{12}-\mathcal{H}_{21}}{4pq}. \qquad (46)$$

Из (42) и (28) находим

$$2pq=\lambda_S-\lambda_L=(m_S-m_L)-\frac{i}{2}(\Gamma_S-\Gamma_L). \qquad (47)$$

Таким образом, знаменатель выражения (46) определяется разностью масс и полных ширин K_S- и K_L-мезонов. На опыте /16/

$$\Delta m=m_L-m_S=(0{,}460\pm0{,}02)\,\Gamma_S\;.$$

$$\Gamma_L=1{,}52\cdot10^{-3}\,\Gamma_S\,.$$

Далее из опытов следует, что $|\epsilon|\approx10^{-3}$. Пренебрегая в знаменателе (46) ϵ^2 по сравнению с единицей, получаем окончательно

$$\epsilon=\frac{\mathcal{H}_{12}-\mathcal{H}_{21}}{2(\lambda_S-\lambda_L)}. \qquad (48)$$

Знаменатель этого выражения определяется квадратом константы слабого взаимодействия G. В числителе - члены, содержащие гамильтониан слабых взаимодействий линейно, квадратично, и т.д. Такая структура выражения для ϵ допускает возможность введения нового CP-неинвариантного взаимодействия с чрезвычайно малой константой ($\approx10^{-9}G$), которое объяснило бы наблюдаемые на опыте эффекты ($|\epsilon|\approx10^{-3}$). Ниже мы более подробно обсудим эту возможность (сверхслабое взаимодействие Вольфенштейна /11/).

В заключение вернемся к рассмотрению уравнений (27). Нетрудно видеть, что при нарушении CP-инвариантности функции a_S и a_L неортогональны. Действительно, из (44) получаем

$$(a_S^+a_L)=\langle K_S|K_L\rangle=\frac{2\,\mathrm{Re}\,\epsilon}{1+|\epsilon|^2}. \qquad (49)$$

Используя уравнения (27), легко получить соотношение, связывающее скалярное произведение $(a_S^+a_L)$ с величинами, измеряемыми на опыте. Из (27) находим

$$(a_S^+\mathcal{H}a_L)=\lambda_L(a_S^+a_L)$$

$$(a_S^+\mathcal{H}^+a_L)=\lambda^*_S(a_S^+a_L). \qquad (50)$$

Вычитая из первого соотношения второе и используя (20) и (22), получаем

$$(a_S^+\Gamma a_L)=i(\lambda_L-\lambda^*_S)(a_S^+a_L). \qquad (51)$$

Это соотношение носит название соотношения унитарности. Оно будет использовано нами в дальнейшем.

III. Распады $K_L\to2\pi$. Лептонные распады K_L-мезонов

Здесь мы рассмотрим распады долгоживущих K-мезонов на два π-мезона и лептонные распады K_L-мезонов ($K_L\to\pi^{\pm}\ell^{\mp}\nu$). Непосредственно на опыте измеряются следующие величины

$$\eta_{+-}=\frac{\langle\pi^+\pi^-|T|K_L\rangle}{\langle\pi^+\pi^-|T|K_S\rangle},\qquad \eta_{00}=\frac{\langle\pi^0\pi^0|T|K_L\rangle}{\langle\pi^0\pi^0|T|K_S\rangle}. \qquad (52)$$

Здесь T - матрица распада, а $|\pi^+\pi^-\rangle$ ($|\pi^0\pi^0\rangle$) - вектор состояния π^+- и π^--мезонов (двух π^0-мезонов), возникающих при распаде $K_{S,L}$-мезонов. Параметры η_{+-} и η_{00} характеризуют нарушение CP-инвариантности в распадах $K_L\to2\pi$ (если CP сохраняется, то $\eta_{+-}=\eta_{00}=0$). Свяжем η_{+-} и η_{00} с параметром ϵ, характеризующим $|K_L\rangle$ и $|K_S\rangle$ состояния и параметрами, определяемыми амплитудами распада K^0 и $\bar{K}^0$-мезонов на два π-мезона. Для этого разложим векторы $|\pi^+\pi^-\rangle$ и $|\pi^0\pi^0\rangle$ по состояниям с определенным полным изотопическим спином и его проекцией. Учитывая, что состояние $|\pi^+\pi^-\rangle$

симметрично (статистика Бозе-Эйнштейна), получаем

$$|\pi^+\pi^-> = \sqrt{\frac{2}{3}}\,|0> + \sqrt{\frac{1}{3}}\,|2>$$

$$|\pi^0\pi^0> = \sqrt{\frac{1}{3}}\,|0> - \sqrt{\frac{2}{3}}\,|2>. \tag{53}$$

Здесь $|0>$ ($|2>$) – вектор состояния системы двух π -мезонов, возникающих от распада $K_{S,L}$ -мезонов, с полным изотопическим спином, равным 0(2). Параметры η_{+-} и η_{00} выражаются через параметр ϵ и амплитуды

$$<I|T|K^0> \quad <I|T|\bar{K}^0> \quad (I=0,2).$$

Если имеет место CP-инвариантность, то, очевидно, что

$$<I|T|K^0> = <I|T|\bar{K}^0>. \tag{54}$$

При нарушении CP-инвариантности соотношения (54) в общем случае не выполняются. Используя унитарность S -матрицы и CPT-инвариантность, мы покажем, однако, что матричные элементы $<I|T|K^0>$ и $<I|T|\bar{K}^0>$ связаны соотношениями

$$<I|T|\bar{K}^0>^* = e^{-2i\delta_I}<I|T|K^0>. \tag{55}$$

Здесь δ_I -фаза $\pi\pi$ -рассеяния в состоянии с орбитальными моментом $\ell=0$ и полным изотопическим спином I при полной энергии в с.ц.и., равной массе K^0 -мезона.

Действительно, из условия унитарности S матрицы ($S^+S=1$) получаем

$$i(T^+ - T) = T^+T, \tag{56}$$

где

$$S = 1 + iT. \tag{57}$$

Из (56) находим

$$i(<K^0|T|I>^* - <I|T|K^0>) = <I|T^+T|K^0>$$

$$= \sum_n <I|T^+|n><n|T|K^0>. \tag{58}$$

Очевидно, что главный вклад в сумму по промежуточным состояниям $|n>$ дает состояние $|I>$ (переходы $2\pi\to 3\pi$ запрещены сохранением G -четности, состояния $|\pi\pi\gamma>$ дают вклад $\lesssim\alpha$ от вклада основного члена и т.д.). Таким образом, с точностью до членов $\lesssim\alpha$ получаем

$$<K^0|T|I>^* - <I|T|K^0> = <I|(S^+-1)|I><I|T|K^0>. \tag{59}$$

Учитывая, что

$$<I|S|I> = e^{2i\delta_I}, \tag{60}$$

где δ_I - соответствующая фаза $\pi-\pi$ - рассеяния, получаем отсюда следующее соотношение

$$<K^0|T|I>^* = e^{-2i\delta_I}<I|T|K^0>. \tag{61}$$

Если имеет место T-инвариантность, то матричный элемент $<K^0|T|I>$ равен матричному элементу $<I|T|K^0>$ и из (61) находим, что фаза $<I|T|K^0>$ равна фазе $\pi-\pi$ -рассеяния в состоянии $|I>$ (известная теорема о взаимодействии в конечном состоянии). Мы предположим, что справедлива CPT-инвариантность. Используя CPT-инвариантность, находим, что

$$<K^0|T|I> = <I|T|\bar{K}^0>. \tag{62}$$

Подставляя (62) в (61) получаем, таким образом, соотношение (55). Запишем рассматриваемые матричные элементы в виде

$$<I\,|\,T\,|\,K^0> = e^{i\delta_I} A_I$$

$$<I\,|\,T\,|\,\bar{K}^0> = e^{i\delta_I}\bar{A}_I\,, \qquad (63)$$

где A_I и $\bar{A}_I$ – комплексные величины. Подставляя (63) в (55), находим следующее соотношение

$$\bar{A}_I = A_I^{*}\,. \qquad (64)$$

В соответствии с (55) модули матричных элементов $<I|T|K^0>$ и $<I|T|\bar{K}^0>$ равны. Поскольку фазы $|K^0>$ и $|\bar{K}^0>$ состояний произвольны x), то это означает, что они могут быть фиксированы таким образом, чтобы матричные элементы $<|0|T|K^0>$ и $<0|T|\bar{K}^0>$ (либо $<2|T|K>$ и $<2|T|\bar{K}^0>$) были равны xx). Так как $|<2|T|K^0>| \ll |<0|T|K^0>$ (правило $\Delta I = \frac{1}{2}$), то естественно относительную фазу $|K^0>$ и $|\bar{K}^0>$ состояний фиксировать так, чтобы /5/

$$<0\,|\,T\,|\,K^0> = <0\,|\,T\,|\,\bar{K}^0>\,. \qquad (65)$$

Из (63) и (64) (65) получаем при этом, что

$$A_0 = A_0^{*}\,. \qquad (66)$$

Перейдем теперь к рассмотрению измеряемых на опыте параметров η_{+-} и η_{00}.

---

x) Оператор H_0 коммутирует с оператором странности S. Поэтому, умножая (5) на $e^{i\alpha S}$ (α – произвольный вещественный параметр), находим, что векторы $|K^0>e^{i\alpha}$ и $|\bar{K}^0>e^{-i\alpha}$ также являются собственными векторами и могут быть выбраны в качестве базиса.

xx) Действительно, соотношение (55) означает, что

$$e^{2i\beta_I}<I\,|\,T\,|\,K^0> = <I|T|\bar{K}^0>\,,$$

где β_I –действительное число. Отсюда следует, что если в качестве базиса выбрать $|K^0>' = |K^0>e^{i\beta_I}$ и $|\bar{K}^0>' = |\bar{K}^0>e^{-i\beta_I}$ (I – фиксировано), то при этом

$$<I\,|\,T\,|\,K^0>' = <I\,|\,T\,|\,\bar{K}^0>'.$$

Используя разложение (53), получаем

$$\eta_{+-}\left(1 + \frac{\omega}{\sqrt{2}}\right) = \epsilon + \epsilon'$$

$$\eta_{00}\left(1 - \sqrt{2}\,\omega\right) = \epsilon - 2\epsilon'. \qquad (67)$$

Параметры ω и ϵ' определены следующим образом

$$\omega = \frac{<2|T|K_S>}{<0|T|K_S>}\,, \qquad \epsilon' = \frac{<2|T|K_L>}{\sqrt{2}<0|T|K_S>}\,. \qquad (68)$$

Кроме того, при получении соотношений (67) мы воспользовались тем, что

$$\frac{<0|T|K_L>}{<0|T|K_S>} = \frac{(1+\epsilon)<0|T|K^0> - (1-\epsilon)<0|T|\bar{K}^0>}{(1+\epsilon)<0|T|K^0> + (1-\epsilon)<0|T|\bar{K}^0>} = \epsilon\,. \qquad (69)$$

Используя (44), (63) – (66) и (68), получаем следующие выражения для ω и ϵ':

$$\omega = e^{i(\delta_2 - \delta_0)}\left[\frac{\mathrm{Re}\,A_2}{A_0} + i\epsilon\,\frac{\mathrm{Im}\,A_2}{A_0}\right] \qquad (70)$$

$$\epsilon' = \frac{1}{\sqrt{2}}\,e^{i(\delta_2 - \delta_0)}\left[i\,\frac{\mathrm{Im}\,A_2}{A_0} + \epsilon\,\frac{\mathrm{Re}\,A_2}{A_0}\right]. \qquad (71)$$

Эти параметры отличны от нуля лишь при нарушении правила $\Delta I = \frac{1}{2}$ в распадах $K_{S,L} \to \pi\pi$. Для распадов $K_S \to \pi\pi$ в случае, если разрешены переходы только с $\Delta I = \frac{1}{2}$, из (53) получаем

$$(R)_{\Delta I = \frac{1}{2}} = \frac{\Gamma(K_S \to \pi^0\pi^0)}{\Gamma(K_S \to \pi^0\pi^0) + \Gamma(K_S \to \pi^+\pi^-)} = \frac{1}{3}\,. \qquad (72)$$

Усредненное значение R равно /16/

$$R_{exp} = 0{,}31 \pm 0{,}04 \,. \qquad (73)$$

Таким образом, результаты опытов согласуются с правилом $\Delta I = \frac{1}{2}$. В соответствии с этим будем считать, что параметр $\left|\frac{A_2}{A_0}\right|$, характеризующий нарушение правила $\Delta I = \frac{1}{2}$, в распадах $K \to \pi\pi$ мал. Из опыта следует, что параметры $|\eta_{+-}|$ и $|\eta_{00}|$ $|\epsilon|$ также малы (порядка 10^{-3}). Пренебрегая в выражениях (67) и (71) квадратичными по малым параметрам членами, получаем /5/

$$\eta_{+-} = \epsilon + \epsilon' \qquad (74)$$

$$\eta_{00} = \epsilon - 2\epsilon',$$

где

$$\epsilon' = \frac{i}{\sqrt{2}} e^{i(\delta_2 - \delta_0)} \frac{\operatorname{Im} A_2}{A_0} \,. \qquad (75)$$

Фаза параметра ϵ' определяется, таким образом, разностью S фаз $\pi-\pi$ -рассеяния в состояниях с $I = 2$ и $I = 0$ при полной энергии в с.ц.м., равной массе K^0 -мезона. Оказывается, что фаза параметра ϵ определяется величинами, непосредственно измеряемыми на опыте. Для того чтобы в этом убедиться, обратимся к соотношению (51). Из (21) получаем

$$(a_S^+ \Gamma a_L) = 2\pi \sum_f \langle K_S | H_W | i \rangle \langle i | H_W | K_L \rangle \delta(m - E_f) \,. \qquad (76)$$

Здесь в сумме по $|i\rangle$ следует учесть только $|\pi\pi\rangle$ состояния /6/. Это связано с малостью фазового объема трехчастичных состояний, а также с тем, что на опыте не обнаружено существенного нарушения CP-инвариантности в K - распадах на три π - мезона и нарушения CP-инвариантности в лептонных распадах $\approx 10^{-3}$. При учете только $|\pi\pi\rangle$ состояний находим

$$(a_S^+ \Gamma a_L) = \Gamma(K_S \to \pi^+\pi^-)\, \eta_{+-} + \Gamma(K_S \to \pi^0\pi^0)\, \eta_{00} \,. \qquad (77)$$

Подставляя это выражение в (51), и используя соотношение

$$\Gamma(K_S \to \pi^+\pi^-) = 2\Gamma(K_S \to \pi^0\pi^0), \qquad (78)$$

являющееся следствием правила $\Delta I = \frac{1}{2}$ и подтверждающееся на опыте (см. (7.3)), получаем

$$i(\lambda_L - \lambda^*_S)(a_S^+ a_L) = (2\eta_{+-} + \eta_{00})\,\Gamma(K_S \to \pi^0\pi^0). \qquad (79)$$

Отсюда с помощью (49), (74) и (78) без труда находим /6/

$$\operatorname{tg} \phi_\epsilon = \frac{2\Delta m}{\Gamma_S} \,. \qquad (80)$$

Здесь $\Delta m = m_L - m_S$, $\epsilon = |\epsilon|\, e^{i\phi_\epsilon}$.

В заключение рассмотрим распады

$$K_L \to \pi^{\pm} + \ell^{\mp} + \nu \,, \qquad (81)$$

где ℓ электрон, либо μ -мезон. Обозначим амплитуды распада следующим образом

$$\langle \pi^- \ell^+ \nu | T | K^0 \rangle = f$$

$$\langle \pi^- \ell^+ \nu | T | \bar{K}^0 \rangle = g \,. \qquad (82)$$

Из CPT-инвариантности и унитарности S -матрицы следует (взаимодействием в конечном состоянии можно пренебречь), что

$$\langle \pi^+ \ell^- \bar{\nu} | T | \bar{K}^0 \rangle = f^*$$

$$\langle \pi^+ \ell^- \bar{\nu} | T | K^0 \rangle = g^* . \qquad (83)$$

Амплитуды f и f^* отвечают переходам с $\Delta Q = \Delta S$, а амплитуды g и g^* – переходам с $\Delta Q = -\Delta S$. Далее находим

$$
\begin{aligned}
&<\pi^- \ell^+ \nu | T | K_L> = \frac{f}{\sqrt{2}} [(1+\epsilon)-(1-\epsilon)x] \\
&<\pi^+ \ell^- \bar{\nu} | T | K_L> = \frac{f^*}{\sqrt{2}} [(1+\epsilon)x^* - (1-\epsilon)],
\end{aligned}
\tag{84}
$$

где $x = \frac{g}{f}$. Если переходы с $\Delta Q = -\Delta S$ запрещены, то $x = 0$. Определим зарядовую асимметрию распада K_L – мезона

$$
\delta = \frac{\Gamma(K_L \to \pi^- \ell^+ \nu) - \Gamma(K_L \to \pi^+ \ell^- \nu)}{\Gamma(K_L \to \pi^- \ell^+ \nu) + \Gamma(K_L \to \pi^+ \ell^- \nu)}.
\tag{85}
$$

Из (84) и (85) получаем, что

$$
\delta = <K_S | K_L> \frac{1-|x|^2}{|1-x|^2}.
\tag{86}
$$

Отсюда видно, что зарядовая асимметрия δ отлична от нуля только при нарушении СР-инвариантности. Множитель $\frac{1-|x|^2}{|1-x|^2}$ может быть определен из независимых экспериментов. В последних опытах /17/ получено, что

$$
\frac{1-|x|^2}{|1-x|^2} = 1{,}06 \pm 0{,}06 .
$$

Таким образом, измерение зарядовой асимметрии δ дает возможность определить $\mathrm{Re}\,\epsilon$. Тангенс параметра ϵ дается соотношением (80). Следовательно, параметр ϵ (модуль и фаза) может быть определен, если известны $\frac{1-|x|^2}{|1-x|^2}$, Δm и δ. Параметр η_{+-} непосредственно измеряется на опыте. При известных η_{+-} и ϵ из (74) может быть определен параметр ϵ' и, следовательно, найден параметр η_{00}.

характеризующий распад $K_L \to \pi^0 \pi^0$. Из изложенного ясно, что измерение параметра η_{00} является по существу методом проверки общих принципов, лежащих в основе соотношений (74), (80) и (86), если справедливы сделанные при выводе этих соотношений предположения (малость параметра ω (правило $\Delta I = \frac{1}{2}$) учет только $|\pi\pi>$ состояний в (76)).

4. Модель сверхслабого взаимодействия

В заключение обсудим модель сверхслабого взаимодействия Вольфенштейна /12/. Обратимся к соотношениям (48), (20) и (21). Числитель выражения (48) представляет собой ряд, который начинается с линейного по H_W члена. В знаменателе – величина порядка Γ_S, т.е. величина, квадратичная по константе слабого взаимодействия G. Такая структура выражения для параметра ϵ позволяет ввести новое СР-неинвариантное взаимодействие с чрезвычайно малой константой ($\approx 10^{-9}\,G$), которое могло бы объяснить наблюдаемые на опыте эффекты СР-нарушения ($\approx 10^{-3}$). Действительно, предположим, что гамильтониан слабых взаимодействий равен

$$
H_W = H^0_W + H'_W,
\tag{87}
$$

где H^0_W – обычный СР-инвариантный гамильтониан слабых взаимодействий, а гамильтониан H'_W допускает переходы с $\Delta S = 2$, и не коммутирует с оператором СР, т.е. мы предположим, что

$$
<K^0 | H'_W | \bar{K}^0> \neq <\bar{K}^0 | H'_W | K^0>.
\tag{86}
$$

Из выражения (48) очевидно, что константа G', характеризующая СР-нечетную часть гамильтониана H'_W, должна быть порядка $10^{-3}(G M_k^2) G \approx 10^{-9} G$ для того, чтобы $|\epsilon| \approx 10^{-3}$. Если нарушение СР-инвариантности целиком обуславливается этим сверхслабым взаимодействием, то очевидно, что $\left|\frac{\mathrm{Im}\,A_2}{A_0}\right| \approx \frac{G'}{G} \approx 10^{-9}$ и в принятом

нами приближении $\epsilon' = 0$. Из (74) получаем при этом, что $\eta_{+-} = \eta_{00} = \epsilon$ (89)
Рассмотрим соотношение (48). Очевидно, что в модели сверхслабого взаимодействия в разности $H_{12} - H_{21}$ следует удерживать только члены первого порядка теории возмущений. Из (48) (20) и (21) получаем тогда, что

$$\epsilon = \frac{-i \operatorname{Im} M_{12}}{\Delta m + \frac{i}{2}\Gamma_S}. \qquad (90)$$

Отсюда непосредственно вытекает соотношение (80). Отметим, что если в природе реализуется взаимодействие Вольфенштейна, то оно приведет к наблюдаемым (при современной точности) эффектам СР-нарушения лишь в распадах K_L - и K_S -мезонов.

Приведем экспериментальные данные /16,17/

$$|\eta_{+-}| = (1{,}95 \pm 0{,}07)\, 10^{-3}$$

$$\delta = (2{,}26 \pm 0{,}36)\, 10^{-3}\ (e)$$

$$\delta = (4{,}0 \pm 1{,}4)\, 10^{-3}\ (\mu)$$

$$\Delta m = (0{,}46 \pm 0{,}02)\, \Gamma_S$$

$$\phi_\epsilon = 43^\circ \pm 2^\circ.$$

Результаты измерений фазы параметра η_{+-} и $|\eta_{00}|$ обсуждаются в докладе Кронина на конференции в Вене /17/.

В заключение выражаю глубокую благодарность Л.И. Лапидусу, Л.Б. Окуню, Р.М. Рындину и Я.А. Смородинскому за обсуждение рассматривавшихся здесь вопросов.

Литература

1. Л.Д. Ландау, ЖЭТФ 32, 405 (1957).
2. J.H.Christenson, J.W.Cronin, V.L.Fitch and R.Turlay, Phys.Rev.Lett. 13, 138(1964)
3. D.Dorfman, J.Enstrom, D.Raymond, H.Schwartz, S.Wojcicki, D.N.Miller and M.Paciotti, Phys. Rev. Lett. 18, 987(1967)
4. S.Bennet, D.Nygren, H.Saal, J.Steinberger and J.Sunderland, Phys.Rev.Lett. 19, 993(1967)
5. T.T.Wu and C.N.Yang, Phys.RevLett. 13, 380(1964)
6. J.S.Bell and J.Steinberger, Proc,Int.Conf on Elementary Particles, Oxford (1965), p.195.
7. N.Byers, S.W.MacDowell and C.N.Yang, High Energy Physics on Elementary Particles, Vienna, 1965, p.953
8. М.В. Терентьев, УФН 86, 231 (1965).
9. Л.Б. Окунь, УФН 89, 603 (1966).
10. M.Gourdin and G.Sharpak, CERN 67-18 (1967)
11. G.Marx, Fortschritte der Physic 14, 695 (1 966)
12. L.Wolfenstein, Phys.Rev.Lett. 13, 286(1964)
13. T.D.Lee, R.Oehme and C.N.Yang, Phys.Rev.106, 340 (1957)
14. V.F.Weisskopf and E.P.Winger, Z.Physic 63, 54 (1930), 65, 18(1930)
15. A.N.Rosenfeld et. al. UCRL 8030(1967)
16. L.B.Okun, C.Rubbia, Proc. Int. Conf. of Elementary Particles, Heidelberg (1967)
17. J.W.Gronin, Proc. Int. Conf. on High Energy Physics, Vienna, 1968.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 октября 1968 года.