ЯФ, 1969, т.10, в.1, с.139-143

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 4082

Л.И.Лапидус

# ОБ ИСКЛЮЧЕНИИ ОДНОГО ВИДА НЕЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОСТИ ПРИ РАСПАДАХ $K^{0}$-МЕЗОНОВ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

1968

P2 - 4082

Л.И.Лапидус

# ОБ ИСКЛЮЧЕНИИ ОДНОГО ВИДА НЕЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОСТИ ПРИ РАСПАДАХ $K^0$-МЕЗОНОВ

Направлено в ЯФ

## Abstract

It is shown that the discovery[3,4] of nonzero charge asymmetry in $K^0_{\ell 3}$ decays at long distances after the target, where $K^0$ are produced, proves directly that high pole nonexponentiality of Goldberger-Watson (G-W) type [5] is excluded for $K^0$ decays.

It is shown that CPT- and T- symmetry conditions on coefficients $p$, $q$, $r$ and $s$ in (1) remain the same for any deviations from exponential decay law (2) as for the pure exponential law. This follows from (3), (5) and (6). For the G-W case the expression for the function $f(\tau)$ defined in (2) is given in (4 ).

For the case of any nonexponentiality the expressions for the time dependence of amplitudes $T^+$ and $T^-$ with the emission of $\ell^+$ and $\ell^-$, respectively, ($\ell$=e, $\mu$ ) are given in (7) and (8). At long distances after the target usual expression (9') for asymmetry $a$ defined in (9) remains valid, when CPT-invariance and the rule $\Delta Q = \Delta S$ are valid.

Previously L.Khalfin[1] was able to prove from the Bell-Steinberger (B-S) type unitarity relation[2] (see, also the Appendix) that for the high pole G-W case the states $|K^0_L>$ and $|K^0_S>$ are orthogonal without any relation to CP-invariance.

It is clear now that this formal possibility is excluded for $K^0$ -decays.

Experimental investigations of the time dependence of leptonic asymmetry (10) at different distances after the target gives direct information about the exact form of time-dependence in (2).

From (11) it follows that even in the case of the $\Delta Q = \Delta S$ rule violation the existing experimental data [3,4] can eliminate the possibility of high pole description of the G-W type for $K^0$-decay.

The general form of the B-S unitarity relations is considered in the Appendix. Relations (П -3,4,5,6) are the generalization of B-S relations for the case when the exponential law is not valid. It is interesting to note that the probabilities for any G-W type decays vanished at $\tau = 0$. Total probabilities are asymptotical when $\Gamma_t \to \infty$ goes to $\Gamma$ . For the second order pole of G-W type (П-7) is valid. From (4) and (П-5) it follows that orthogonality of any two states takes place also in the case when only for one of them (4) is valid. The relation (П-6) remains valid for problems with the number of quasi-stationary levels more than two.

1. Недавно Халфин обратил внимание [1] на большую чувствительность утверждений, опирающихся на соотношение унитарности Белла-Штейнбергера для распада $K^0$ -мезонов в вакууме [2], к предположению о строгой экспоненциальности распадов $K^0_L$- и $K^0_S$ -состояний. В частности, в [1] показано, что для полюсов второго и более высоких порядков в $S$ -матрице вне зависимости от CP-инвариантности состояния $|K^0_L>$ и $|K^0_S>$ оказываются ортогональными.

Не обсуждая здесь вопроса о физических причинах возможного возникновения эффектов полюсов высокого порядка в распадах $K^0$ -мезонов, покажем ниже, что при справедливости CPT-инвариантности (и правила $\Delta Q = \Delta S$ для лептонных распадов $K^0$ -мезонов) существующие данные об асимметрии в лептонных распадах $K^0$ -мезонов [3,4] на далеких расстояниях от мишени, по-видимому, позволяют экспериментально исключить возможность существования эффектов высших полюсов как основного вклада.

Для бóльшей надежности можно рекомендовать проведение дополнительных экспериментов по измерению асимметрии в лептонных распадах $K^0$ -мезонов при различных расстояниях от мишени.

2. Убедимся сначала в том, что самые общие отклонения от экспоненциальности в распадах $K^0_{L,S}$ не влияют на заключения CPT-инвариантности о соотношении между коэффициентами $p$, $q$, $r$ и $s$ в суперпозициях $|K^0_L>$ и $|K^0_S>$

$$|K^0_L> = p|K> - q|\bar{K}>, \qquad |p|^2 + |q|^2 = 1,$$

$$|K^0_S> = r|K> + s|\bar{K}>, \qquad |r|^2 + |s|^2 = 1. \tag{1}$$

В случае, когда через время $\tau$ (в системе покоя) состояния $|K^0_L>$ и $|K^0_S>$ преобразуются как

$$|K^0_{L,S}> \xrightarrow{\tau} f_{L,S}(\tau)\, e^{-iM_{L,S}\tau}\, |K^0_{L,S}>, \tag{2}$$

где $M_{L,S} = m_{L,S} - \frac{i}{2}\Gamma_{L,S}$, а $f_{L,S}(\tau)$ – некоторые функции, нормированные таким образом, что $f_{L,S}(0) = I$, состояния $|K>$ и $|\bar{K}>$ преобразуются в соответствии с выражениями

$$|K> \xrightarrow{\tau} (sp+qr)^{-1}\{(spf_L e^{-iM_L\tau} + qrf_S e^{-iM_S\tau})|K>$$

$$+ qs(f_S e^{-iM_S\tau} - f_L e^{-iM_L\tau})|\bar{K}>\},$$

$$|\bar{K}> \xrightarrow{\tau} (sp+qr)^{-1}\{pr(f_S e^{-iM_S\tau} - f_L e^{-iM_L\tau})|K> \tag{3}$$

$$+ (psf_S e^{-iM_S\tau} + rqf_L e^{-iM_L\tau})|\bar{K}>\}.$$

Гольдбергер и Ватсон показали /5/, что для полюсов второго и более высоких порядков n в S -матрице

$$f(\tau) = \sum_{\ell=0}^{n-1} \left(\frac{\Gamma\tau}{h}\right)^{n-\ell-1} \frac{(n-1)!(n+\ell-1)!}{(2n-2)!(n-\ell-1)!}. \tag{4}$$

Для полюса первого порядка $f(\tau) = 1$ и $|\langle K_{L,S}\rangle|^2 \approx e^{-\Gamma_{L,S}\tau}$ (экспоненциальность распадов).

В общем случае при малых временах $\delta\tau$ из (3) имеем

$$
\begin{aligned}
|K> &\xrightarrow{\delta\tau} |K> - i\delta\tau\{M|K> + B|\bar{K}>\},\\
|\bar{K}> &\xrightarrow{\delta\tau} |\bar{K}> - i\delta\tau\{A|K> + \bar{M}|\bar{K}>\},
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

где $(f' = df/d\tau$ при $\tau = 0)$

$$M = (sp + qr)^{-1}[sp(M_L + if'_L) + qr(M_S + if'_S)],$$

$$B = (sp + qr)^{-1} qs[M_S - M_L + i(f'_S - f'_L)],$$

$$\bar{M} = (sp + qr)^{-1}[sp(M_S + if'_S) + qr(M_L + if'_L)],$$

$$A = (sp + qr)^{-1} rp[M_S - M_L + i(f'_S - f'_L)], \qquad (6)$$

$$\frac{M - \bar{M}}{M + \bar{M}} = \frac{sp - qr}{sp + qr} \cdot \frac{M_L - M_S + i(f'_L - f'_S)}{M_L + M_S + i(f'_L + f'_S)}; \quad \frac{B - A}{B + A} = \frac{qs - rp}{qs + rp}.$$

При $f'_{L,S} = 0$ (6) переходят в известные формулы (см., например, /2/) для экспоненциального распада. Выражения (6) отличаются от них лишь заменой

$$M_{L,S} \to M_{L,S} + if'_{L,S}.$$

Следовательно, как и для экспоненциального распада, требование CPT-инвариантности $(M = \bar{M})$ приводит к тому, что $sp = qr$ и

$$r = p, \quad s = q,$$

а требование T–инвариантности $(A = B)$ приводит к обычным условиям $rp = qs$ и

$$s = p, \quad q = r.$$

3. Известное заключение о неортогональности $|K^0_L\rangle$ и $|K^0_S\rangle$, вытекающее из результатов недавних экспериментов /3,4/, опиралось на общие формулы, предполагавшие экспоненциальность распадов $|K^0_{L,S}\rangle$. Покажем, что оно не зависит от этого (естественного) предположения (по крайней мере, для таких отклонений от экспоненциальности, которые сводятся к полюсам высокого порядка).

Пусть, как обычно, в отсутствие требований CPT–инвариантности и правила $\Delta Q = \Delta S$ наряду с амплитудами распадов $F$ для $K^0 \to \pi^- \ell^+ \nu_\ell$ и $\bar{F}$ для $\bar{K}^0 \to \pi^+ \ell^- \bar{\nu}_\ell$ вводятся амплитуды $G$ для распада $\bar{K}^0 \to \pi^- \ell^+ \nu_\ell$ и $\bar{G}$ для $K^0 \to \pi^+ \ell^- \bar{\nu}_\ell$. В соответствии с (3) амплитуды распадов $K^0_{\ell_3}$ с испусканием $\ell^+$ и $\ell^-$ $(\ell = e, \mu)$ имеют вид

$$T^+ = (sp + qr)^{-1} \{ sf_L e^{-iM_L \tau} (pF - qG) + \\ + qf_S e^{-iM_S \tau} (rF + sG) \} \tag{7}$$

и

$$T^- = (sp + qr)^{-1} \{ sf_L e^{-iM_L \tau} (p\bar{G} - q\bar{F}) + \\ + qf_S e^{-iM_S \tau} (r\bar{G} + s\bar{F}) \}. \tag{8}$$

На далеких расстояниях за мишенью (при удерживании лишь членов, пропорциональных $|f_L|^2 e^{-\Gamma_L r}$ ) дополнительные множители $f_L$ сокращаются, мы получаем обычное выражение для коэффициента зарядовой асимметрии

$$a(\infty) = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} = \frac{|pF - qG|^2 - |p\bar{G} - q\bar{F}|^2}{|pF - qG|^2 + |p\bar{G} - q\bar{F}|^2}, \tag{9}$$

которое при справедливости CPT-инвариантности и правила $\Delta Q = \Delta S$ переходит в

$$a(\infty) = p^2 - |q|^2 .$$

Таким образом, по-прежнему и в рассмотренном случае существование ненулевой зарядовой асимметрии в лептонных распадах на далеких расстояниях за мишенью доказывает неортогональность $|K^0_L>$ и $|K^0_S>$ и тем самым показывает, что эффекты полюсов высокого порядка типа Гольдбергера-Ватсона в распадах $K^0$ -мезонов отсутствуют (могут присутствовать разве только в виде примеси к обычным полюсам первого порядка).

4. В заключение сделаем два замечания.

Во-первых, ясно, что произвольные отклонения от экспоненциальности могут сказаться на зависимости асимметрии $a(r)$ в лептонных распадах от расстояния за мишенью, где образуются $K^0$ -мезоны ( $r$ - время за мишенью).

В общем случае выражение для $a(r)$ имеет вид

$$a(r) = \frac{N^+(r) - N^-(r)}{N^+(r) + N^-(r)} = \epsilon_-(r)/\epsilon_+(r), \tag{10a}$$

где

$$\epsilon_{\pm} = (|A_L|^2 \pm |B_L|^2) + (|A_S|^2 \pm |B_S|^2)\, e^{(\Gamma_L - \Gamma_S)r} +$$

$$+ 2\,\mathrm{Re}\, \{ (A_L^* A_S \pm B_L^* B_S)\, e^{i(M_L^* - M_S)r + \Gamma_L r} \}, \qquad (10б)$$

а

$$A_L = (sp + qr)^{-1}\, s f_L (pF - q\,G),$$

$$A_S = (sp + qr)^{-1}\, q f_S (rF + sG),$$

$$B_L = (sp + qr)^{-1}\, s f_L (p\bar{G} - q\bar{F}), \qquad (10c)$$

$$B_S = (sp + qr)^{-1}\, q f_S (r\bar{G} + s\bar{F}).$$

Было бы весьма желательно провести измерение $a(r)$ при различных $r$.

Во-вторых, как видно из (10), в отсутствие правила $\Delta Q = \Delta S$, но при справедливости CPT-инвариантности выражение для асимметрии $a(\infty)$ при $p^2 = |q|^2 = 1/2$ принимает вид

$$a(\infty) = \frac{4p\,\mathrm{Re}\,G\ \mathrm{Re}\,F\ \mathrm{Im}\,q}{|F|^2 + |G|^2 - 4p\ \mathrm{Re}\,G\ \mathrm{Re}(q\,F^*)} \cong 4\cdot 10^{-3}\ \frac{\mathrm{Re}\,G}{\mathrm{Re}\,F}\left|1 - \frac{G}{F}\right|^{-2} \qquad (11)$$

Даже при сравнительно большом нарушении правила $\Delta Q = \Delta S$, когда $x = G/F \cong 0{,}1$, из (11) следует, что $a(\infty)$ должна быть около $4{.}10^{-4}$, что также можно считать, по-видимому, исключенным экспериментом.

Автор весьма благодарен В.Г. Барышевскому, В.Л. Любошицу и М.И. Подгорецкому за полезные обсуждения и Л.А. Халфину за интересную переписку и критические замечания.

## Приложение

Здесь мы рассмотрим соотношения унитарности для распада $K^0$-мезонов в вакууме, следуя работе Белла и Штейнбергера /2/, но не предполагая экспоненциальности распадов $|K^0_{L,S}>'$ состояний. Это рассмотрение может представлять некоторый интерес для общего анализа свойств нестабильных состояний.

Рассмотрим общее состояния вида

$$\Psi = x f_L(\tau) e^{-iM_L(\tau)\cdot\tau} |K_L>' + y f_S(\tau) e^{-iM_S(\tau)\cdot\tau} |K_S>' \qquad (\Pi\text{-I})$$

с произвольными постоянными коэффициентами $x$ и $y$ при условии

$$'<K_L|K_L>' = '<K_S|K_S>' = 1; \quad '<K_L|K_S>' \neq 0. \qquad (\Pi-2)$$

В (П-I) мы допускаем зависимость от $\tau$, как в $f_{L,S}(\tau)$, так и в

$$M_{S,L}(\tau) = m_{S,L}(\tau) - \frac{i}{2}\Gamma_{S,L}(\tau).$$

Приравнивание убыли нормы состояния (П-I) $-d|\Psi|^2/d\tau$ для произвольных $\tau$ полной вероятности распада из этого состояния

$$\sum_F |(F|T|\Psi)|^2 = \sum_F |x f_L(\tau) e^{-iM_L\tau} (F|T|K_L)' + y f_S(\tau) e^{-iM_S\tau} (F|T|K_S)'|^2$$

ввиду произвольности $x$ и $y$ приводит к условиям

$$-\frac{d|f_L|^2}{dr} + |f_L|^2 \frac{d}{dr}(r\Gamma_L) = |f_L|^2 \sum_F |(F|T|K_L)'|^2, \quad (\Pi-3)$$

$$-\frac{d|f_S|^2}{dr} + |f_S|^2 \frac{d}{dr}(r\Gamma_S) = |f_S|^2 \sum_F |(F|T|K_S)'|^2, \quad (\Pi-4)$$

$$-'\langle K_L|K_S\rangle' \left\{ \frac{d}{dr}(f_L^* f_S) + (f_L^* f_S)\, i \frac{d}{dr}[(M_L^* - M_S)r] \right\} =$$

$$= (f_L^* f_S) \sum_F (F|T|K_L)^* (F|T|K_S), \quad (\Pi-5)$$

которые с учетом (П–2) можно переписать в виде

$$-'\langle K_\ell | K_k\rangle' \left\{ (f_\ell^* f_k)^{-1} \frac{d}{dr}(f_\ell^* f_k) + i \frac{d}{dr}[(M_\ell^* - M_k)r] \right\} =$$

$$= \sum_F (F|T|K_\ell)'^* (F|T|K_k)', \quad (\Pi-6)$$

где $\ell, k = L, S.$

При $f_{L,S} = 1$ и независимости $M_{L,S}$ от $r$ соотношения (П–3) –(П–6) переходят в соотношение унитарности Белла-Штейнбергера.

Соотношения (П–3)–(П–6) допускают и другое представление. Интегрирование, например (П–3), приводит к выражению

$$-\ln\frac{|f_L(r)|^2}{|f_L(0)|^2} + r\Gamma_L = \int_0^r \sum_F |(F|T|K_L)'|^2 dr'.$$

Как видно из результата Гольдбергера и Ватсона (4), для полюсов второго и более высоких порядков

$$f_{L,S}(0)=1, \qquad f'_{L,S}=\frac{1}{2}\Gamma_{L,S} \quad .$$

В этом случае, как это видно из (П-3)-(П-4), при $r=0$ полная вероятность распада $\sum_F |(F|T|K_{L,S})'|^2=0$. Для полюса второго порядка

$$f_{L,S}(r)=1+\frac{1}{2}\Gamma_{L,S}\cdot r$$

и из (П-3)-(П-4)

$$\sum_F |(F|T|K_{L,S})'|^2=\Gamma_{L,S}\frac{1/2\,\Gamma_{L,S}\,r}{1+\frac{1}{2}\Gamma_{L,S}\,r}. \qquad (П-7)$$

С помощью (4) и (П-3)-(П-4) можно получить аналогичные выражения для полюсов произвольного порядка. Как и (П-7), они обладают тем общим свойством, что правые части обращаются в нуль при $\Gamma r\to 0$ и стремятся к $\Gamma$ при $\Gamma r\to\infty$. Эти свойства характерны для неэкспоненциальности, рассмотренной Гольдбергером и Ватсоном.

При $\Gamma r\to\infty$, как нетрудно видеть из (4),

$$(f_\ell^* f_k)^{-1}\frac{d}{dr}(f_\ell^* f_k)\to 0$$

и соотношения (П-3)-(П-6) принимают вид соотношений Белла-Штейнбергера для квазистационарных состояний с экспоненциальным законом распада.

Ввиду того, что при $\Gamma r\to 0$ правые части (П-3) и (П-4) при справедливости (4) обращаются в нуль, то же происходит и с правой частью соотношения (П-5). . Выражение в фигурных скобках в левой части (П-5) не равно нулю (обращается в $i(m_L-m_S)$ при $r\to 0$) и, следовательно, должно быть

$$'\langle K_L|K_S\rangle'=0,$$

т.е. состояния $|K_L^0>$ и $|K_S^0>$ ортогональны, как это и было показано Халфиным.

Интересно отметить, что к заключению об ортогональности двух квазистационарных состояний ($|K_L^0>'$ и $|K_S^0>'$) можно прийти из (П-5), если допустить, что лишь одно из состояний (например, $|K_S^0>'$ ) описывается полюсом высокого порядка - типа полюса Гольдбергера-Ватсона. Действительно, правая часть (П-5) обращается в нуль и тогда, когда только $\sum_F |(F|T|K_S)'|^2$ обращается в нуль при $r = 0$. Выражение в фигурных скобках в левой части (П-5) опять не равно нулю (оно обращается в $i(m_L - m_S) - \Gamma_L/2$ при $r = 0$ ) и (П-8) опять имеет место.

Отметим, что соотношение (II-6) и выводы из него остаются справедливыми и для задач с числом квазистационарных уровней, большим двух. При этом индексы $\ell$ и $k$ нумеруют уровни.

## Литература


1. Л.А. Халфин. УФН, 95, 499 (1968).
2. J.S. Bell, J. Steinberger. Weak Interactions of Kaons. Oxford Conf. on Elementary Particles, 1965.
3. D. Dorfan, J. Enstrom, D. Raymond, M. Schwartz, S. Wojcicki, D.H. Miller, M. Paciotti. Phys. Rev. Lett., 19, 987 (1967).
4. S. Bennett , D. Nygren, H. Saal, J. Steinberger, J. Sunderland. Phys. Rev. Lett., 19, 993, 997 (1967).
5. M. Goldberger, K. Watson. Phys. Rev., 136B, 1472 (1964).



Рукопись поступила в издательский отдел
20 сентября 1968 года.