ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 4120

Ф.Ф.Тихонин

К ЭФФЕКТАМ НА ВСТРЕЧНЫХ μ-МЕЗОННЫХ ПУЧКАХ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1968

P2 - 4120

Ф.Ф.Тихонин

К ЭФФЕКТАМ НА ВСТРЕЧНЫХ μ-МЕЗОННЫХ ПУЧКАХ

1. В настоящее время в физике элементарных частиц исследуются закономерности в области длин (параметров удара) 10^{-15} см.

На пути к еще меньшим длинам, которые несомненно станут объектом экспериментальных исследований, имеется длина так называемых слабых взаимодействий

$$\ell_W = \sqrt{\frac{F_W}{hc}} \approx 0{,}61 \cdot 10^{-16} \text{ см.}$$

Физические эффекты в области этих длин представляют по ряду причин значительный интерес. Встречные пучки проектируемых ускорителей не очень отдаленного будущего дают возможность значительно приблизиться к длине слабых взаимодействий.

Ниже рассмотрены некоторые эффекты μ -мезонной физики для встречных μ -мезонных пучков высоких энергий. Эксперименты на встречных пучках мюонов дадут возможность выяснить реальность нейтральных токов в слабых взаимодействиях вида $(\bar{\mu}\mu)$ и $(\bar{e}e)$, .

В этой связи представляет интерес оценка роли высших приближений по слабой константе. Возможность экспериментального подхода к выяснению роли вкладов высших приближений представляет значительный принципиальный интерес для теории поля вообще, т.к. слабые взаимодействия неренормируемы. Присутствие нейтральных токов (не обязательно с универсальной константой) дало бы возможность, в принципе, объяснять разницу масс электрона и мюона в духе работы /1/, так как именно такого типа взаимодействия дают вклады разного знака в массы электрона и мюона, если относящиеся к ним поля удовлетворяют уравнениям $(i\hat{p}+m)\phi_{I}=0$ и $(i\hat{p}-m)\phi_{II}=0$, соответственно.

2. Вычислим сечение рассеяния, соответствующее диаграммам рис.1, т.е. учтем как слабое, так и электромагнитное взаимодействия мюонов. Обозначив импульсы начальных μ^- и μ^+ -частиц через s_1 и t_1, а конечных - через s_2 и t_2, соответственно, запишем необходимый матричный элемент

$$\mathfrak{M} = -\frac{e^2}{q^2}[\bar{u}(s_2)\gamma_\mu u(s_1)][v(t_1)\gamma_\mu v(t_2)] + \\ + \frac{e^2}{k^2}[\bar{u}(s_2)\gamma_\mu v(t_2)][\bar{v}(t_1)\gamma_\mu u(s_1)] + \\ + \frac{G}{\sqrt{2}}[\bar{u}(s_2)\gamma_\mu(1+\gamma_5)v(t_2)][\bar{v}(t_1)\gamma_\mu(1+\gamma_5)u(s_1)]; \tag{1}$$

в с.ц.м. имеем в релятивистском пределе $q^2=-4E^2\sin^2\theta/2$, $k^2=4E^2$, где θ -угол рассеяния и E - начальная энергия сталкивающихся пучков. Эффективное сечение рассчитываем по формуле

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^4\ |\mathfrak{M}|^2}{4[(s_1t_1)^2-\mu^4]^{1/2}}\ \frac{d\vec{s}_2}{(2\pi)^3\,2s_2^0}\ \frac{d\vec{t}_2}{(2\pi)^3\,2t_2^0}\ \delta^4(s_2+t_2-s_1-t_1) \tag{2}$$

и в с.ц.м. получаем при больших энергиях $[r_o=\frac{\alpha}{\mu}=1.36.10^{-15}\text{см}]$

$$\frac{d\sigma}{d(\cos\theta)} = \frac{\pi r_o^2}{8}\left(\frac{\mu}{E}\right)^2\Big\{2\,\frac{1+\cos^4\theta/2}{\sin^4\theta/2}+(1+\cos^2\theta)-4\,\frac{\cos^2\theta/2}{\sin^2\theta/2}+ \\ +\mathcal{E}^{(n)}\Big(1-\frac{1}{\sin^2\theta/2}+\mathcal{E}^{(n)}(1+\cos\theta)^2\Big\}. \tag{2'}$$

Здесь введен параметр $\mathcal{E}^{(n)}$, характеризующий степень воздействия слабых взаимодействий на $\mu^-\mu^+$-рассеяние,

$$\mathcal{E}^{(n)} = \frac{8GE^2}{e^2\sqrt{2}} = 6{,}2\cdot10^{-4}\ \frac{E^2}{m_N^2}, \tag{3}$$

где m_N-масса нуклона.

Угловое распределение чисто электромагнитного рассеяния (рассеяния Баба) и распределение с учетом растущих с энергией "слабых" поправок показано на рис.3; соответствующие численные значения приведены в таблице 1 для энергий мюонов в с.ц.м. 25, 30 и 50 Гэв. Наиболее сильное отклонение от электромагнитного распределения наблюдается в области углов 70 -100°, так что с достаточной точностью проведенные измерения смогли бы выявить ожидаемое различие. Следует обратить внимание на то, что в расчетах использовалась обычная константа слабых взаимодействий. Возможно, так и есть на самом деле (в чисто лептонных процессах), хотя поиски, например, распадов $K^{o} \to \mu^{+}\mu^{-}$ устанавливают соотношение/2/:

$$\frac{\Gamma(K^{o} \to \mu^{+}\mu^{-})}{\Gamma(K \to \mu\nu)} \lesssim 1{,}5 \cdot 10^{-6} \quad .$$

3. Эффект несохранения четности в исследуемом процессе наиболее отчетливо проявится в возникновении продольной поляризации рассеяния мюонов при неполяризованных начальных пучках. Для вычисления степени поляризации не будем суммировать по направлениям спина рассеянного мюона. 4-вектор поляризации мюона при рассматриваемых энергиях можно записать в виде

$$s \approx \frac{E}{\mu}(\vec{n} \cdot \vec{\xi}\,)(1, \vec{n}\,),$$

где $\vec{n} = \frac{\vec{s}_2}{|\vec{s}_2|}$ и $\vec{\xi}$ – единичный вектор в направлении поляризации мюона в его системе покоя. Снова производя вычисления, находим, что чисто электромагнитная часть сечения не меняется, а остальные члены приобретают общий множитель $(1-\cos\Theta)$, где Θ – угол между $\vec{n}$ и $\vec{\xi}$. Теперь для продольной поляризации получаем выражение

$$P_{\ell} = \frac{-\mathcal{E}^{(n)}\left(1-\frac{1}{\sin^{2}\theta/2}+\mathcal{E}^{(n)}\right)(1+\cos\theta)^{2}}{2\,\frac{1+\cos^{4}\theta/2}{\sin^{4}\theta/2}+(1+\cos^{2}\theta)-4\,\frac{\cos^{4}\theta/2}{\sin^{2}\theta/2}+\mathcal{E}^{(n)}\left(1-\frac{1}{\sin^{2}\theta/2}+\mathcal{E}^{(n)}\right)(1+\cos\theta)^{2}} \qquad (4)$$

Для различных значений углов значения P_ℓ приведены в табл.1. Малость величины P_ℓ затрудняет ее измерение, но нестабильность мюонов упрощает положение, поскольку поляризуемость мюонов можно обнаружить, рассматривая угловое распределение продуктов их распада. Отметим, что в процессе $\mu^+ + \mu^- \to e^+ + e^-$ поляризация достигает значительной величины, однако, ее измерение представляет большие трудности. К этому процессу мы вернемся позже.

4. Чтобы быть уверенным, что в случае обнаружения P -нечетных эффектов на $\mu^+\mu^-$-рассеяние оказывают воздействие именно нейтральные токи, оценим теперь вклад слабых взаимодействий во втором порядке через заряженные токи. Выпишем соответствующий диаграммам рис.2 матричный элемент с регуляризованными нейтринными функциями распространения, проинтегрировав по импульсу одного из нейтрино

$$M^{(2)} = \frac{G^2}{4}\frac{i}{(2\pi)^6}\delta^{(4)}(s_1+t_1-s_2-t_2)\frac{\mu^2}{E^2}\Big\{\int_0^{\Lambda^2} d\lambda_1\int_0^{\Lambda^2} d\lambda_2\int d^4k[\bar u(s_2)\Gamma_\nu(u(s_1)\bar v(t_1)\Gamma_\mu v(t_2)]\times$$

$$\times\,\mathrm{Tr}\Big(\frac{\hat k}{(k^2-\lambda_1)^2}\Gamma_\nu\frac{\hat k+\hat s_1-\hat s_2}{[k^2+2k(s_1-s_2)+(s_1-s_2)^2-\lambda_2]^2}\Gamma_\mu\Big) - \qquad (5)$$

$$-\bar u(s_2)\Gamma_\mu v(t_2)\bar v(t_1)\Gamma_\mu u(s_1)\times$$

$$\times\,\mathrm{Tr}\Big(\frac{\hat k}{(k^2-\lambda_1)^2}\Gamma_\mu\frac{\hat k-\hat s_1-\hat t_1}{[k^2-2k(s_1+t_1)+(s_1+t_1)^2-\lambda_2]^2}\Gamma_\nu\Big)\Big\}.$$

Входящие сюда интегралы имеют вид

$$I_1^{\alpha\beta}(s_1-s_2)=\int_0^{\Lambda^2} d\lambda_1\int_0^{\Lambda^2} d\lambda_2\int d^4k\,\frac{k^\alpha}{(k^2-\lambda_1)^2}\,\frac{k^\beta-(s_2^\beta-s_1^\beta)}{[k^2-2k(s_2-s_1)+(s_1-s_2)^2-\lambda_2]^2}.$$

Оставив лишь главную степень расходимости по Λ, этот интеграл можно вычислить, при этом получаем

$$I_2^{\alpha\beta}=I_1^{\alpha\beta}=-\frac{i\pi^2}{4}\Lambda^2 g^{\alpha\beta}.$$

Сечение рассеяния, представленное диаграммами рис.2, имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d(\cos\theta)} = \frac{3(G\Lambda)^4 E^2}{2^3 \pi^5} (1+\cos\theta)^2 . \quad (6)$$

Определяя отсюда параметр $\mathcal{E}^{(ch)}$, соотвествующий ранее введенному $\mathcal{E}^{(n)}$, мы можем охарактеризовать относительному степень воздействия заряженных и нейтральных слабых токов на рассеяние мюонов величиной

$$\xi_{w(\Lambda)} = \frac{\mathcal{E}^{(ch)}}{\mathcal{E}^{(n)}} = 12.4 \cdot 10^{-7} \left(\frac{\Lambda}{m_N}\right)^2 . \quad (7)$$

Для трех значений Λ в единицах нуклонной массы получаем значения

$$\xi_w(50) \cong 3,2 \cdot 10^{-3} , \quad \xi_w(100) \cong 12,4 \cdot 10^{-3} \quad \xi_w(300) \cong 10^{-1} . \quad (8)$$

Есть некоторые основания полагать, что наиболее вероятное значение $\Lambda \lesssim 100$. В этом случае значения ξ_w указывали бы на предпочтительность нейтральных токов в рассеянии $\mu^+\mu^- \to \mu^+\mu^-$ при достаточно большой величине нейтральной фермиевской константы. Следует обратить внимание на то, что эти заключения получены в предположении, что при вычислении второго порядка теории возмущений по G главная расходимость (Λ^2) была учтена, хотя не исключено, что в последовательной теории этот член и не дает вклада /3/. В последнем случае еще больше усиливаются аргументы в пользу нейтральных токов. Таким образом, важнейший в неперенормируемых теориях вопрос о расходимости ждет своего прямого экспериментального решения в опытах может быть и не так уж беспредельно отдаленного будущего, если учесть успехи в развитии техники ускорителей на встречных пучках.

5. Нужно отметить сильное влияние присутствия обменной диаграммы (рис.1) на процесс рассеяния, что дает сингулярную зависимость от угла рассеяния. С другой стороны , такая диаграмма отсутствует в реакции

$$\mu^+ + \mu^- \to e^+ + e^- ,$$

и поэтому ожидается более четкая картина углового распределения электронов при всех значениях θ. Сечение с учетом слабой диаграммы имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d(\cos\theta)} = \frac{\pi}{8}\ \frac{a}{E^2}[(1+\cos^2\theta) + \mathcal{E}_1^{(n)}(1 + \mathcal{E}_1^{(n)})(1+\cos\theta)^2].$$

Таблица 2 содержит численные характеристики этого процесса, а на рис.4 приведено угловое распределение электронов. Видно значительное влияние слабой добавки на этот процесс.

Оценим теперь второй порядок по G в реакции $\mu^+\mu^- \to e^+e^-$; здесь

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4G^2E^2}{(2\pi)^5}(G\Lambda^2)^2(1+\cos\theta)^2.$$

Относительная степень участия слабых нейтральных и заряженных токов характеризуется теми же значениями ξ_W, что и в случае процесса

$$\mu^+ + \mu^- \to \mu^+ + \mu^- .$$

6. На основании проведенных расчетов приходим к заключению, что эксперименты на встречных μ^+-и μ^--пучках позволят обнаружить влияние слабого взаимодействия в этом опыте. При равных константах нейтральных и заряженных токов появление несохраняющих четность эффектов можно рассматривать как обнаружение нейтральных токов типа $(\bar{\mu}\mu)$ и $(\bar{e}e)$. И даже при $G^{\text{neutral}} = (10^{-2} - 10^{-3})G^{\text{charge}}$ заключение останется верным.

Следует подчеркнуть, что предыдущее расмотрение основано на применении теории возмущений, которая в области критической энергии слабого взаимодействия, возможно, не применима.

При приближении к этой критической области необходимо учитывать в какой-то форме изменения начального состояния (его затухание).

Автор искренне благодарен академику М.А. Маркову за предложение теоретического исследования эффектов на встречных пучках и постоянное обсуждение всех затрагиваемых вопросов работы.

Литература

1. M.A. Markov. Nucl. Phys., 55, 130 (1964).
2. A. Rosenfeld et al., Preprint UCRL - 8030 (aug. 1968).
3. Б.Л.Иоффе. ЖЭТФ, 38, 1608 (1960), М.А. Марков. Препринт ОИЯИ Д-677, Дубна 1960. ; Р.А.Асанов, Б.Н.Валуев, там же.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 октября 1968 года.

Таблица 1

ϑ°	$\frac{1}{2}\frac{d\sigma}{d\Omega}\times(10^{36}\,\text{см}^2)$			$\lvert P_e(25\ \text{Гэв})\rvert$
	E = 25 Гэв	E = 30 Гэв	E = 50 Гэв	
75°	15,88	15,1	15,3	5×10^{-2}
90°	8,76	8,36	9,83	3×10^{-2}
105°	6,17	5,9	6,74	10^{-2}
120°	4,7	4,7	5,17	$\sim10^{-2}$
135°	4,2	4,2	4,38	~
150°	4,05	4,05	4,1	~
180°	4	4	4	0

Угловое распределение и поляризация конечного пучка в рассеянии $\mu^+\mu^-\to\mu^+\mu^-$

Таблица № 2

ϑ°	$f^B(\vartheta)$	$f^W(\vartheta)$	$f^B(\vartheta)+f^W(\vartheta)$	$\lvert P_\ell(25\ \text{ГэВ})\rvert$
0°	2	2,24	4,24	0,52
30°	7/4	1,96	3,71	0,52
45°	3/2	1,63	3,13	0,52
60°	5/4	1,26	2,51	0,50
90°	1	0,56	1,56	0,36
120°	5/4	0,14	1,39	0,10
135°	3/2	0,05	1,55	~
150°	7/4	0,01	1,76	~
180°	2	0	2	0

Угловое распределение и поляризация конечного пучка в реакции $\mu^+ + \mu^- \to e^+ + e^-$

$$f^B(\vartheta) = 1 + \cos^2\vartheta$$

$$f^W(\vartheta) = \varepsilon^{(n)}(1+\varepsilon^{(n)})(1+\cos\vartheta)^2$$

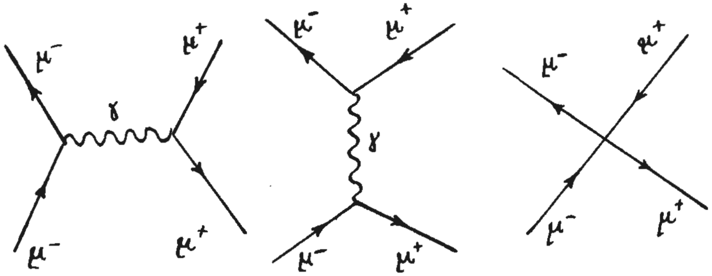

Рис. 1

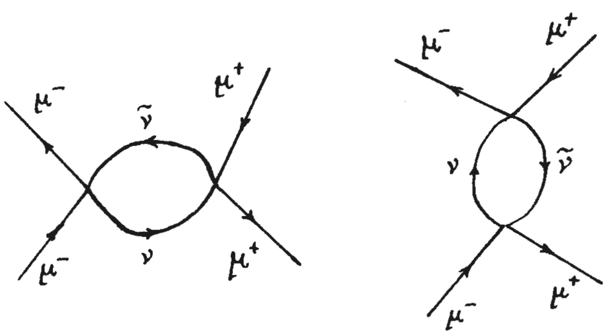

Рис. 2

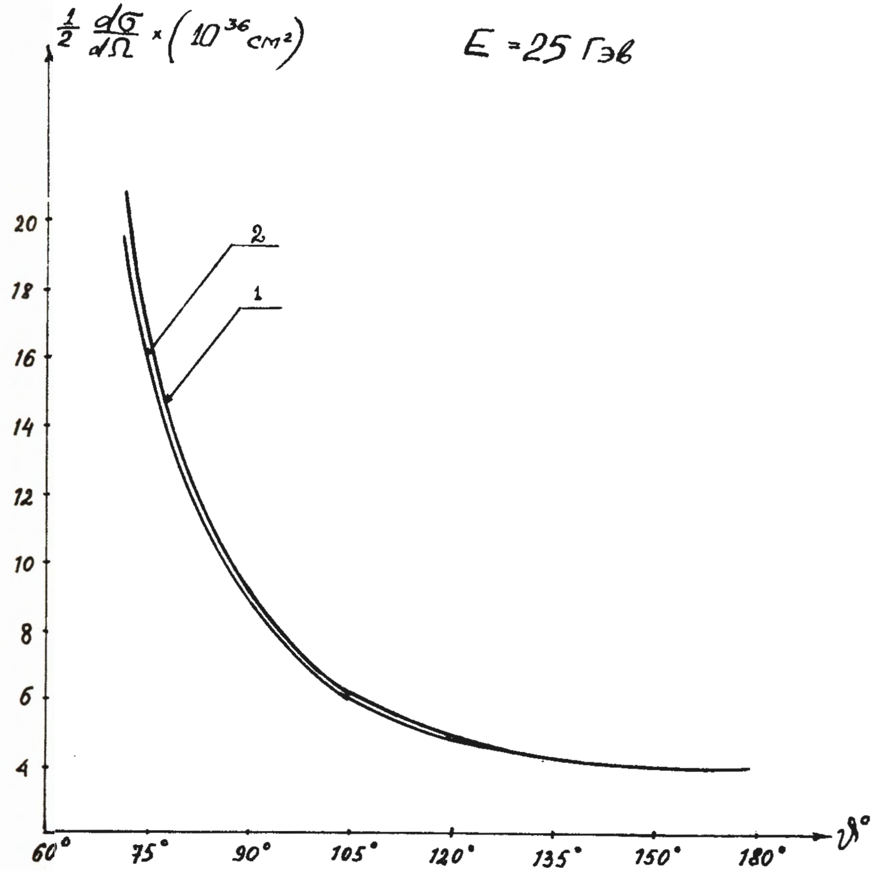

Рис. 3

1 - угловое распределение Баба́

2 - распределение с учётом слабого взаимодействия

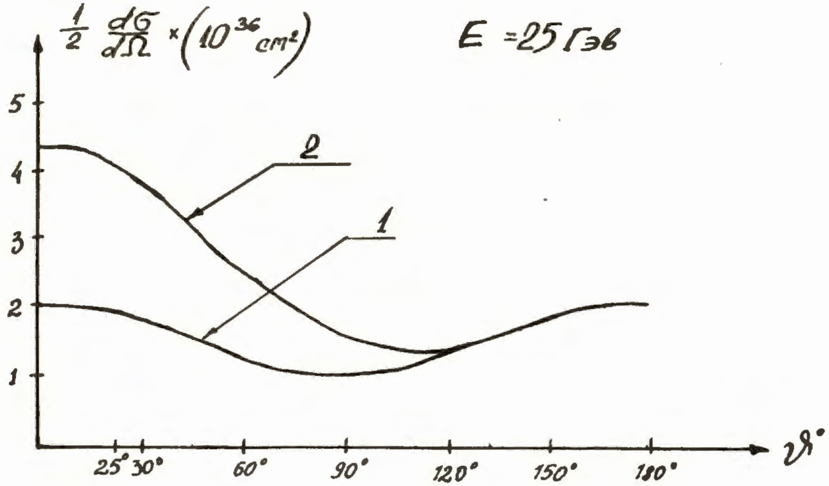

Рис. 4.

1 - кривая чисто электромагнитного

процесса $\mu^+\mu^- \to e^+e^-$ и

2 - с учётом слабого взаимодействия.