

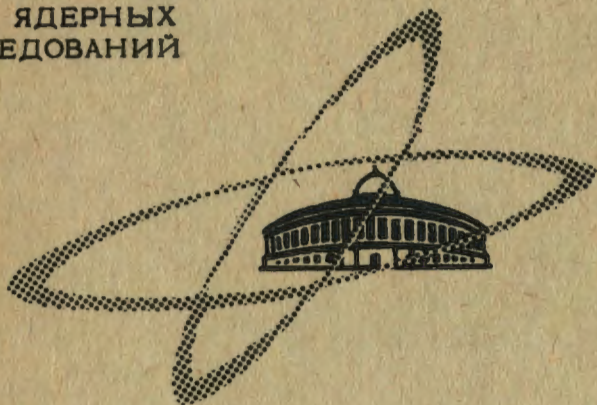
4058

Экз. чит. зала

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2 - 4058



В.П.Зрелов, Ф.Легар, П.Павлович, З.Яноут,
Е.Яникова

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ПЕРЕХОДНОГО
ИЗЛУЧЕНИЯ
В ОПТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ ЧАСТОТ
ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
В ДИАПАЗОНЕ ЭНЕРГИЙ ЧАСТИЦ
ОТ $\gamma=1,1$ ДО $\gamma=1000$

1968

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ

P2 - 4058

В.П.Зрелов, Ф.Легар, П.Павлович, З.Яноут,
Е.Яникова

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ПЕРЕХОДНОГО
ИЗЛУЧЕНИЯ
В ОПТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ ЧАСТОТ
ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
В ДИАПАЗОНЕ ЭНЕРГИЙ ЧАСТИЦ
ОТ $\gamma = 1,1$ ДО $\gamma = 1000$

Направлено в "Чехословацкий физический журнал"

В в е д е н и е

В современной физике высоких энергий пока не ощущается недостатка в экспериментальной методике. Однако по мере продвижения ядерной физики ко все большим и большим энергиям положение будет изменяться в худшую сторону. В области энергий около 1000 Гэв и выше кризис экспериментальной методики идентификация частиц, по-видимому, будет весьма ощутим.

Так, при импульсе частиц 1000 Гэв/с разности скоростей

$$\Delta \beta_{\pi, k} = 1,114 \cdot 10^{-7}, \text{ а } \Delta \beta_{\mu, \pi} = 1,764 \cdot 10^{-9}$$

Если разрешающая способность $\Delta \beta / \beta = 10^{-6}$ и несколько лучше может быть достигнута, например, с помощью апохроматического дифференциального счетчика Черенкова, подобного разработанному Дьютейлом и др.^{/1/}, то достичь разрешений по скоростям $\frac{\Delta \beta}{\beta} \approx 10^{-9}$ этот метод не позволит уже по принципиальным соображениям, связанным с дифракцией излучения. Действительно, при угле излучения Вавилова-Черенкова $\theta = 2,5 \cdot 10^{-3}$ рад и длине газового радиатора $l = 100$ метров расходимость излучения за счет дифракции $\Delta \theta_{дл} \approx \frac{\lambda}{l \theta}$, а тогда предельное разрешение счетчика Черенкова по скорости составит

$$\left(\frac{\Delta\beta}{\beta} \right)_{\text{lim}} = \theta \Delta\theta = \frac{\lambda}{\ell} = 4 \cdot 10^{-9} .$$

Поэтому не случайно физики-экспериментаторы обратились к другому эффекту — так называемому переходному излучению, предсказанному Гинзбургом и Франком ^{/2/} в 1946 году.

Переходное излучение возникает всякий раз, когда заряженная частица пересекает границу раздела различных по диэлектрическим свойствам сред. Хотя это излучение и очень слабо (так, при $\gamma = (1 - \beta^2 v)^{-1/2} = 10^3$ частица испускает назад при пересечении одной пластинки из Al всего 0,01 фотона), оно может быть усилено за счет использования нескольких сот слоев вещества. Кроме этого, переходное излучение обладает одним существенным преимуществом перед другими эффектами — число фотонов в оптическом диапазоне частот растет при высоких γ ($\gamma > 10$) пропорционально $\ln \gamma$ без всяких эффектов насыщения, а для рентгеновского излучения $\approx \gamma$.

В последнее время начали появляться экспериментальные работы по проверке использования этого излучения для детектирования частиц.

Счетчик частиц с регистрацией переходного излучения в оптическом диапазоне недавно испытали Оостенс и др. ^{/3/}.

В настоящей работе для того, чтобы представлять перспективы использования этого эффекта в будущем, мы произвели расчеты по переходному излучению в оптическом диапазоне и для перпендикулярного падения частиц на границу раздела сред.

В.Гинзбург и И.Франк ^{/2/} получили формулу для переходного излучения, испущенного в сторону, противоположную направлению скорости частицы, т.е. назад.

Позднее Г.М.Гарибян ^{/4/} показал, что переходное излучение испускается и по направлению движения частицы, т.е. вперед.

Выражение для энергии переходного излучения, испущенного частицей со скоростью β при прохождении одной толстой пластинки, имеет вид [2,4]:

$$\frac{d\epsilon}{d\Omega} = \frac{e^2 \beta^2}{\pi^2 c} \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \left| \frac{(\epsilon' - 1)(1 - \beta^2 + \beta \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta})}{(\epsilon' \cos \theta + \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta})(1 \mp 3\sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta})} \right|^2 d\omega, \quad (1)$$

где $d\Omega = 2\pi \sin \theta \cdot d\theta$ - телесный угол; $\epsilon' = n^2 - n^2 \kappa^2 - i 2n^2 \kappa$; n - показатель преломления, κ - коэффициент поглощения; знак (-) в формуле (1) относится к излучению вперед; знак (+) - к излучению назад.

Число фотонов переходного излучения W получается из формулы (1) путем деления ее на $h\nu$ ($\epsilon = W h\nu$):

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2 \hbar c} \frac{\beta^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left| \frac{(\epsilon' - 1)(1 - \beta^2 + \beta \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta})}{(\epsilon' \cos \theta + \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta})(1 \mp \beta \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta})} \right|^2 \frac{d\lambda}{\lambda} \quad (2)$$

Здесь $\frac{e^2}{\pi^2 \hbar c} = 7,394 \cdot 10^{-4}$, а ϵ' запишем как $\epsilon' = a(\lambda) + i b(\lambda)$, где $a = n^2 \left(1 - \frac{2\hbar \kappa^2}{c^2}\right)$, а $b = 2n^2 \kappa$.

Вычислялись величины $W(\theta)$, $W_\lambda(\theta)$, $W(\lambda)$ и W , а также $\theta_{W \max}(\gamma)$ в диапазоне от $\gamma = 1,1$ до $\gamma = 10^3$ ($\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$).

I. Метод вычисления

Вычисление интегралов проводилось на вычислительных машинах ОИЯИ методом Симпсона. В связи с этим для получения зависимостей

W , $W(\lambda)$ и $W(\theta)$ необходимо было преобразовать формулу (2) в другой вид. При этом следовало различать случаи, когда величины $a(\lambda)$ и $b(\lambda)$ положительны или отрицательны, и взять правильный корень^{x)} из комплексного числа

$$\epsilon' - \sin^2 \theta = (a - \sin^2 \theta) + i b.$$

На основании экспериментальных данных^{/5/} по $a(\lambda)$ и $b(\lambda)$, приведенных в табл. 1^{xx)}, комплексное число $\epsilon' = a + i b$ принимает значения, находившиеся в III или IV квадранте. А комплексное число $\epsilon' - \sin^2 \theta$ также может находиться в III или IV квадрантах, если значение величины $a - \sin^2 \theta$ было отрицательным или положительным соответственно. В этом случае имеем два варианта.

1-ый вариант $a(\lambda) < 0$, $b(\lambda) < 0$.

Комплексное число

$$\epsilon' = -|a| - i|b| = -\sqrt{|a|^2 + |b|^2} e^{i\omega}$$

(где $\omega = \arctg \frac{|b|}{|a|}$) всегда лежит в III квадранте.

Корень $\sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta}$ имеет два значения:

$$\rho e^{i\left(\frac{\phi}{2} + \frac{2k+1}{2}\pi\right)},$$

где $k=1,2$. Из физических соображений нужно брать $k=1$, чтобы мнимая часть $\text{Im}(\sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta})$ была отрицательной. В этом случае

$$\sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta} = (-i)\rho e^{i\frac{\phi}{2}} = \rho\left(\sin\frac{\phi}{2} - i\cos\frac{\phi}{2}\right),$$

x) Выбор правильного корня был подсказан нам В.Е.Лафомовым.

xx) Данные $a(\lambda)$ и $b(\lambda)$ для германия брались из работы^{/8/}.

Таблица I

Экспериментальные данные для $\epsilon' = a(\lambda) + i b(\lambda)$

Ge			As?		
$\lambda [\text{Å}]$	a	$-b$	$\lambda [\text{Å}]$	$-a$	$-b$
2500	-1.0	4.5	4310	7.5141	4.4460
3000	1.0	8.0	4860	9.0566	5.8590
3500	3.5	7.5	5270	10.2821	7.4580
4000	4.5	6.9	5890	26.2288	15.3216
4500	3.5	17.0	6300	26.9692	17.6256
5000	4.5	22.0	6560	13.1760	11.6032
5500	8.0	21.0			
6000	21.0	15.1			
7000	20.0	9.0			
8000	19.0	6.1			

Au			Pt		
$\lambda [\text{Å}]$	$-a$	$-b$	$\lambda [\text{Å}]$	$-a$	$-b$
4000	0.6898	5.6406	4310	5.8480	8.3202
4200	0.7751	5.6520	4390	8.9031	11.0840
4400	0.8479	5.4354	4410	6.6000	11.6288
4410	2.0301	4.3660	4663	10.0359	12.3120
4600	0.9251	5.0460	4770	10.5840	12.6592
4800	1.2008	4.3136	4875	10.6665	13.0592
5000	2.1883	3.2726	5020	11.6184	13.7830
5200	3.5912	2.6934	5170	11.9439	14.5040
5400	5.0268	8.4664	5790	15.2391	17.8640
5890	7.7880	2.6602	5896	15.0751	18.2160
5893	7.8184	2.0642	6330	16.8805	20.7348
6200	9.8631	2.2120	6560	13.1428	18.2304
6300	9.6408	1.9094	6655	18.1440	22.7448
6600	12.4292	2.2696	7040	20.4120	24.9318
7000	14.3606	2.1280			

<i>Cu</i>					
$\lambda[\text{\AA}]$	$-a$	$-b$	$\lambda[\text{\AA}]$	$-a$	$-b$
2310	0.1704	4.0310	5400	4.6632	5.1574
2313	0.1905	4.0391	5400	5.0544	4.0320
2540	0.8283	3.0956	5460	4.8472	4.4454
2573	0.0535	3.9788	5500	4.9906	3.9837
2749	0.0330	3.7757	5600	5.1254	4.1382
2890	0.0245	3.0012	5600	5.3280	2.7608
2981	0.1571	3.3135	5750	5.5200	3.1743
3130	0.6776	2.8890	5770	8.0039	3.1046
3467	0.7331	3.4891	5800	1.4520	3.3540
3470	0.7443	3.4986	5800	6.6120	1.6058
3660	1.4927	3.0264	5864	6.5362	3.2454
3950	1.7322	4.1360	6000	9.3840	3.5200
4060	1.9875	2.2300	6000	8.5680	0.7615
4358	3.2184	3.8570	6200	10.6860	3.8512
4360	2.5755	3.3120	6200	10.2992	0.4494
4500	3.3390	4.8060	6300	8.7563	3.3855
4600	3.8170	5.4155	6300	11.8440	0.6102
4800	4.0833	4.4639	6400	12.4382	4.4034
4800	4.3143	4.2864	6400	12.1701	0.6980
5000	4.2747	5.1408	6500	12.5904	0.7880
5000	4.2655	4.1480	6500	10.4340	2.8688
5100	4.9021	4.3020	6600	13.8594	4.9518
5200	4.4971	5.5189	6700	13.5280	0.8832
5350	4.1722	4.5702	6800	13.9755	0.8228

Ag			Ni		
λ [Å]	a	-b	λ [Å]	-a	-b
2263	0.7514	3.1128	2540	2.3868	4.3776
2313	0.8027	3.1758	2890	2.0584	5.3190
2500	0.4717	3.9284	3130	2.2176	5.4270
2570	0.6902	3.9378	3340	2.5425	5.4648
2749	0.5855	3.8280	3660	3.2287	5.9584
2930	1.5196	3.0388	4060	4.1529	6.6640
2981	1.6086	2.8410	4310	4.2401	6.9720
3030	1.7848	2.3824	4360	5.6012	7.8384
3060	1.8412	2.1228	4860	6.0384	8.9320
3090	1.8476	1.7760	5000	6.4790	9.1630
3110	1.8076	1.5122	5270	7.0152	10.1386
3140	1.4067	1.1048	5400	7.5993	10.4000
3160	1.0878	0.24	5460	8.1648	10.3986
3180	0.8444	0.8750	5780	9.0395	11.1492
3200	0.6589	0.7632	5800	8.6184	11.7425
3220	0.5307	0.6730	6200	9.7197	13.1404
3240	0.4090	0.6388	6300	9.0304	13.4190
3260	0.2994	0.5842	6300	11.6424	15.7210
3280	0.1693	0.5468	6500	11.7968	15.0126
3290	-0.0453	0.5802	6560	10.9440	14.7838
3320	-0.2580	0.5244	6600	10.9626	14.9376
3360	-0.6085	0.4204	7000	11.7398	16.1190
3460	-1.1576	0.4810			
3610	-2.0708	0.5842			
3950	-3.6317	0.5928			
4500	-5.6661	0.7826			
4860	-5.3664	1.1650			
5000	-8.6209	0.9940			
5270	-7.0131	1.3300			
5500	-10.8920	1.1634			
5890	-13.2037	1.2878			
5890	-13.2172	1.3104			
6300	-15.6404	1.6178			
7500	-26.5970	1.7540			

где

$$\rho = \sqrt[4]{(a - \sin^2 \theta)^2 + b^2} \quad \text{и} \quad \phi = \arctg \left| \frac{b}{a - \sin^2 \theta} \right|.$$

В варианте (1) формулу (2) можно переписать в более удобном для программирования виде:

$$W = 7,314 \cdot 10^{-4} 2\pi \int_0^{\pi/2} \frac{\beta^2 \sin^3 \theta \cos^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2} d\theta \times \quad (3)$$

$$\times \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{(a^2 + b^2 - 2a + 1)[(1 - \beta^2)^2 \mp 2\beta\rho(1 - \beta^2) \sin \frac{\phi}{2} + \beta^2 \rho^2]}{[(a^2 + b^2) \cos^2 \theta + \rho^2 + 2\sqrt{a^2 + b^2} \rho \cos \theta \sin(\omega - \frac{\phi}{2})](1 + \beta^2 \rho^2 \mp 2\beta\rho \sin \frac{\phi}{2})} \frac{d\lambda}{\lambda},$$

где знаки (-) и (+) означают по-прежнему излучение вперед и назад соответственно.

2-ой вариант $a(\lambda) > 0$, $b(\lambda) < 0$.

В этом варианте комплексное число $\epsilon' = |a| - i|b| = \sqrt{|a|^2 + |b|^2} e^{i\omega}$ всегда находится в IV квадранте. Величина $(a - \sin^2 \theta)$ может принимать положительное и отрицательное значение.

а) Для $(a - \sin^2 \theta) > 0$ и $k = 1$ получаем

$$\sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta} = \rho e^{-i\frac{\phi}{2}} = \rho \left(\cos \frac{\phi}{2} - i \sin \frac{\phi}{2} \right),$$

а формула (2) принимает вид:

$$W = 7,394 \cdot 10^{-4} 2\pi \int_0^{90^\circ} \frac{\beta^2 \sin^3 \theta \cos^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2} d\theta \times$$

$$\times \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{(a^2 + b^2 - 2a + 1)[(1 - \beta^2)^2 + 2\beta\rho(1 - \beta^2) \cos \frac{\phi}{2} + \beta^2 \rho^2]}{[(a^2 + b^2) \cos^2 \theta + \rho^2 + 2\sqrt{a^2 + b^2} \rho \cos \theta \cos(\omega - \frac{\phi}{2})](1 + \beta^2 \rho^2 + 2\beta\rho \cos \frac{\phi}{2})} \frac{d\lambda}{\lambda} \quad (4)$$

в) Для $(a - \sin^2 \theta) < 0$ и $k = 1$ получаем

$$\sqrt{a - \sin^2 \theta} = (-i) \rho e^{i \frac{\phi}{2}} = \rho \left(\sin \frac{\phi}{2} - i \cos \frac{\phi}{2} \right),$$

формула (2) в этом случае приобретает вид:

$$W = 7,394 \cdot 10^{-4} 2\pi \int_0^{90^\circ} \frac{\beta^2 \sin^3 \theta \cos^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2} d\theta \times$$

$$\times \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{(a^2 + b^2 - 2a + 1)[(1 - \beta^2)^2 + 2\beta\rho(1 - \beta^2) \sin \frac{\phi}{2} + \beta^2 \rho^2]}{[(a^2 + b^2) \cos^2 \theta + \rho^2 + 2\rho\sqrt{a^2 + b^2} \cos \theta \sin(\omega + \frac{\phi}{2})](1 + \beta^2 \rho^2 + 2\beta\rho \sin \frac{\phi}{2})} \frac{d\lambda}{\lambda} \quad (5)$$

Так как для вычисления интегралов, входящих в эти формулы, необходимо знать непрерывные зависимости $a = a(\lambda)$ и $b = b(\lambda)$, то совокупности экспериментальных данных аппроксимировались функциями

$$a(\lambda) = \sum_i A_i \lambda^i, \quad (6)$$

$$b(\lambda) = \sum_j B_j \lambda^j. \quad (7)$$

Значения коэффициентов A_1 и B_1 находились методом наименьших квадратов и приведены в табл. 2^x), причем при пользовании этими данными в формулы (6) и (7) λ нужно подставлять в единицах 10^{-5} см.

На рис. 1-7 показаны те же зависимости вместе с экспериментальными данными.

III. Результаты

Расчетные величины W для $\beta = 0,81$ ($\gamma = 1,7$) приведены в табл. табл. 3, причем интегрирование по λ производилось в диапазоне данных по $a(\lambda)$ и $b(\lambda)$, приведенных в табл. 1.

Кроме значений W , для каждого вещества вычислялись угловые распределения фотонов $W(\theta)$ и спектры фотонов $W(\lambda)$ в соответствии с формулами:

$$W(\theta) = \frac{dW(\theta)}{d\theta} = \frac{7,394 \cdot 10^{-4} \beta^2 \sin^3 \theta \cos^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2 \lambda_1} \int \frac{\lambda_2 (\epsilon' - 1)(1 - \beta^2 + \beta \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta})}{(\epsilon' \cos \theta + \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta})(1 + \beta \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta})} \left| \frac{d\lambda}{\lambda} \right|^2 \quad (8)$$

$$W(\lambda) = \frac{dW(\lambda)}{d\lambda} = \frac{7,394 \cdot 10^{-4} \beta^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2} \int \frac{(\epsilon' - 1)(1 - \beta^2 + \beta \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta})}{(\epsilon' \cos \theta + \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta})(1 + \beta \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta})} \left| \frac{d\theta}{\lambda} \right|^2 \quad (9)$$

x)

Для серебра в области резонансного поглощения (до 3100 \AA) использовалась квадратичная интерполяция между экспериментальными точками. Во всей остальной области такая интерполяция оказалась невыгодной и даже в некоторых случаях невозможной из-за большого разброса данных при одном значении λ .

Таблица 2

Коэффициенты A_i и B_i для функций
 $a(\lambda)$ и $b(\lambda)$ соответственно

		A_0	A_1	A_2	A_3	A_4
		B_0	B_1	B_2	B_3	B_4
Al	$a(\lambda)$	12523.757	-9827.749	2870.493	-359.830	17.716
	$b(\lambda)$	6170.203	-4822.032	1402.904	-130.081	8.594
Ni	$a(\lambda)$	-13.976	10.150	-2.666	0.204	-0.004
	$b(\lambda)$	23.013	-2.602	9.089	-1.412	0.076
Cu	$a(\lambda)$	-18.853	20.983	-8.311	1.389	-0.090
	$b(\lambda)$	-53.268	47.927	-16.267	2.305	-0.116
Ag	$a(\lambda)$	-66.049	66.264	-22.505	3.101	-0.158
	$b(\lambda)$	-22.880	12.390	-1.950	0.035	0.007
Pt	$a(\lambda)$	279.662	-147.950	25.178	-1.450	
	$b(\lambda)$	155.112	-83.896	14.232	-0.844	
Au	$a(\lambda)$	-187.593	120.966	-27.345	2.532	-0.084
	$b(\lambda)$	327.548	-258.643	73.316	-8.989	0.405

Таблица 3

Полное число фотонов W_- и W_+ для $\beta = 0.81$

	Al	Ni	Cu	Ge	Ag	Pt	Au
$W_- \cdot 10^{+4}$	7.890	15.622	15.269	19.177	16.893	9.263	8.345
$W_+ \cdot 10^{+4}$	6.538	10.652	12.289	9.482	14.015	7.041	6.338

Значения величины $W(\theta)$ и $W(\lambda)$ при $\gamma=1,703$ для элементов Al, Ni, Cu, Ge, Ag, Pt и Au приведены в табл. 4,5,6,7,

На рис.8+14 показаны угловые распределения фотонов $W_-(\theta)$ и $W_+(\theta)$ для тех же элементов.

Причем кривые 1 соответствуют $\gamma=1,703$ и получены интегрированием по всему диапазону λ , приведенному в табл.1. Кривые 2 вычислены также для $\gamma=1,703$, но для диапазона интегрирования от $\lambda_1=4310\text{Å}$ до $\lambda_2=7000\text{Å}$, а кривые 3 соответствуют тому же диапазону λ , но для $\gamma=5$ (масштабы кривых 2 и 3 одинаковы, но в два раза меньше масштаба кривых 1)

Следует заметить, что поскольку все расчеты произведены для случая нормального падения частицы на пластинку, то, естественно, полное угловое распределение фотонов $W_+(\theta)$ и $W_-(\theta)$ зеркально симметрично относительно направления скорости частицы (показанного стрелкой).

Для того, чтобы показать различие в угловых распределениях $W_-(\theta)$ и $W_+(\theta)$ при различных λ , для Au и Ag были вычислены распределения:

$$W(\theta, \lambda) = \frac{d^2 W(\theta, \lambda)}{d\theta d\lambda} = 7,394 \cdot 10^{-4} \frac{\beta^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)} \left| \frac{(\epsilon' - 1)(1 - \beta^2 \mp \beta \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta})}{(\epsilon' \cos \theta + \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta})(1 \mp \beta \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta})} \right|^2 \frac{1}{\lambda} \quad (10)$$

Эти зависимости для Ag при $\lambda_1=2794\text{Å}$ и $\lambda_2=3950\text{Å}$ показаны на рис.15, а для Au при $\lambda_1=4600\text{Å}$ и $\lambda_2=5393\text{Å}$ - на рис.16.

На рис.17-23 даны спектры фотонов $W(\lambda)$ для различных элементов в различных γ . Нечетные кривые соответствуют $W_-(\lambda)$, а четные - $W_+(\lambda)$. Кривые 1,2 вычислены для $\gamma=1,703$, кривые 3,4 - для $\gamma=70$, а кривые 5 и 6 - для $\gamma=500$.

Из этих рисунков видно, что спектр фотонов имеет довольно сильное различие для $W_-(\lambda)$ и $W_+(\lambda)$, но зависимость от γ выражена слабо.

Для всех вышеуказанных элементов исследовалась также зависимость $W = W(\gamma)$ в интервале γ от 1,1 до 1000. Результаты расчетов приведены в табл. 8 и 9. В табл. 10 для сравнения даны величины W_+ и W_- для различных элементов при четырех значениях γ , но в одинаковом диапазоне λ от 4310Å до 7000Å.

Результаты для Al, Ni, Ge и Au приведены также на рис. 24+27.

Представляло также интерес посмотреть зависимость угла θ от γ , под которым испускается максимальное число фотонов. Эта зависимость $\theta_{W_{\max}}(\gamma)$ показана на рис.28. Ранее Г.М.Гарибяном^{4/} было отмечено, что при больших γ зависимость максимума излучения энергии переходного излучения $\theta_{W_{\max}} \approx \frac{1}{\gamma}$. Из рис.28 следует, что начиная с $\gamma \approx 4$ это предсказание хорошо подтверждается расчетом.

Чтобы почувствовать влияние различных множителей, входящих в формулу (8), на рост интенсивности переходного излучения от γ , мы разбили эту формулу на два множителя:

$$1) \quad K(\theta, \gamma) = \frac{\beta^2 \cos^2 \theta \operatorname{csin}^3 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2}, \quad (11)$$

$$2) \quad K'_+(\theta) = A \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left| \frac{(\epsilon' - 1)(1 - \beta^2 + \beta \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta})}{(\epsilon' \cos \theta + \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta})(1 + \beta \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta})} \right|^2 \frac{d\lambda}{\lambda}, \quad (12)$$

где $A = 7,394 \cdot 2 \pi \cdot 10^{-4}$.

Эти зависимости для угла θ_{\max} приведены на рис.29. Из графиков видно, что множитель, определяемый формулой (12), с ростом γ

Таблица 4
УГЛОВЫЕ ЗАВИСИМОСТИ $W(\theta)$

θ°	Al	Ni	Cu	Ge	Ag	Pt	Au
	$W \times 10^4$	$W \times 10^3$	$W \times 10^3$	$W \times 10^3$	$W \times 10^3$	$W \times 10^4$	$W \times 10^4$
5	0.066	0.015	0.016	0.018	0.017	0.077	0.082
10	0.479	0.109	0.117	0.127	0.121	0.559	0.596
11	1.388	0.313	0.335	0.368	0.349	1.619	1.718
20	2.702	0.606	0.648	0.713	0.672	3.151	3.319
25	4.199	0.933	0.955	1.100	1.032	4.897	5.106
30	5.653	1.242	1.319	1.469	1.369	6.591	6.789
35	6.906	1.497	1.579	1.777	1.643	8.051	8.167
40	7.874	1.679	1.755	2.002	1.835	9.181	9.142
45	8.532	1.784	1.841	2.138	1.942	0.951	9.689
50	8.881	1.814	1.839	2.189	1.967	10.364	9.819
55	8.929	1.774	1.753	2.158	1.906	10.432	9.553
60	8.674	1.667	1.591	2.050	1.792	10.156	8.908
65	8.095	1.493	1.359	1.866	1.599	9.511	7.888
70	7.138	1.252	1.069	1.602	1.332	8.436	6.487
75	5.711	0.942	0.740	1.252	0.991	6.825	4.723
80	3.755	0.573	0.405	0.815	0.585	4.561	2.714
85	1.417	0.200	0.125	0.323	0.189	1.780	0.857

Таблица 5
Угловые зависимости $W_+(\theta)$

	Al	Ni	Cu	Ge	Ag	Pt	Au
θ°	$W_+ \times 10^4$	$W_+ \times 10^3$	$W_+ \times 10^3$	$W_+ \times 10^3$	$W_+ \times 10^3$	$W_+ \times 10^4$	$W_+ \times 10^4$
5	0.054	0.010	0.013	0.009	0.013	0.058	0.059
10	0.392	0.070	0.093	0.062	0.095	0.421	0.431
15	1.137	0.202	0.268	0.179	0.273	1.219	1.246
20	2.216	0.392	0.518	0.347	0.530	2.375	2.417
25	3.448	0.606	0.797	0.537	0.818	3.694	3.738
30	4.648	0.810	1.059	0.718	1.094	4.979	5.001
35	5.687	0.981	1.272	0.870	1.324	6.090	6.058
40	6.495	1.106	1.417	0.983	1.492	6.955	6.833
45	7.050	1.181	1.488	1.053	1.595	7.549	7.300
50	7.352	1.208	1.488	1.081	1.631	7.874	7.460
55	7.405	1.188	1.419	1.069	1.605	7.938	7.320
60	7.208	1.122	1.286	1.018	1.518	7.739	6.885
65	6.740	1.011	1.095	0.930	1.378	7.258	6.149
70	5.957	0.852	0.857	0.802	1.151	6.446	5.099
75	4.776	0.644	0.588	0.629	0.863	5.222	3.740
80	3.150	0.394	0.318	0.411	0.514	3.4944	2.159
85	1.193	0.138	0.096	0.164	0.166	1.366	0.681

Таблица 6
 Величины $W_-(\lambda)$ для различных λ

Al		Ni		Cu		Ge	
λ [Å]	$W_- \times 10^7$	λ [Å]	$W_- \times 10^7$	λ [Å]	$W_- \times 10^7$	λ [Å]	$W_- \times 10^7$
4310	3.816	2540	4.965	2310	6.543	2500	4.792
4560	3.643	2790	4.646	2560	5.569	2750	5.027
4810	3.527	3040	4.377	2810	4.837	3000	4.889
5060	3.447	3290	4.148	3060	4.310	3250	4.616
5310	3.460	3540	3.958	3310	3.949	3500	4.318
5560	3.612	3790	3.802	3560	3.702	3750	4.015
5810	3.587	4040	3.672	3810	3.518	4000	3.839
6060	3.545	4290	3.561	4060	3.366	4250	3.800
6310	3.352	4540	3.464	4310	3.223	4500	3.874
		4790	3.374	4560	3.083	4750	3.782
		5040	3.290	4810	2.946	5000	3.644
		5290	3.200	5060	2.816	5250	3.460
		5540	3.130	5310	2.701	5500	3.304
		5790	3.052	5560	2.611	5750	3.180
		6040	2.974	5810	2.552	6000	3.084
		6290	2.897	6060	2.523	6250	2.944
		6540	2.821	6310	2.515	6500	2.817
						6750	2.702
						7000	2.596
						7250	2.499
						7500	2.410
						7750	2.328

Ag		Pt		Au	
$\lambda[\text{\AA}]$	$W_{-} \times 10^7$	$\lambda[\text{\AA}]$	$W_{-} \times 10^7$	$\lambda[\text{\AA}]$	$W_{-} \times 10^7$
2263	4.347	4310	3.848	4000	3.259
2513	4.421	4560	3.864	4250	3.010
2763	3.853	4810	3.792	4500	2.734
3263	0.529	5310	3.558	5000	2.445
3513	1.980	5560	3.432	5250	2.559
3763	2.865	5810	3.313	5500	2.718
4013	3.362	6060	3.201	5750	2.832
4263	3.564	6310	3.102	6000	2.890
4513	3.628	6560	3.016	6250	2.903
4763	3.621			6500	2.889
5013	3.606			6750	2.862
5263	3.508				
5513	3.428				
5763	3.349				
6013	3.268				
6263	3.198				
6513	3.141				
6763	3.092				
7013	3.048				

Таблица 7

Величины W_+ (λ) для различных λ

Al		Ni		Cu		Ge	
λ [Å]	$W_+ \times 10^7$	λ [Å]	$W_+ \times 10^7$	λ [Å]	$W_+ \times 10^7$	λ [Å]	$W_+ \times 10^7$
4310	3.078	2540	2.976	2310	6.435	2500	2.497
4560	2.900	2790	2.739	2560	5.466	2750	2.440
4810	2.799	3040	2.586	2810	4.653	3000	2.301
5060	2.749	3290	2.487	3060	4.007	3250	2.063
5310	2.818	3540	2.426	3310	3.533	3500	1.745
5560	3.068	3790	2.388	3560	3.194	3750	1.381
5810	3.094	4040	2.366	3810	2.939	4000	1.441
6060	3.096	4290	2.351	4060	2.736	4250	1.770
6310	2.890	4540	2.338	4310	2.550	4500	2.174
		4790	2.321	4560	2.371	4750	2.230
		5040	2.300	4810	2.193	5000	2.181
		5290	2.274	5060	2.017	5250	2.065
		5540	2.244	5310	1.851	5500	1.900
		5790	2.209	5560	1.706	5750	1.722
		6040	2.171	5810	1.594	6000	1.657
		6290	2.131	6060	1.523	6250	1.545
		4540	2.088	6310	1.494	6500	1.446
						6750	1.360
						7000	1.284
						7250	1.218
						7500	1.159
						7750	1.107

Ag		Pt		Au	
$\lambda[\text{\AA}]$	$W_+ \times 10^7$	$\lambda[\text{\AA}]$	$W_+ \times 10^7$	$\lambda[\text{\AA}]$	$W_+ \times 10^7$
2263	1.606	4310	2.646	4000	1.650
2513	1.799	4560	2.806	4250	1.480
2763	1.543	4810	2.831	4500	1.382
3013	0.870	5060	2.791	4750	1.399
3263	0.457	5310	2.715	5000	1.590
3513	1.710	5560	2.632	5250	1.924
3763	2.553	5810	2.548	5500	2.258
4013	3.190	6060	2.467	5750	2.491
4263	3.443	6310	2.401	6000	2.619
4513	3.523	6560	2.349	6250	2.675
4763	3.513			6500	2.688
5013	3.493			6750	2.690
5263	3.381				
5513	3.294				
5763	3.211				
• 6013	3.129				
6263	3.066				
6513	3.022				
6763	2.990				
7013	2.963				

Таблица 8

Величины W_{-} для различных γ

γ	β	Al	Ni	Cu	Ge	Ag	Pt	Au
		$W_{-} \times 10^4$	$W_{-} \times 10^4$	$W_{-} \times 10^4$	$W_{-} \times 10^4$	$W_{-} \times 10^4$	$W_{-} \times 10^4$	$W_{-} \times 10^4$
I.01	0.14037	0.128	0.220	0.254	0.207	0.274	0.140	0.129
I.02	0.19706	0.251	0.427	0.492	0.399	0.532	0.277	0.250
I.03	0.23959	0.372	0.629	0.719	0.655	0.780	0.413	0.366
I.04	0.27467	0.493	0.829	0.939	0.906	1.020	0.550	0.479
I.05	0.30491	0.613	1.029	1.156	1.147	1.254	0.689	0.590
I.06	0.33167	0.734	1.232	1.370	1.393	1.484	0.828	0.701
I.07	0.35575	0.854	1.437	1.682	1.647	1.710	0.968	0.812
I.08	0.37771	0.975	1.645	1.794	1.908	1.935	1.109	0.923
I.09	0.39789	1.096	1.855	2.005	2.176	2.157	1.250	1.034
I.1	0.41660	1.216	2.067	2.216	2.448	2.379	1.392	1.147
I.2	0.55277	2.414	4.287	4.353	5.293	4.625	2.803	2.314
I.3	0.63897	3.534	6.586	6.533	8.176	6.963	4.184	3.526
I.4	0.69985	4.713	8.885	8.725	11.014	9.353	5.518	4.745
I.5	0.74536	5.799	11.150	10.905	13.778	11.747	6.799	5.950
I.6	0.78062	6.840	13.361	13.053	16.456	14.113	8.026	7.132
I.7	0.80869	7.839	15.511	15.160	19.043	16.437	9.203	8.285
I.8	0.83148	8.797	17.596	17.219	21.541	18.709	10.330	9.406
I.9	0.85029	9.715	19.615	19.226	23.950	20.924	11.411	10.495
2	0.86603	10.598	21.569	21.180	26.274	23.079	12.448	11.550
3	0.94281	17.852	38.051	37.994	45.662	41.607	20.961	20.511
4	0.96825	23.202	50.545	50.972	60.196	55.928	27.225	27.334
5	0.97980	27.415	60.537	61.420	71.814	67.391	32.154	32.785
6	0.98601	30.384	68.693	70.099	81.215	76.969	36.308	37.346

γ	β	Al	Ni	Cu	Ge	Ag	Pt	Au
		$W_{\gamma} \times 10^4$	$W_{\gamma} \times 10^4$	$W_{\gamma} \times 10^4$	$W_{\gamma} \times 10^4$	$W_{\gamma} \times 10^4$	$W_{\gamma} \times 10^4$	$W_{\gamma} \times 10^4$
7	0.98974	33.680	75.826	77.533	89.439	85.213	39.714	41.227
8	0.99216	36.450	81.897	84.069	96.553	92.399	42.762	44.618
9	0.99381	38.759	87.337	89.837	102.818	98.776	45.420	47.615
10	0.99499	40.811	92.220	95.018	108.410	104.512	47.821	50.306
20	0.99875	54.278	124.584	129.420	145.511	142.511	63.552	68.157
30	0.99944	62.178	143.618	149.676	167.365	165.087	72.773	78.659
40	0.99969	67.784	157.145	164.048	182.890	181.050	79.331	86.127
50	0.99980	72.137	167.644	175.227	194.939	193.452	84.412	91.920
60	0.99986	75.694	176.225	184.365	204.785	203.590	88.566	96.657
70	0.99990	78.701	183.482	192.093	213.200	212.162	92.081	100.663
80	0.99992	81.308	189.769	198.807	220.413	219.590	95.127	104.135
90	0.99994	83.607	195.907	204.713	226.684	226.143	97.812	107.197
100	0.99995	85.663	200.275	209.996	232.468	232.006	100.213	109.935
200	0.999987500	99.191	232.914	244.762	269.827	270.582	116.015	127.947
300	0.999994444	107.099	252.009	265.075	291.742	293.153	125.253	138.494
400	0.999996875	112.715	265.558	279.530	307.286	309.166	131.814	145.969
500	0.999998000	117.071	276.066	290.696	319.344	321.588	136.900	151.771
600	0.999998611	120.627	284.652	299.841	329.196	331.737	141.056	156.515
700	0.999998979	123.636	291.913	307.574	337.527	340.318	144.570	160.521
800	0.999999219	126.242	298.201	314.271	344.742	347.751	147.610	163.993
900	0.999999383	128.540	303.749	320.180	351.107	354.308	150.298	167.056
1000	0.999999500	130.596	308.708	325.464	356.800	360.173	152.699	169.794

Таблица 9
 Величины W_+ для различных γ

γ	β	Ar	Ni	Cu	Zr	Ag	Pt	Au
		$W_+ \times 10^4$	$W_+ \times 10^4$	$W_+ \times 10^4$	$W_+ \times 10^4$	$W_+ \times 10^4$	$W_+ \times 10^4$	$W_+ \times 10^4$
I.01	0.14037	0.128	0.222	0.255	0.214	0.274	0.141	0.130
I.02	0.19706	0.252	0.434	0.496	0.419	0.535	0.278	0.253
I.03	0.23959	0.372	0.638	0.726	0.617	0.787	0.410	0.371
I.04	0.27467	0.489	0.836	0.948	0.809	1.031	0.540	0.487
I.05	0.30491	0.604	1.029	1.163	0.997	1.270	0.667	0.599
I.06	0.33167	0.718	1.218	1.372	1.179	1.505	0.792	0.709
I.07	0.35575	0.830	1.404	1.577	1.358	1.736	0.916	0.817
I.08	0.37771	0.941	1.586	1.778	1.534	1.963	1.038	0.924
I.09	0.39789	1.051	1.765	1.975	1.705	2.188	1.158	1.029
I.1	0.41660	1.160	1.942	2.170	1.874	2.401	1.277	1.133
I.2	0.55277	2.194	3.598	4.019	3.432	4.531	2.404	2.118
I.3	0.63897	3.157	5.112	5.767	4.819	6.526	3.442	3.037
I.4	0.69985	4.062	6.527	7.453	6.089	8.426	4.410	3.909
I.5	0.74516	4.917	7.862	9.087	7.271	10.245	5.321	4.741
I.6	0.87062	5.727	9.130	10.672	8.380	11.989	6.182	5.536
I.7	0.80869	6.499	10.340	12.210	9.428	13.605	6.999	6.299
I.8	0.83148	7.234	11.497	13.702	10.425	15.276	7.776	7.031
I.9	0.85029	7.937	12.605	15.148	11.376	16.825	8.518	7.736
2.	0.86603	8.610	13.671	16.552	12.286	18.318	9.227	8.414
3.	0.94231	14.108	22.511	28.535	19.773	30.762	15.010	14.070
4.	0.96825	18.156	29.154	37.757	25.381	40.102	19.266	18.325
5.	0.97880	21.349	34.457	45.193	29.863	47.530	22.625	21.717
6.	0.98601	23.982	38.921	51.387	33.656	53.689	25.398	24.530

γ	β	Al	Ni	Cu	Ge	Ag	Pt	Au
		$W_{\gamma} \times 10^4$	$W_{\gamma} \times 10^4$	$W_{\gamma} \times 10^4$	$W_{\gamma} \times 10^4$	$W_{\gamma} \times 10^4$	$W_{\gamma} \times 10^4$	$W_{\gamma} \times 10^4$
7	0.98974	26.258	42.684	56.717	36.829	53.041	27.798	26.970
8	0.99216	28.214	46.006	61.362	39.650	63.630	29.859	29.073
9	0.99381	29.943	48.940	65.484	42.136	67.623	31.683	30.936
10	0.99499	31.538	51.571	69.190	44.388	71.272	33.365	32.615
20	0.99875	41.813	69.056	93.825	59.267	93.525	44.208	43.735
30	0.99944	47.848	79.360	108.350	68.046	109.695	50.581	50.281
40	0.99969	52.131	86.695	118.677	74.297	119.807	55.105	54.933
50	0.99980	55.463	92.584	126.698	79.152	127.657	58.619	58.545
60	0.99986	58.178	97.037	133.254	83.117	134.073	61.492	61.499
70	0.99990	60.476	100.973	138.797	86.474	139.499	63.920	63.995
80	0.99992	62.471	104.385	143.602	89.384	144.200	66.027	66.161
90	0.99994	64.227	107.394	147.840	91.950	148.347	67.882	68.069
100	0.99995	65.799	110.084	151.630	94.244	152.057	69.542	69.776
200	0.999987500	76.142	127.784	176.570	109.348	176.462	80.470	81.013
300	0.999994444	82.188	138.150	191.162	118.180	190.740	86.857	87.583
400	0.999996875	86.483	145.496	201.516	124.452	200.871	91.394	92.248
500	0.999998000	89.812	151.197	209.546	129.315	208.729	94.912	95.866
600	0.999998611	92.532	155.860	216.105	133.288	215.148	97.784	98.821
700	0.999998979	94.832	159.798	221.653	136.648	220.577	100.214	101.320
800	0.999999219	96.825	163.207	226.462	139.554	225.281	102.319	103.484
900	0.999999383	98.563	166.220	230.701	142.124	229.429	104.176	105.394
1000	0.999999500	100.152	168.911	234.493	144.421	233.139	105.836	107.101

Таблица 10

Сравнение W_- и W_+ для различных элементов
в одинаковой области λ

	Al	Ni	Cu	Ge	Ag	Pt	Au
λ	$W_- \times 10^4$	$W_- \times 10^4$	$W_- \times 10^4$	$W_- \times 10^4$	$W_- \times 10^4$	$W_- \times 10^4$	$W_- \times 10^4$
1.7	7.839	7.130	6.152	7.588	7.724	7.848	6.124
5	27.415	26.186	24.443	26.980	27.052	27.391	24.345)
10	40.811	39.478	37.583	40.342	40.390	40.788	37.468
70	78.701	77.334	75.383	78.221	78.278	78.678	75.261

	Al	Ni	Cu	Ge	Ag	Pt	Au
λ	$W_+ \times 10^4$	$W_+ \times 10^4$	$W_+ \times 10^4$	$W_+ \times 10^4$	$W_+ \times 10^4$	$W_+ \times 10^4$	$W_+ \times 10^4$
1.7	6.499	5.047	4.189	4.246	7.445	5.929	4.676
5	21.349	16.584	14.324	13.317	25.718	19.107	16.186
10	31.538	24.663	21.615	19.658	38.333	28.170	24.383
70	60.476	47.950	42.78	38.009	74.197	54.118	48.047

сначала убывает, а при $\gamma \approx 10$ выходит на плато. А это, в свою очередь, означает, что рост числа фотонов W с $\gamma > 10$ целиком определяется множителем $K(\theta, \gamma)$. На рис.30 показана зависимость $W(\theta_{\text{пол}})$ от γ , которая также может представлять интерес.

III. Расчет необходимого числа пластин в счетчике, работающем на переходном излучении, для получения заданного разрешения

$$\text{разрешения } \frac{\Delta \beta}{\beta}$$

Из рис. 24+27 следует, что суммарное число фотонов ($W_- + W_+$) для различных элементов, которые могут быть использованы в счетчиках переходного излучения, даже для $\gamma = 10^4$ составит не более 0.1 фотона на одной пластине. Поэтому для того, чтобы получить не только высокую эффективность регистрации частиц, но и достаточно точно определить $\frac{\Delta \gamma}{\gamma}$ частиц, необходимо усилить эффект путем использования большого числа пластин.

1. Зоны формирования

Как показал Г.М.Гарибян /8/, в наборном радиаторе толщина пластин и расстояния между ними не могут быть произвольными. Квант переходного излучения в результате перестройки электромагнитного поля отрывается от частицы не сразу, а для его формирования требуется определенный путь.

В вакууме зона формирования определяется равенством

$$R_b = \frac{2c}{\omega(1 - \beta^2 + \theta^2)}, \quad (13)$$

где θ - угол излучения, ω - его частота. При больших γ $\theta \approx \frac{1}{\gamma}$, т.е. $\theta \approx 0$, а тогда

$$R_b = \frac{c}{\omega} \gamma^2 = \lambda \gamma^2, \quad (14)$$

где λ в см. Поэтому расстояние между пластинами наборного радиатора должно быть

$$R_b \leq b. \quad (15)$$

При $\gamma = 10^3$ и $\lambda \approx 140 \text{ \AA}$ оно получается уже значительным и равно $R_b \approx 5 \text{ см}$.

Зона формирования в среде определяется формулой

$$R_{\text{ср}}(\omega, \theta) = \frac{c}{\omega \left(1 - \beta + \frac{\omega_0^2}{2\omega^2} + \frac{\theta^2}{2} \right)}, \quad (16)$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{4\pi N e^2}{m}}$ - плазменная частота (N - число атомов в см^3 , e, m - заряд и масса электрона).

При больших γ формула (16) имеет вид:

$$R_{\text{ср}} = \frac{c}{\omega} \left[\frac{\omega_0^2}{2\omega^2} + \frac{1}{\gamma^2} \right]^{-1}. \quad (17)$$

Величины ω_0^2 для нескольких элементов приведены в табл. 11.

Таблица 11

Элемент	Al, 10^{31}	Ni, 10^{31}	Au, 10^{31}	Ag, 10^{31}
ω_0^2	245,96	793,86	1465,5	848,65

При подсчете ω_0^2 были использованы следующие величины, приведенные в табл. 12.

Таблица 12

Элемент	Z	A	ρ (г/см ³)	Примечание
Al	13	26,98	2,6986	Число Авогадро
Ni	28	58,71	8,8	$N_A = 6,02486 \cdot 10^{23}$,
Ag	47	107,9	10,3	$e = 4,77 \cdot 10^{-10}$ CGSE
Au	79	197,0	19,32	$m = 9,107 \cdot 10^{-28}$ г

При $\lambda = 6280 \text{ \AA}$ формула (17) для $R_{\text{ср}}$ принимает вид:

$$\begin{aligned}
 R_{\text{ср}}^{\text{Al}} &= 10^{-5} \left[136,64 + \frac{1}{\gamma^2} \right]^{-1} \text{ см}; \\
 R_{\text{ср}}^{\text{Ni}} &= 10^{-5} \left[441,04 + \frac{1}{\gamma^2} \right]^{-1} \text{ см}; \\
 R_{\text{ср}}^{\text{Ag}} &= 10^{-5} \left[471,47 + \frac{1}{\gamma^2} \right]^{-1} \text{ см}; \\
 R_{\text{ср}}^{\text{Au}} &= 10^{-5} \left[814,17 + \frac{1}{\gamma^2} \right]^{-1} \text{ см}.
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

Таким образом, в наборном радиаторе должно быть выполнено еще дополнительное условие:

$$a \geq R_{\text{ср}}.
 \tag{19}$$

2. Расчет числа фотоэлектронов, выбиваемых переходным излучением с фотокатода фотоумножителя

Если спектр переходных фотонов имеет зависимость $W(\lambda)$, то число фотоэлектронов $N_{\text{ф.эл.}}$, выбиваемых с фотокатода фотоумножителя со спектральной чувствительностью $S(\lambda)$, будет определяться выражением

$$N_{\text{ф.эл.}} = \epsilon \eta(\lambda_m) \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\lambda_m}{\lambda} S(\lambda) W(\lambda) d\lambda = \epsilon \eta(\lambda_m) \phi(\gamma), \quad (20)$$

где ϵ — коэффициент, учитывающий потери переходного излучения до попадания на фотокатод, $\eta(\lambda_m)$ — квантовая эффективность фотокатода в максимуме чувствительности, $S(\lambda_m) = 1$.

Величина $\eta(\lambda_m)$ подсчитывается по формуле

$$\eta(\lambda_m) = \pi S_0 \cdot 10^{-3} \frac{\text{фотоэлектрон}}{\text{квант с } \lambda_m}, \quad (21)$$

где S_0 — интегральная чувствительность фотокатода в мка/лм. Значения коэффициентов π для различных фотокатодов приведены в табл.13.

Таблица 13

Тип фотокатода	λ_m [Å]	π
Сурьяно-цезиевый № С-6 (обычное стекло)	3900 +500 -500	3,53
Висмута-серебряно-цезиевый № С-5	5000 +400 -600	0,97
Сурьяно-калиево-натриево- цезиевый № С-8	4250 +100 -250	1,21
Сурьяно-цезиевый № С-15 (кварцевое окло)	3900 +300 -100	3,62

Для сурьмяно-цезиевого фотокатода №С-6 (спектральная характеристика которого приведена на рис.31) были вычислены величины интегралов $\Phi(\gamma)$, входящие в формулу (20) для трех элементов и трех γ . Результаты приведены в табл. 14.

С помощью табл. 14, формул (20) и (21) оценим $N_{\text{ф.эл.}}$ при $\epsilon = 1$ (фотоны переходного излучения, испущенные вперед и назад собираются на фотоумножителе полностью) для $\gamma = 500$ и пластинки из Ni ($S_0 = 50$ мка/мм)

$$N_{\text{ф.эл.}} = 3,53 \cdot 50 \cdot 10^{-3} \cdot 1,25 \cdot 10^{-2} = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ ф.эл.}$$

Таким образом, для получения $N_{\text{ф.эл.}} = 10$ при $\gamma = 500$ требуется около $4,55 \cdot 10^3$ пластин с расстояниями между ними согласно (14) не менее $R_b = 1,25$ см.

Как показал Г.М.Гарибян^{/7/}, при больших γ ($\theta \approx \frac{1}{\gamma}$) расчет числа фотонов переходного излучения можно упростить, так как в этом случае формулу (2) удается проинтегрировать по θ . В результате выражение для числа фотонов, испущенных вперед в диапазоне длин волн от λ_1 до λ_2 упрощается и сводится для случая толстой (непрозрачной) пластинки к следующему:

$$W(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{e^2}{\pi \hbar c} \left(\ln \frac{2}{1-\beta} - 1 \right) \ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2}, \quad (22)$$

где $\lambda_1 > \lambda_2$.

Формулу (22) можно переписать в терминах γ для случая m толстых пластинок:

$$\frac{dW}{d\lambda} = \frac{m e^2}{\pi \hbar c} (2 \ln 2 \gamma - 1) \frac{1}{\lambda}. \quad (23)$$

Таблица 14

Плас- TINGS	$\Phi (\sigma = 1,7)$			$\Phi (\sigma = 70)$			$\Phi (\sigma = 500)$		
	"В"	"Н"	Сумма	"В"	"Н"	Сумма	"В"	"Н"	Сумма
NI	$6,73 \cdot 10^{-4}$	$4,44 \cdot 10^{-4}$	$1,12 \cdot 10^{-3}$	$7,96 \cdot 10^{-3}$	$4,17 \cdot 10^{-3}$	$1,21 \cdot 10^{-2}$	$8,13 \cdot 10^{-3}$	$4,36 \cdot 10^{-3}$	$1,25 \cdot 10^{-2}$
Ag	$5,65 \cdot 10^{-4}$	$5,07 \cdot 10^{-4}$	$1,07 \cdot 10^{-3}$	$7,58 \cdot 10^{-3}$	$5,44 \cdot 10^{-3}$	$1,30 \cdot 10^{-2}$	$7,76 \cdot 10^{-3}$	$5,63 \cdot 10^{-3}$	$1,34 \cdot 10^{-2}$
Co	$7,42 \cdot 10^{-4}$	$3,77 \cdot 10^{-4}$	$1,12 \cdot 10^{-3}$	$8,09 \cdot 10^{-3}$	$3,06 \cdot 10^{-3}$	$1,11 \cdot 10^{-2}$	$8,53 \cdot 10^{-3}$	$3,21 \cdot 10^{-3}$	$1,17 \cdot 10^{-2}$

x) "В" - вперед, "Н" - назад.

В соответствии с формулами (23) и (20) число фотоэлектронов от m пластинок будет:

$$N_{\text{ф.эл.}} = \epsilon \eta (\lambda_m) \frac{m e^2}{\pi h c} (2 \ln 2 \gamma - 1) \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{S(\lambda) \lambda_m}{\lambda^2} d\lambda. \quad (24)$$

Для сурьмяно-цезиевого фотокатода №С-6

$$K(\gamma \geq 1000) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{S(\lambda) \lambda_m}{\lambda^2} d\lambda = 46,0 \times 10^{-2}. \quad (25)$$

С учетом (25) формула для расчета $N_{\text{ф.эл.}}$ при высоких γ от переходного излучения вперед преобразуется к виду:

$$N_{\text{ф.эл.}} = \epsilon \eta (\lambda_m) \frac{m \alpha}{\pi} (2 \ln 2 \gamma - 1) K(\gamma \geq 1000), \quad (26)$$

где $K(\gamma \geq 1000)$ определяется формулой (25), а $\alpha = \frac{e^2}{hc}$.

Расчет $N_{\text{ф.эл.}}$ по формуле (26) для $\gamma = 500$, $m = 1$ (для излучения вперед) дает приблизительно вдвое большую величину, чем по формуле (20) со спектрами фотонов, приведенными на рис.24+27 для $\gamma = 500$.

По-видимому, это связано с тем, что формулу (26) можно применять для более высоких γ .

Если сделать предположение, что в счетчике, работающем на переходном излучении от частиц, для которых справедлива формула (26), регистрируется оптическое излучение только вперед, то можно получить формулу для числа пластин " m ", необходимых для получения заданного разрешения $\frac{d\gamma}{\gamma}$ в виде

$$m = \frac{(2 \ln 2 \gamma - 1) \pi}{4 \epsilon \eta (\lambda_m) \alpha K \left(\frac{d\gamma}{\gamma} \right)^2}, \quad (27)$$

где K определяется формулой (25), а $\eta(\lambda_m) - (21)$.

Подсчет числа фотоэлектронов, выбиваемых переходным излучением, испущенным назад при прохождении частицей стопки толстых пластинок m , согласно (27) должен производиться по формуле

$$N_{\text{ф.эл.}}^{\text{"н"}} = \epsilon \eta (\lambda_m) \frac{11 e^2}{\pi \hbar c} (2 \ln 2\gamma - 1) \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left| \frac{\sqrt{\epsilon'} - 1}{\sqrt{\epsilon'} + 1} \right|^2 \frac{S(\lambda) \lambda_m^2}{\lambda^2} d\lambda, \quad (28)$$

т.е. расчет по этой формуле связан с учетом зависимости $\epsilon'(\lambda)$ материала пластинок.

Посмотрим, чему будет равно число пластинок m для получения $\frac{d\gamma}{\gamma} = 0,315$ при $\gamma = 500$. Представление о том, какие γ имеют различные частицы при различных энергиях, дает табл. 15.

Если $\epsilon = 1$, $\eta(\lambda_m) = 0,176$ ($S_0 = 50$ мка/лм) для фотокатода №С-6, то m согласно формуле (27) составит $m = 1,8 \cdot 10^5$. При этом зона формирования в вакууме для $\lambda = 6280 \text{ \AA}$ составит $R_b = 2,5$ см, что приведет к общей длине счетчика $L = m R_b = 4,5 \cdot 10^5 \text{ см} = 4,5 \cdot 10^3 \text{ м}$. Это, конечно, неразумная величина для счетчика.

Задавшись длиной счетчика $L = 10 \text{ м}$, определим γ , при которой еще имеет смысл делать такие счетчики:

$$\gamma = \sqrt{\frac{L}{m \cdot 10^{-5}}}, \quad (29)$$

где L в см. Поскольку для получения заданного $\frac{d\gamma}{\gamma}$ число пластин зависит от γ логарифмически, то m можно считать равным $m = 2 \cdot 10^5$, а тогда согласно (29) получаем $\gamma_{11\text{м}} = 22,5$. При таком γ и $\frac{d\gamma}{\gamma} = 0,3$ можно получить разрешение

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} = \frac{d\gamma}{\gamma} \frac{1}{\gamma^2 - 1} = 6 \cdot 10^{-4}.$$

Таблица 15

Зависимость γ от энергии частиц для протонов,
пионов и каонов.

T [GeV]	γ_p	γ_π	γ_K
0,3	1.320	3.152	-1,607
0,66	1.703	5.734	-2,336
1	2.066	8.174	-3,024
5	6.329	36.868	-11,121
10	11.66	72.736	-21,243
20	22.32	144.47	-41,485
30	32.98	216.21	-61,729
40	43.63	287.94	-81.500
50	54.29	359.68	102.25
60	64.95	431.42	122.46
70	75.61	503.15	142.70
160	107.58	717.33	203.51
200	214.2	1435.7	406.02
300	320.8	2153.1	608.53
400	427,32	2866.37	811.05
500	533.90	3582.95	1013.56
600	640.48	4299.18	1216.07
700	747.07	5015.33	1418.59
800	853.65	5732.75	1621.11
900	960.23	6449.63	1823.61
1000	1066.81	7166.58	2026.17

Бряд ли имеет смысл делать счетчики на переходном излучении, обеспечивающие разрешение, которое без особого труда может быть получено с дифференциальными газовыми счетчиками гораздо меньшей длины.

Таким образом, на основании произведенных расчетов можно сделать вывод, что основным препятствием к использованию счетчиков переходного излучения, работающих в оптическом диапазоне и с разрешением $\frac{\Delta\beta}{\beta} \ll 6 \cdot 10^{-4}$ является резкое увеличение зоны формирования R_b , а следовательно, и размеров всего счетчика.

Чтобы иметь полное представление о возможностях использования переходного излучения оптического диапазона для детектирования частиц, как нам кажется, имеет смысл исследовать характеристики переходного излучения при наклонном падении частиц на границу раздела сред.

Авторы благодарны С.Михаляку за предоставление данных о комплексных диэлектрических проницаемостях, использованных в расчетах.

Л и т е р а т у р а

1. P.Duteil, L.Gilly, R.Meunire, J.P.Stroot, M.Spighel. Rev. Sci. Instr., 35, 1523 (1964).
2. В.Гинзбург, И.Франк. ЖЭТФ, 18, 15 (1948).
3. T.Oostens, S.Prünster, C.L.Wang, C.L.Yuan. Phys. Rev. Lett., 19, 541 (1967).
4. Г.М.Гарибян. ЖЭТФ, 33, 1403 (1957).
5. H.Landolt, R.Börnstein. Phys. Tabellen. Band IV, Optikche Konstante, 1963.
6. Г.М.Гарибян. ЖЭТФ, 37, 527 (1959).

7. Г.М.Гарибян. ЖЭТФ, 35, 1435 (1958).

8. D.G.Avery, P.L.Clegg. Proc. Phys. Soc., 66, 512 (1953).

Рукопись поступила в издательский отдел
3 сентября 1968 года.

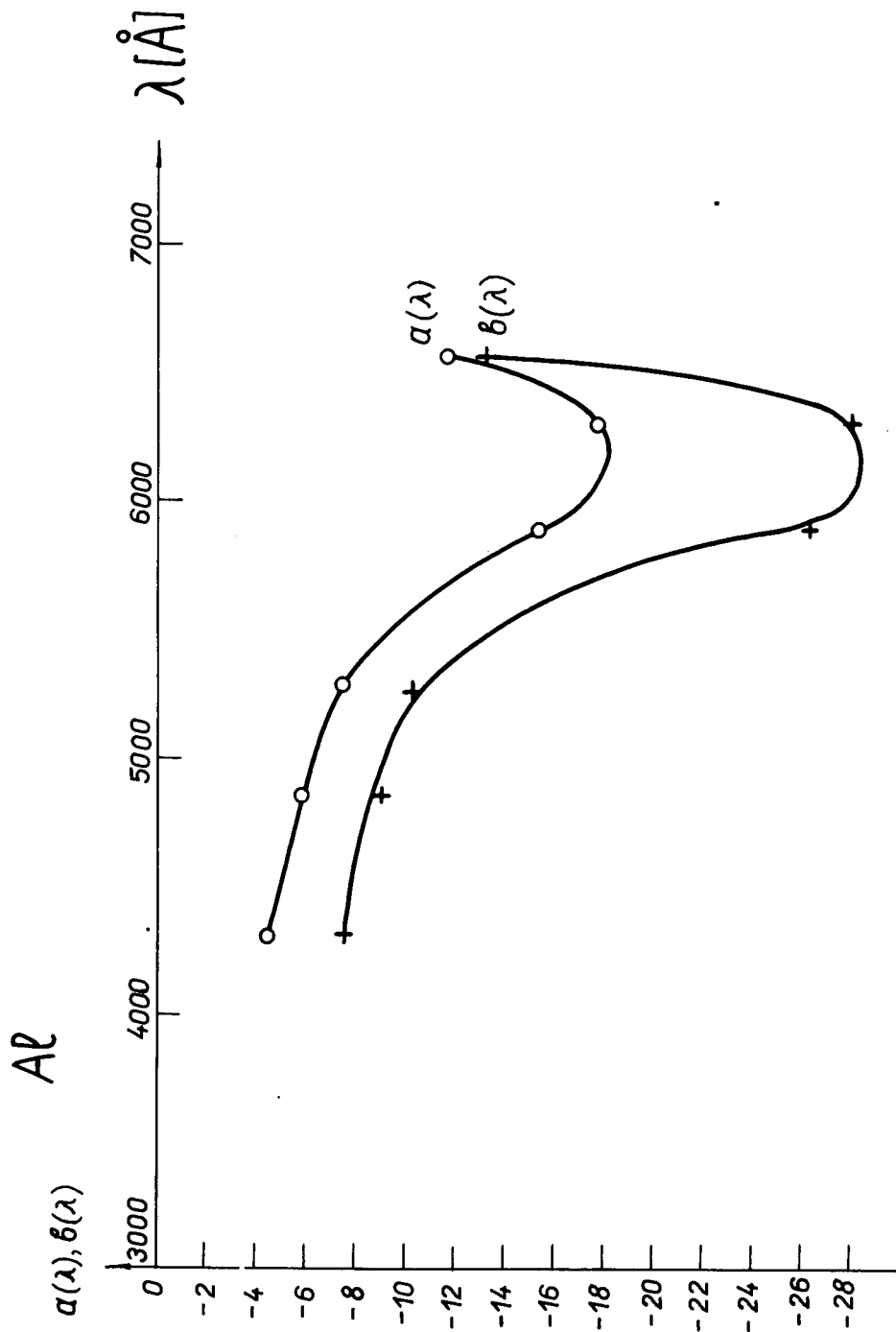


Рис.1. Зависимость $\alpha(\lambda)$ и $\beta(\lambda)$ для Al.

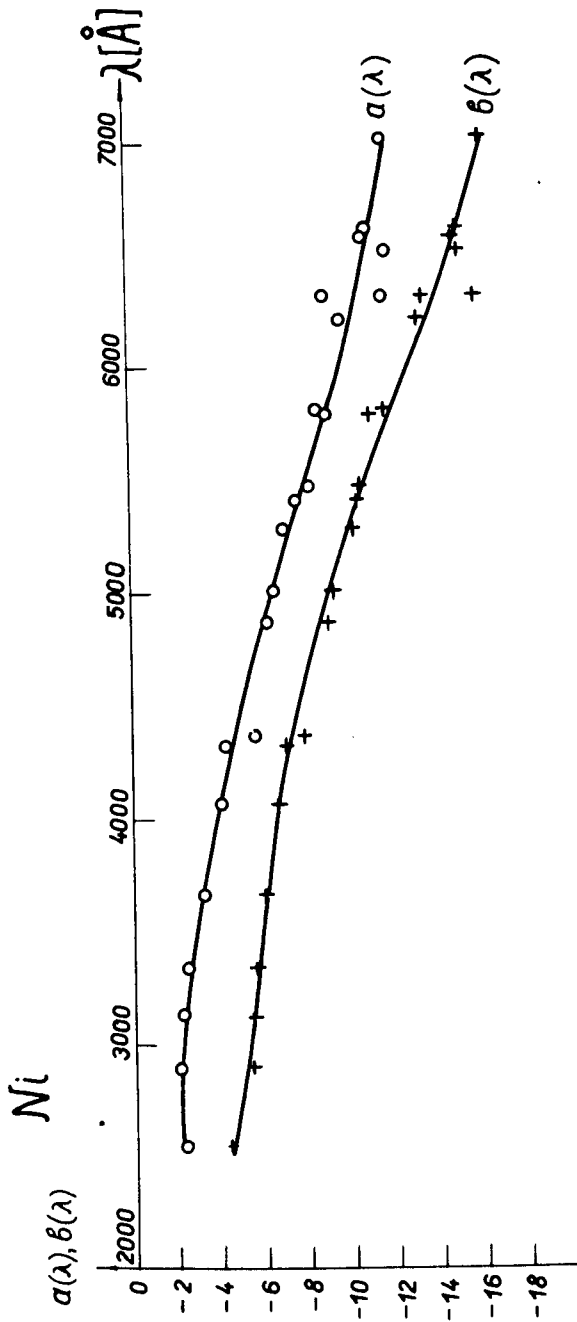


Рис.2. Зависимость $a(\lambda)$ и $b(\lambda)$ для Ni .

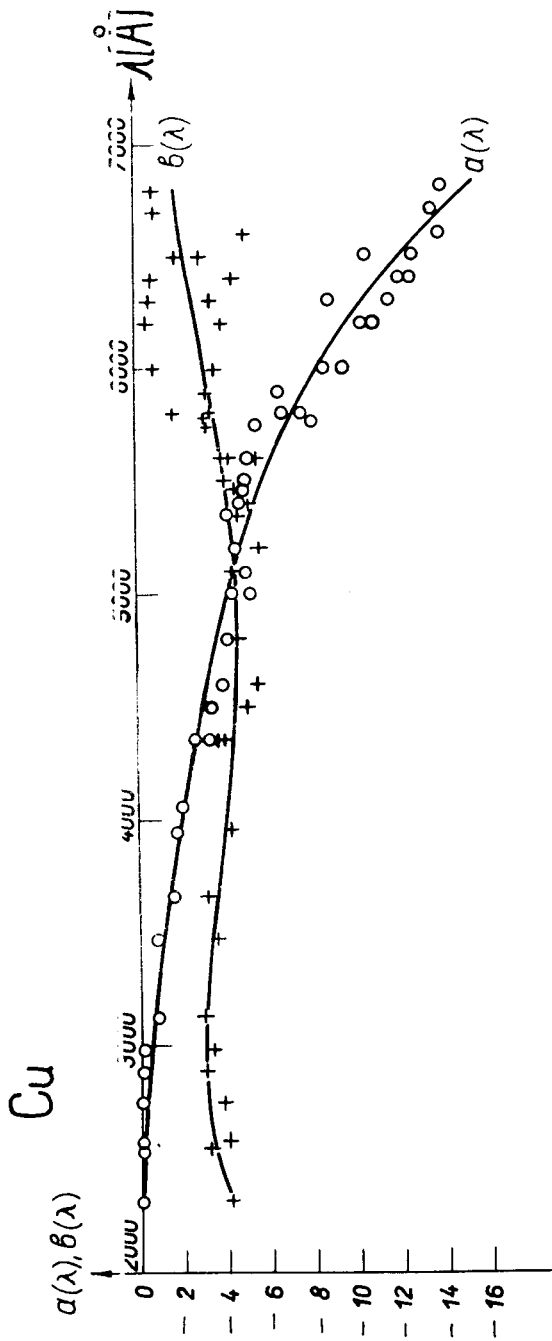


Рис.3. Зависимость $a(\lambda)$ и $b(\lambda)$ для Cu.

Ge

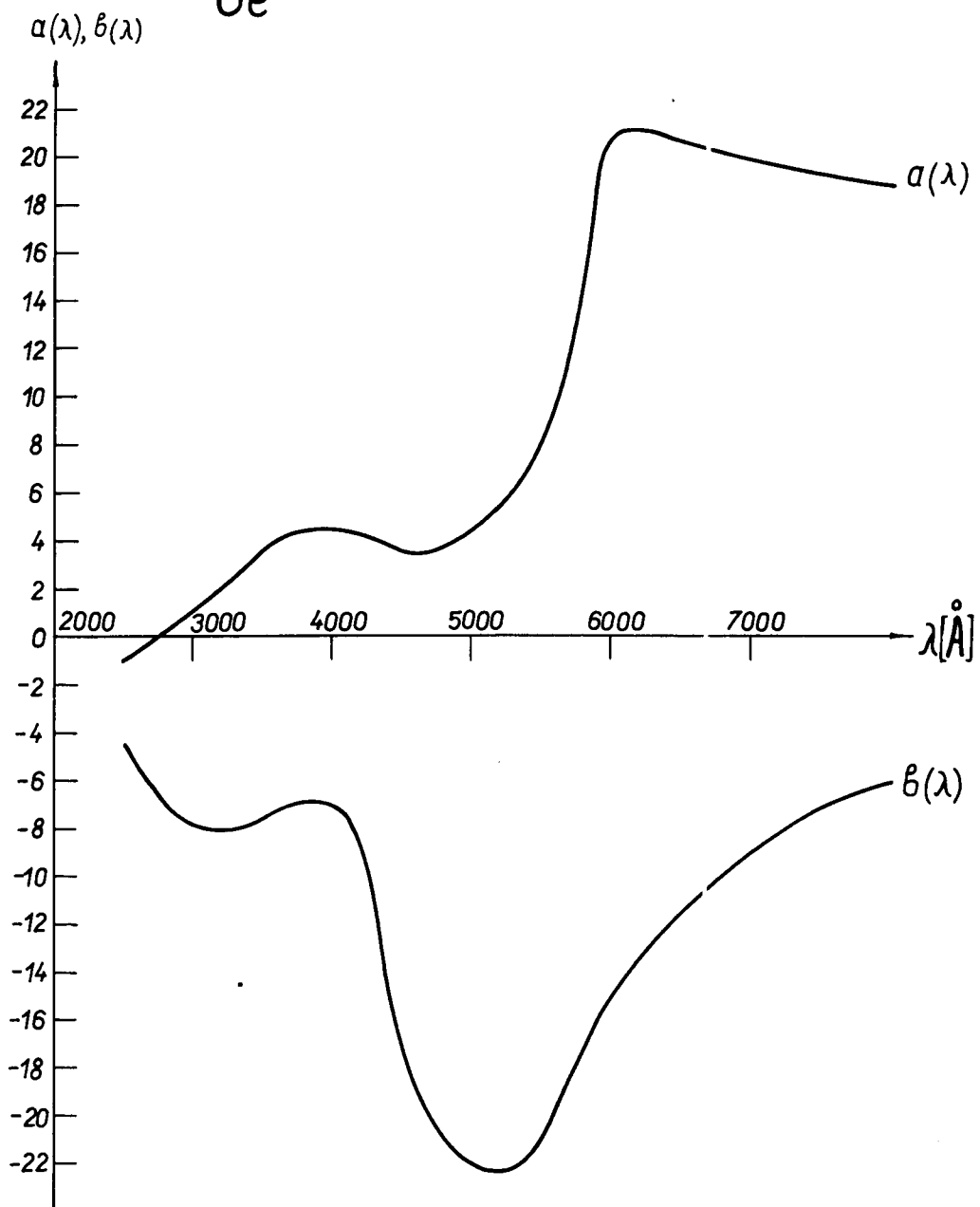


Рис.4. Зависимость $a(\lambda)$ и $b(\lambda)$ для Ge.

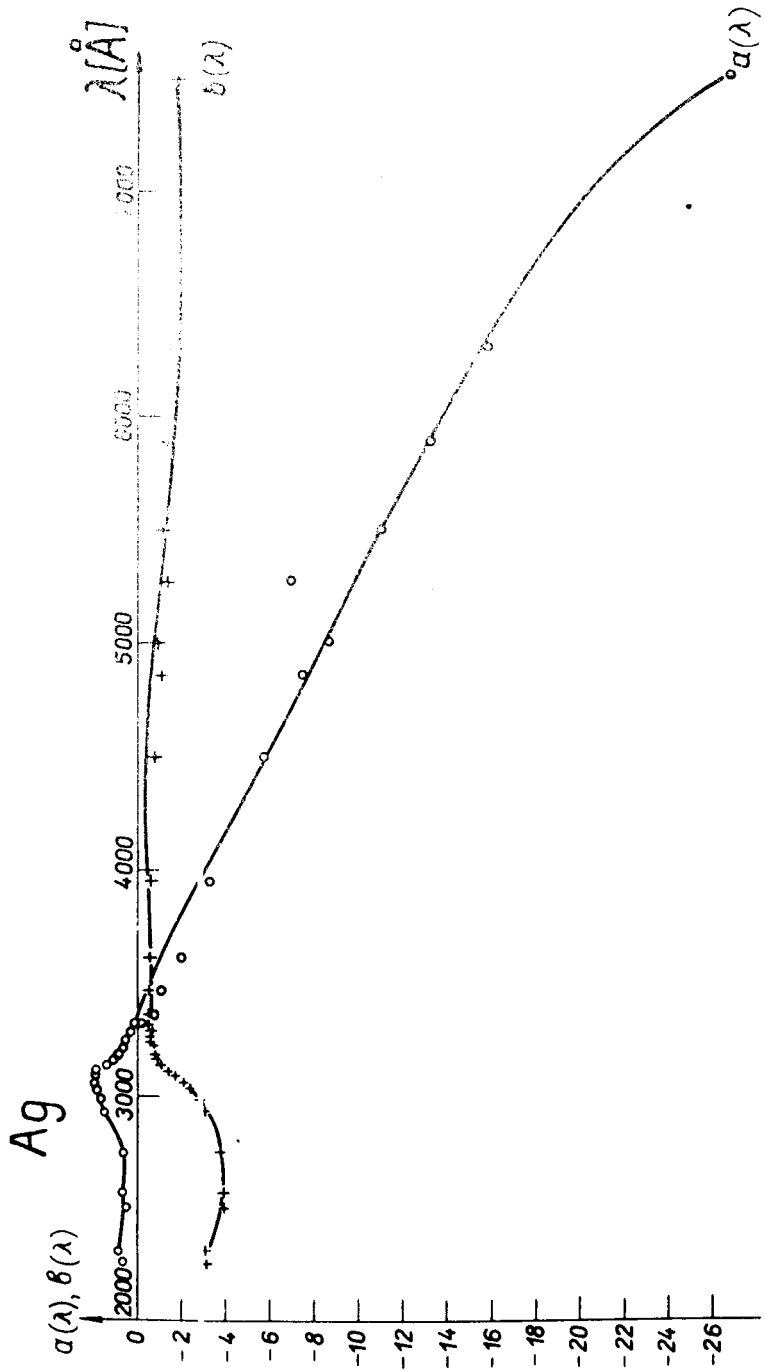


Рис.5. Зависимость $a(\lambda)$ и $b(\lambda)$ для Ag.

Pt

$a(\lambda), b(\lambda)$

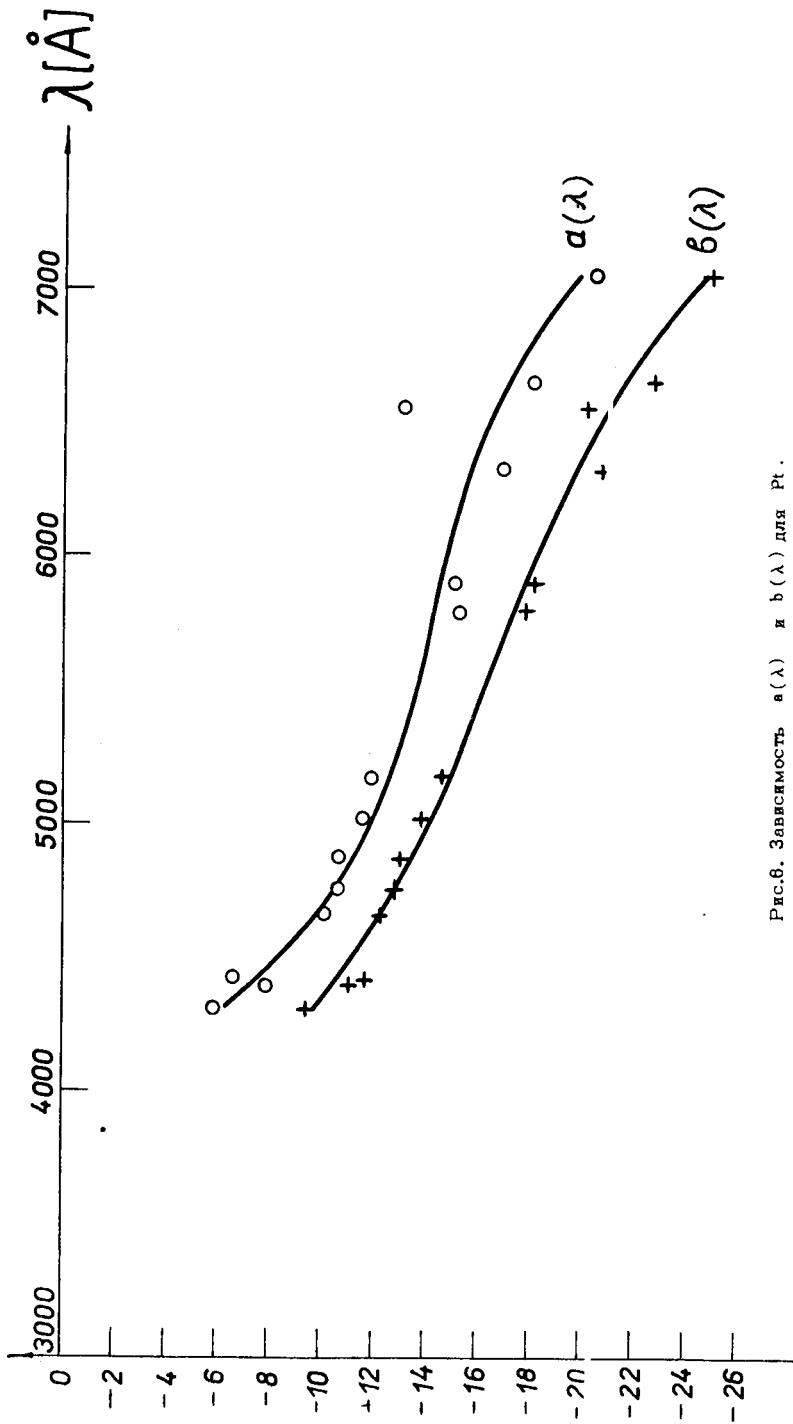


Рис.6. Зависимость $a(\lambda)$ и $b(\lambda)$ для Pt.

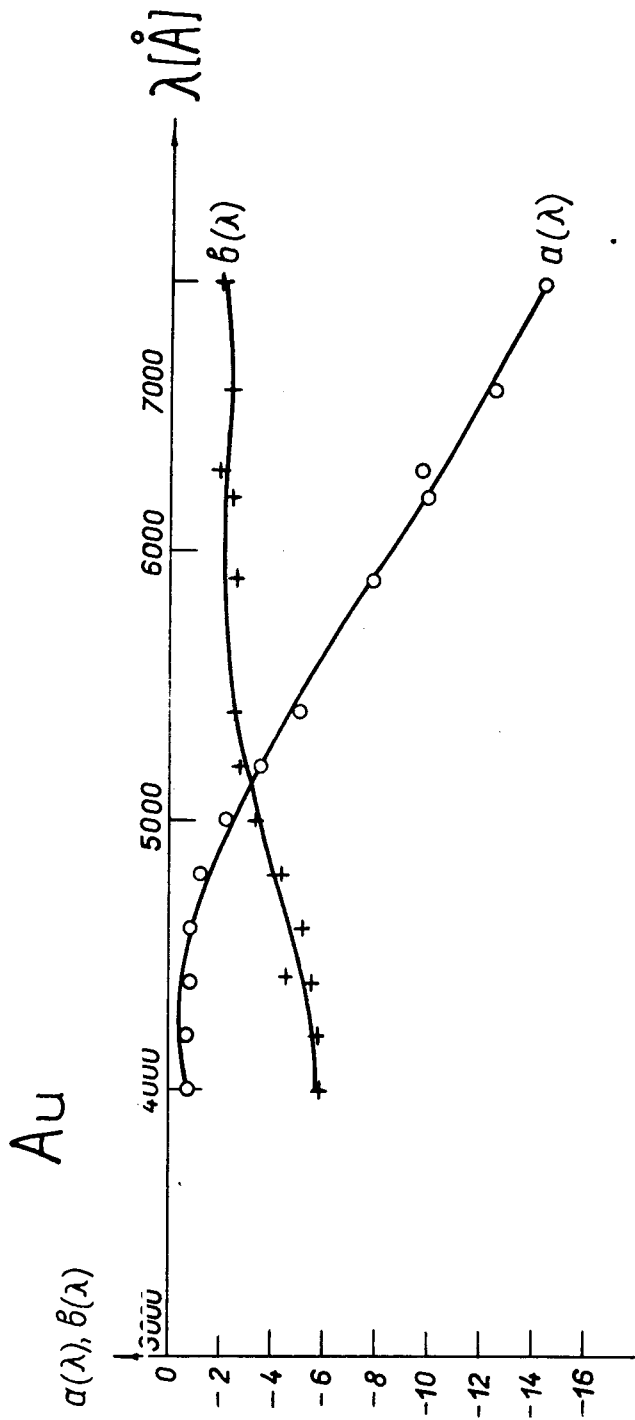


Рис.7. Зависимость $a(\lambda)$ и $b(\lambda)$ для Au.

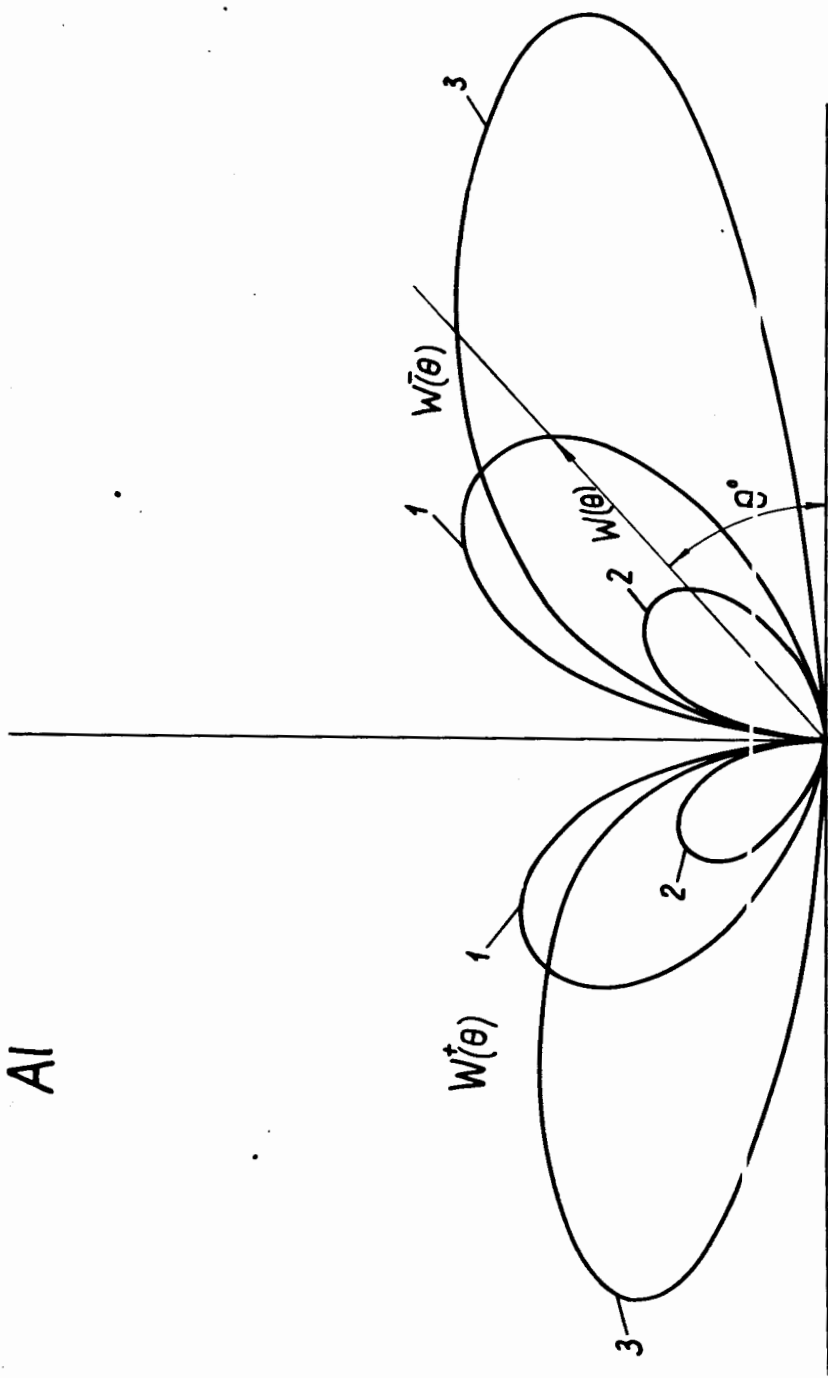


Рис.8. Угловые распределения числа квантов переходного излучения, испущенного вперед и назад, (-) (+), при прохождении толстой (непрозрачной) пластинки AI для различных γ . Кривая 1 соответствует $\gamma = 1,708$ и получена интегрированием по всему диапазону λ , приведенному в табл. 1. Кривая 2 вычислена для диапазона от $\lambda_1 = 4310 \text{ \AA}$ до $\lambda_2 = 7000 \text{ \AA}$. Кривая 3 соответствует тому же диапазону, что и кривая 2, но для $\gamma = 5$. (Масштабы кривых 2 и 3 одинаковы, а масштаб кривой 1 увеличен в два раза).

Ni

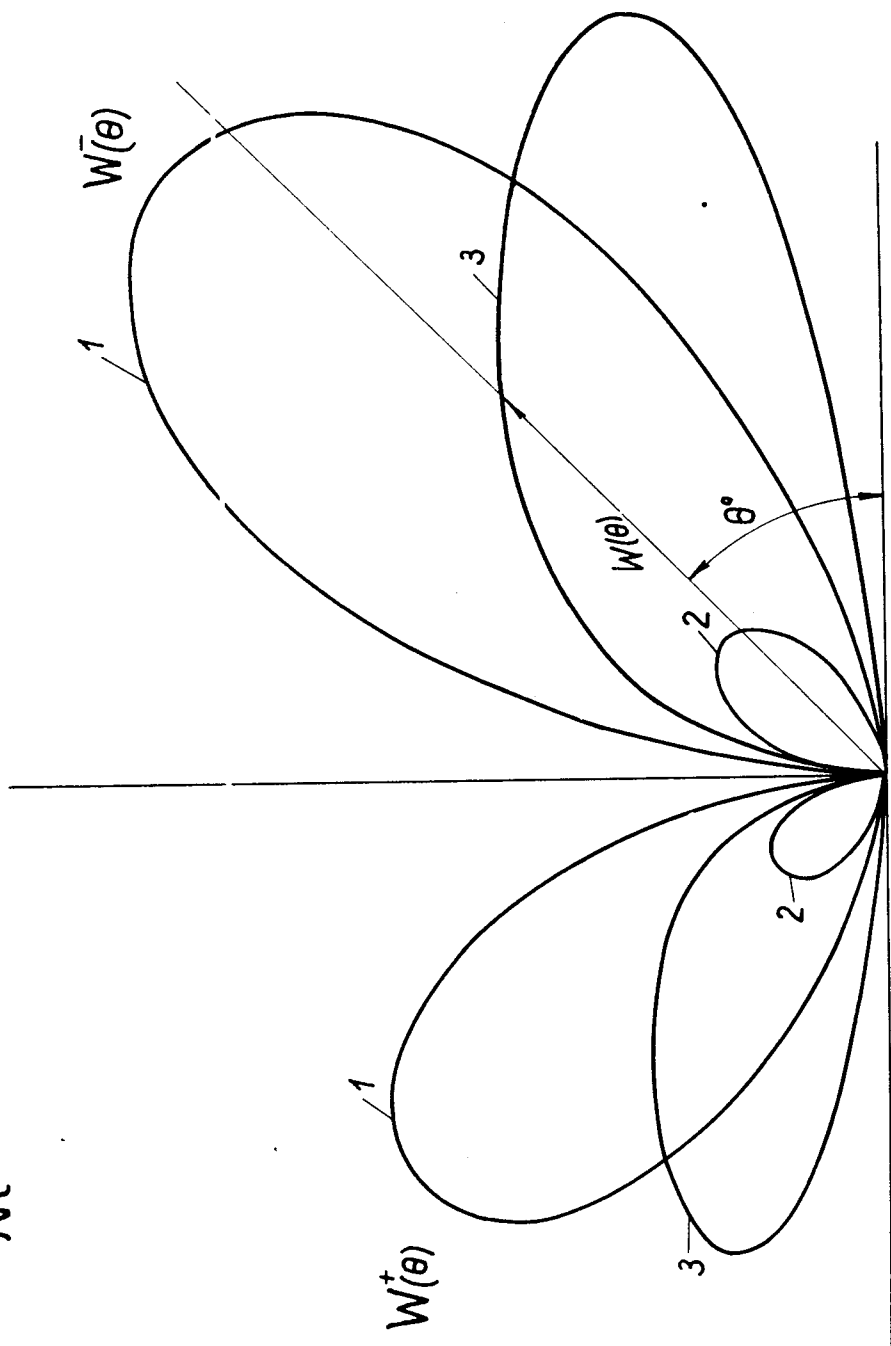


Рис.8. Угловые распределения для Ni (обозначения см. рис.8).

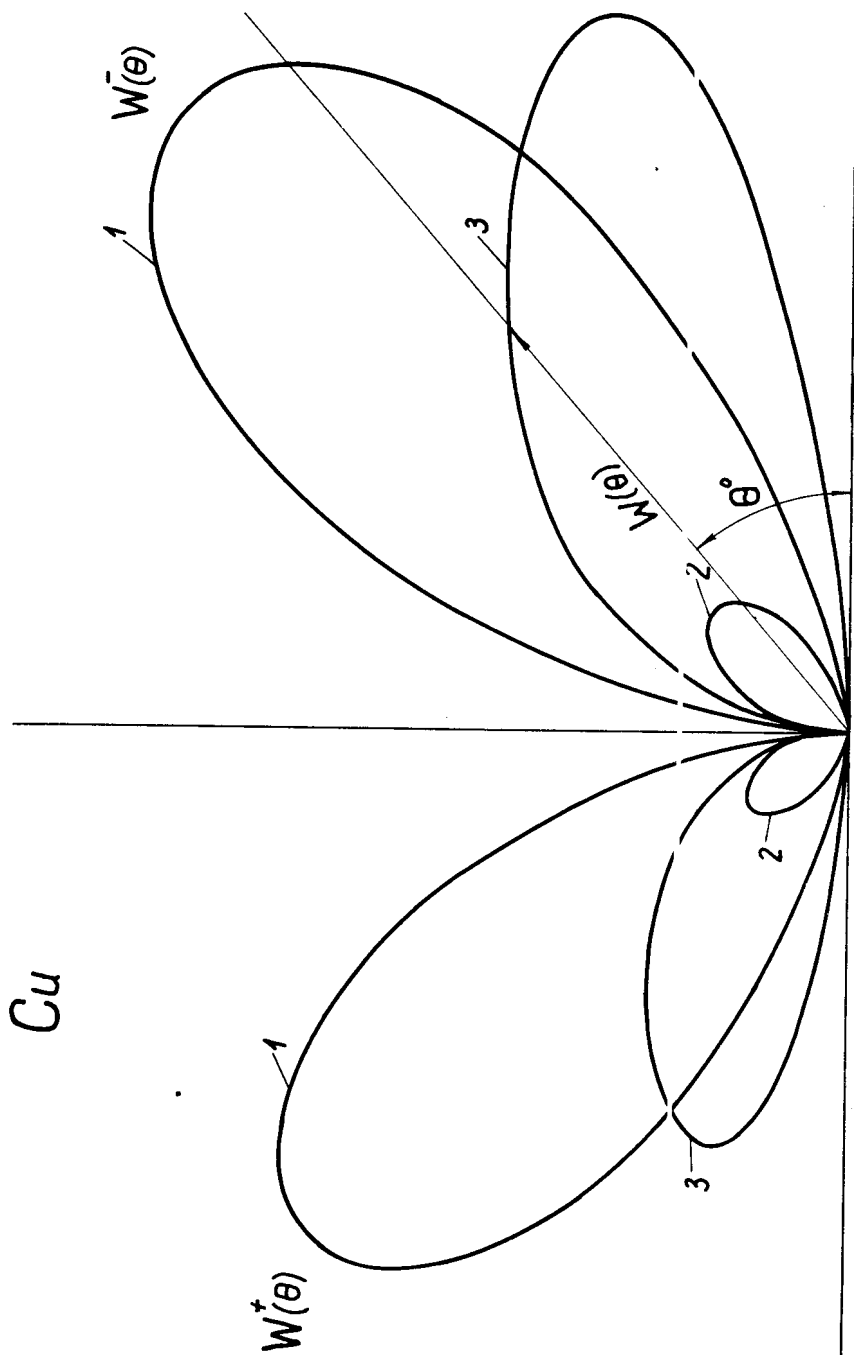


Рис.10. Угловые распределения для Cu (обозначения см. рис.8).

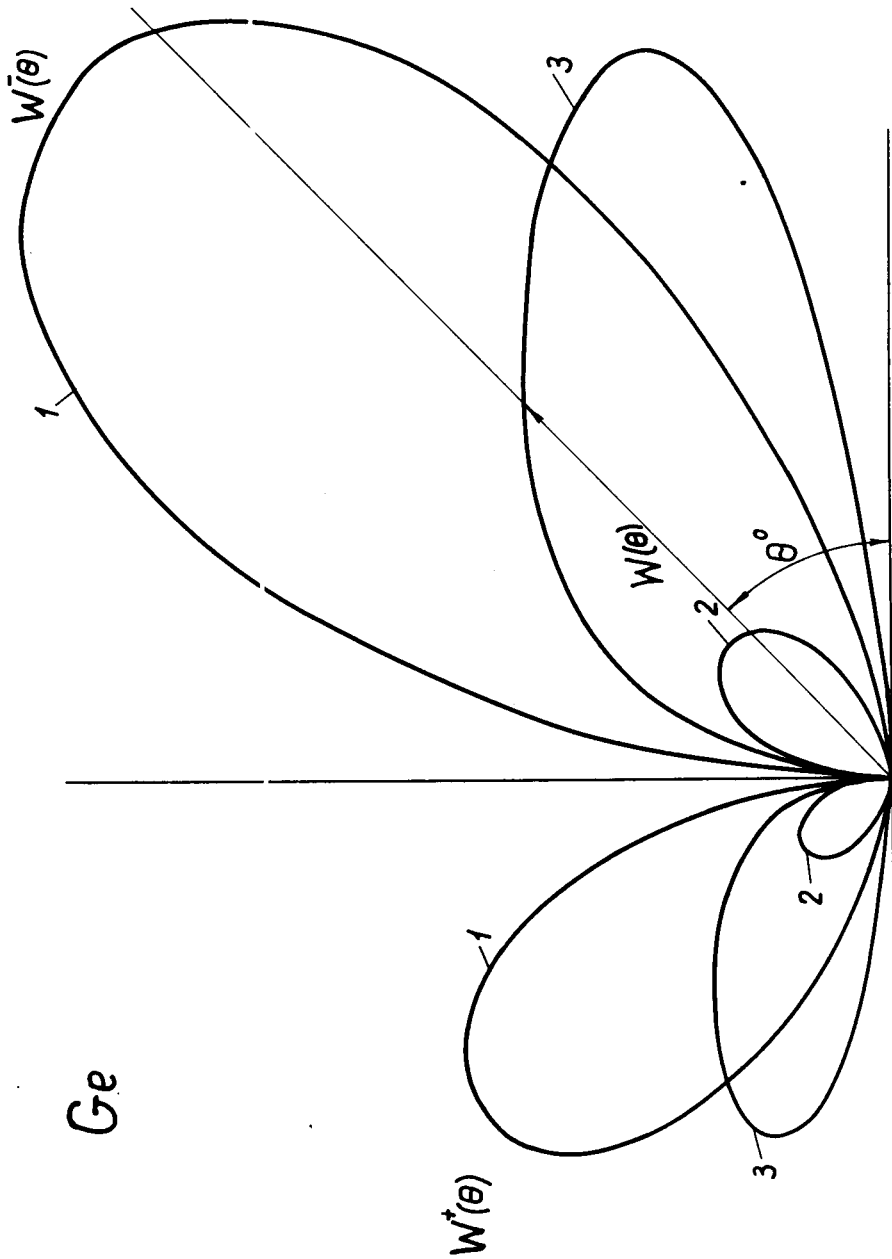


Рис.11. Угловые распределения для Ge (обозначения см. рис.8).

Ag

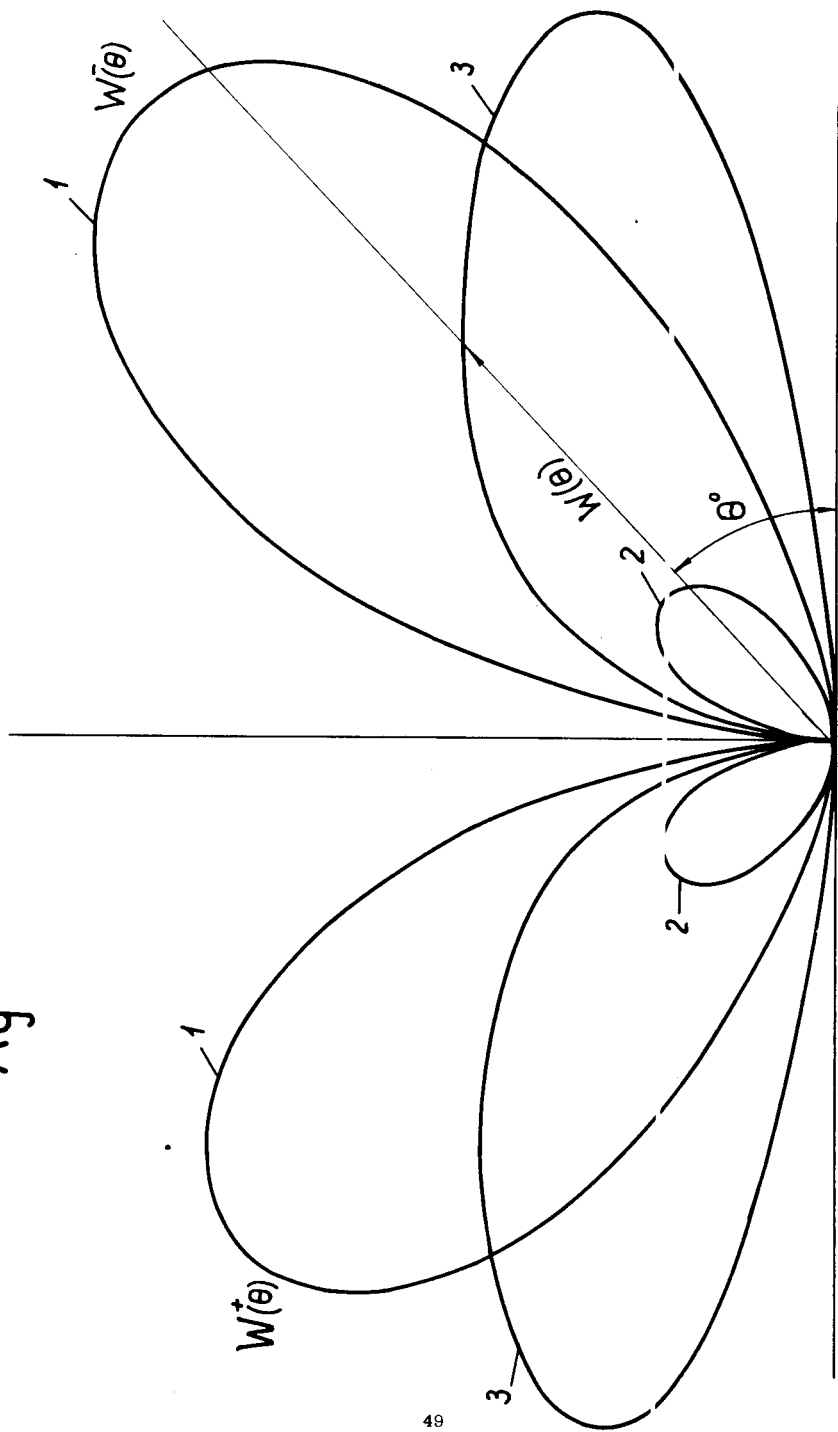


Рис.12. Угловые распределения для Ag (обозначения см. рис.8).

Pt

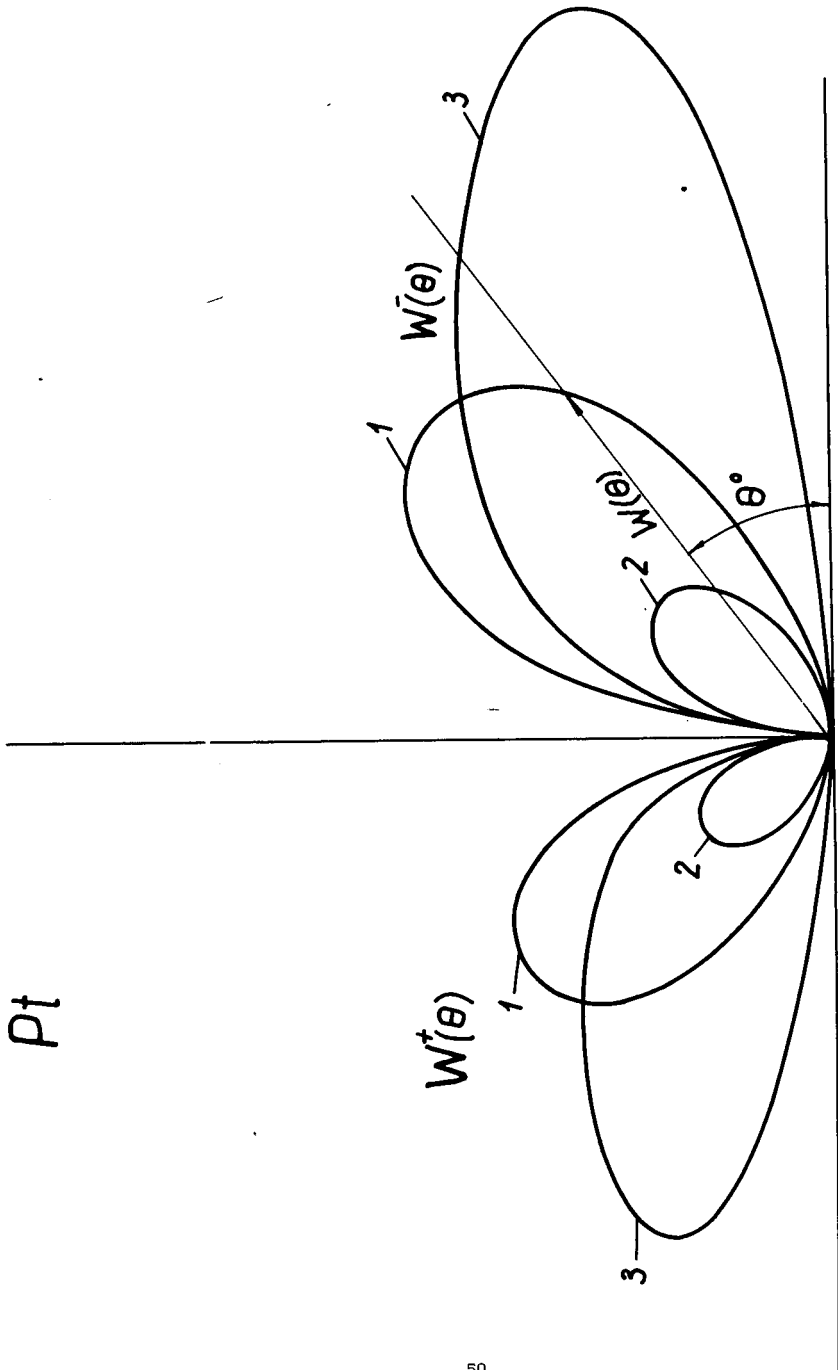


Рис.13. Угловые распределения для Pt (обозначения см. рис.8).

Au

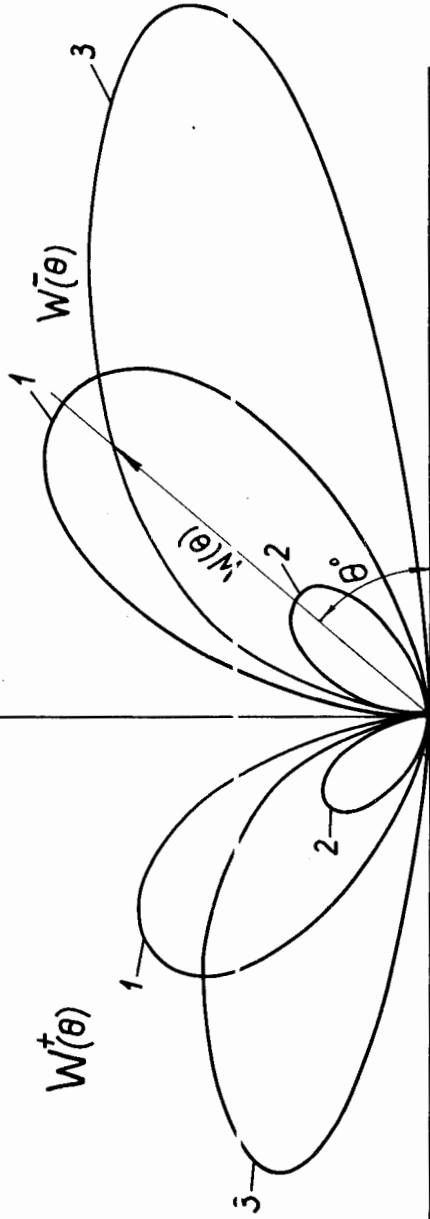


Рис.14. Угловые распределения для Au (обозначения см. рис.8).

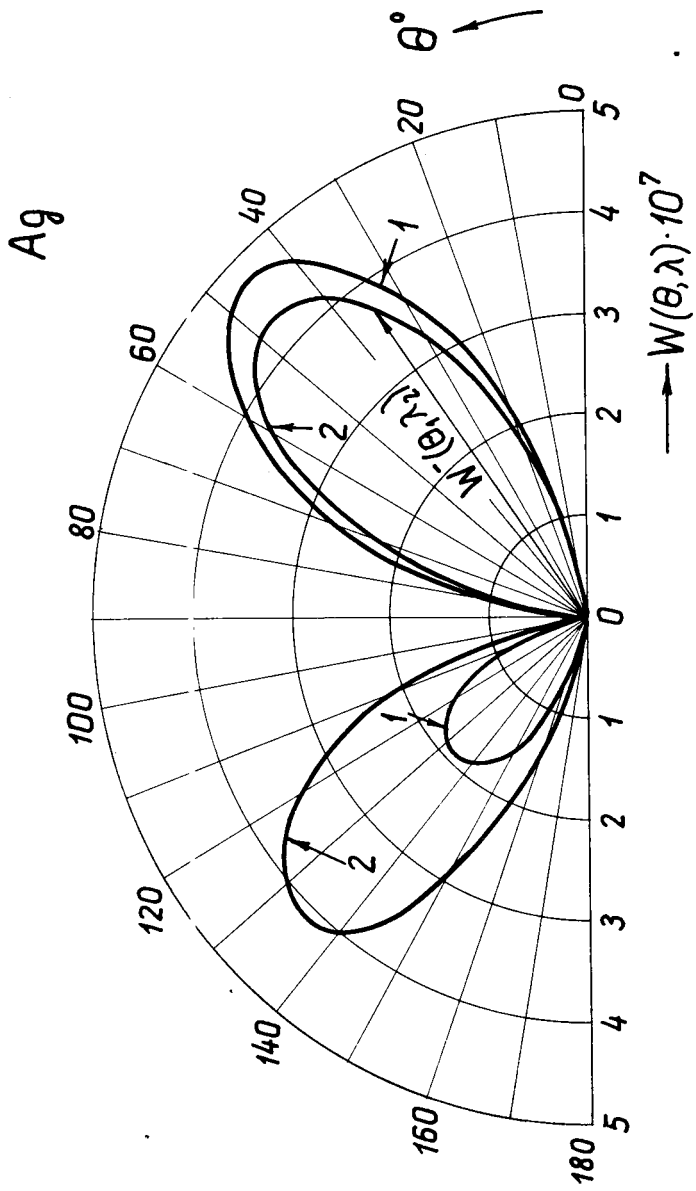


Рис.15. Угловые распределения фотонов $W_T(\theta, \lambda)$ для Ag при $\gamma = 1.7$.
 Кривая 1 - $\lambda_1 = 2784 \text{ \AA}$, кривая 2 - $\lambda_2 = 3950 \text{ \AA}$.

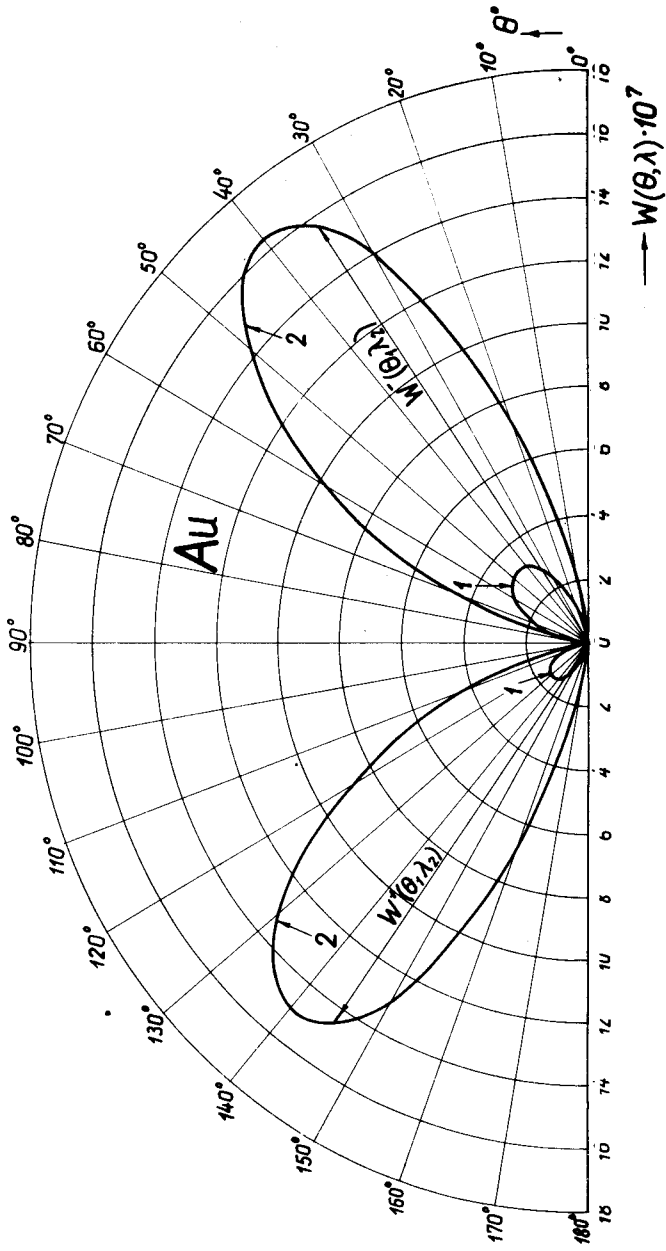


Рис.16. Угловые распределения фотонов $W_{\pi}(\theta, \lambda)$ для Au и $\gamma = 1.7$.
 Кривая 1 - $\lambda_1 = 4600 \text{ \AA}$, кривая 2 - $\lambda_2 = 5393 \text{ \AA}$.

Al

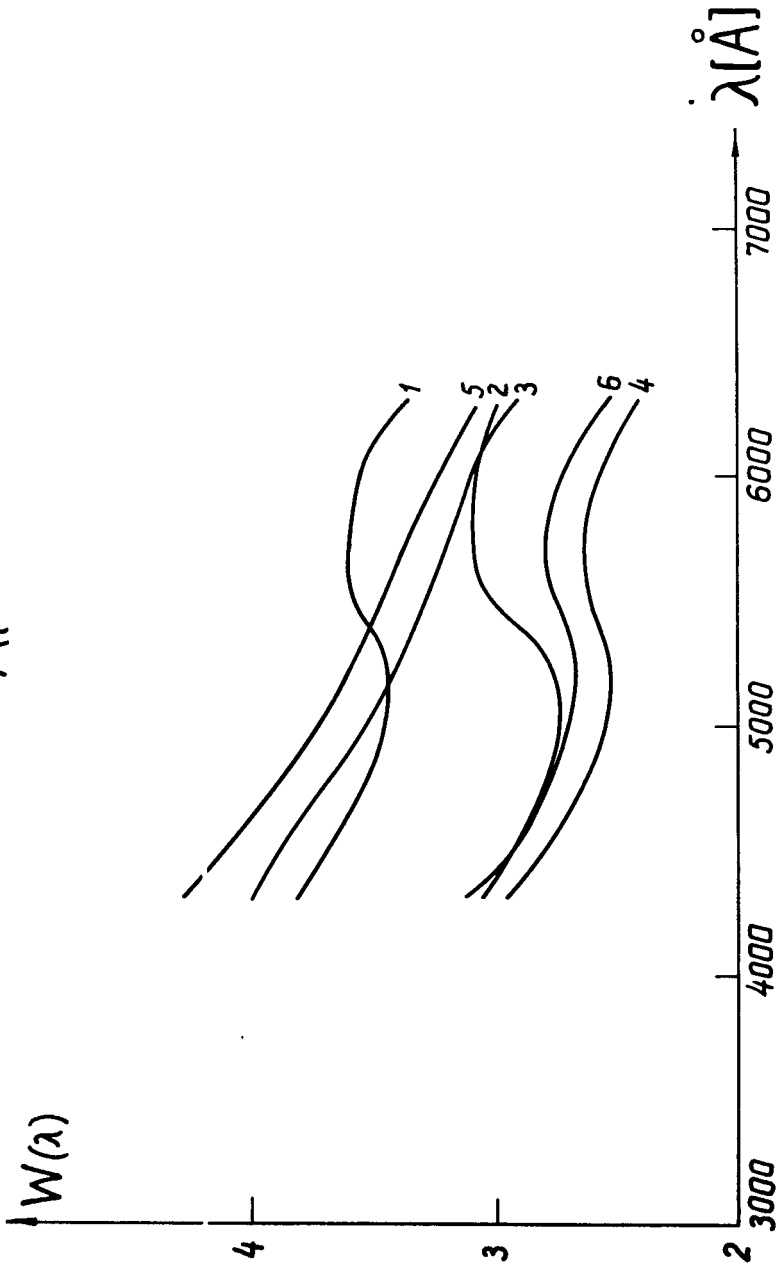


Рис.17. Спектры фотонов для Al при различных u . Нечетные кривые соответствуют $W_-(\lambda)$, а четные $W_+(\lambda)$. Кривые 1,2 вычислены для $u = 1,703$, кривые 3,4 - для $u = 70$, а кривые 5 и 6 - для $u = 500$. Шкала для $W(\lambda)$ у кривых 1,2 в единицах 10^{-1} , у кривых 3+6 - 10^{-6} .

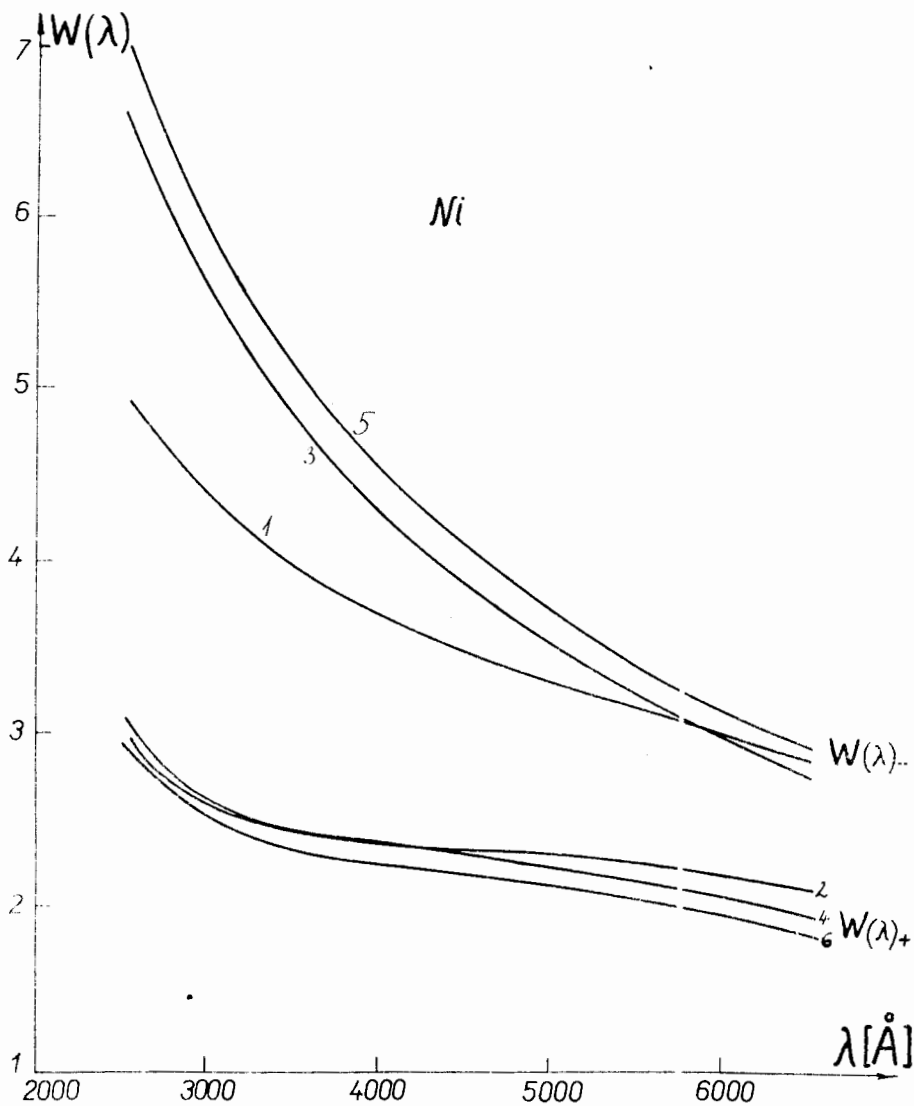


Рис.18. Спектры фотонов для Ni (обозначения см. рис.17).

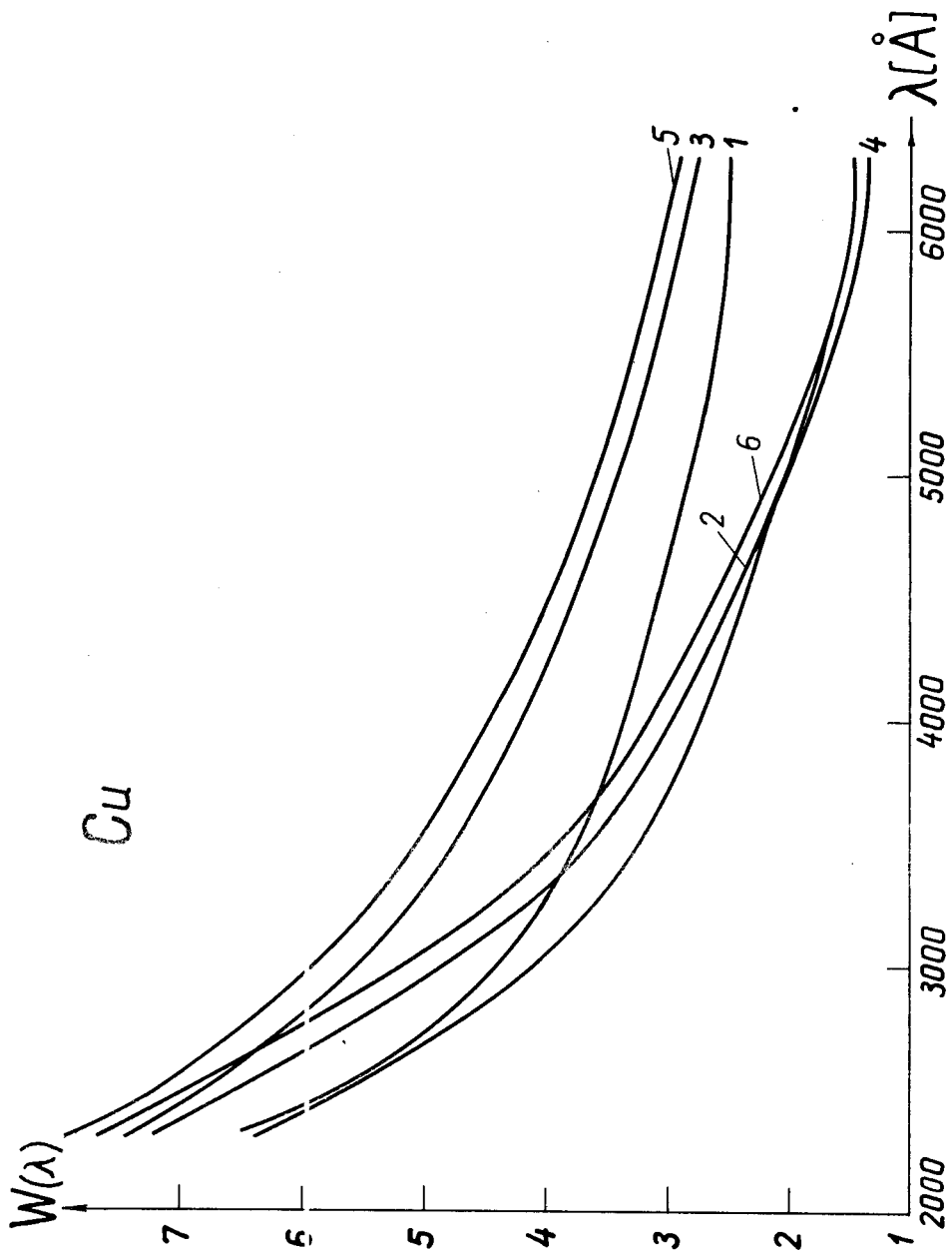


Рис.18. Спектры фотонов для Cu (обозначения см. рис.17).

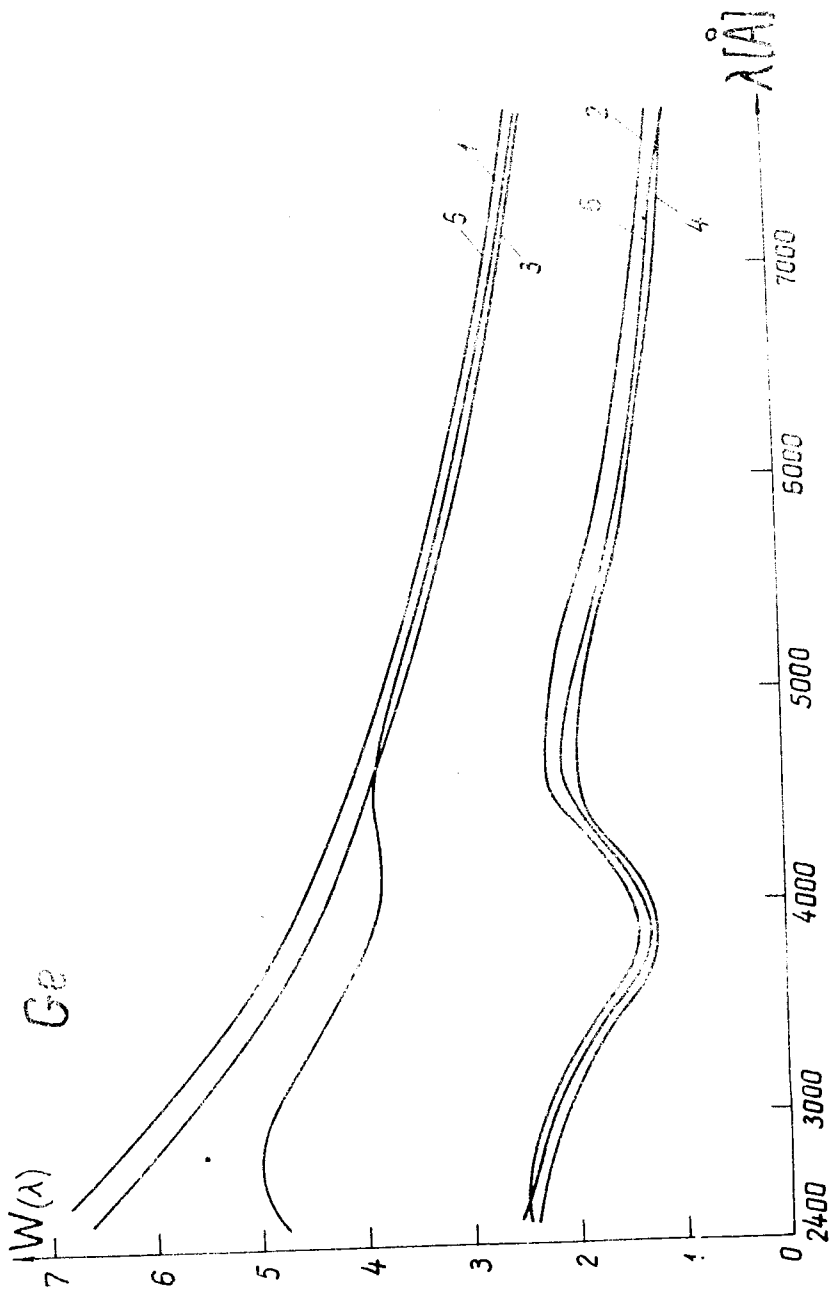


Рис.20. Спектры фотонов для Ge (обозначения см. рис.17).

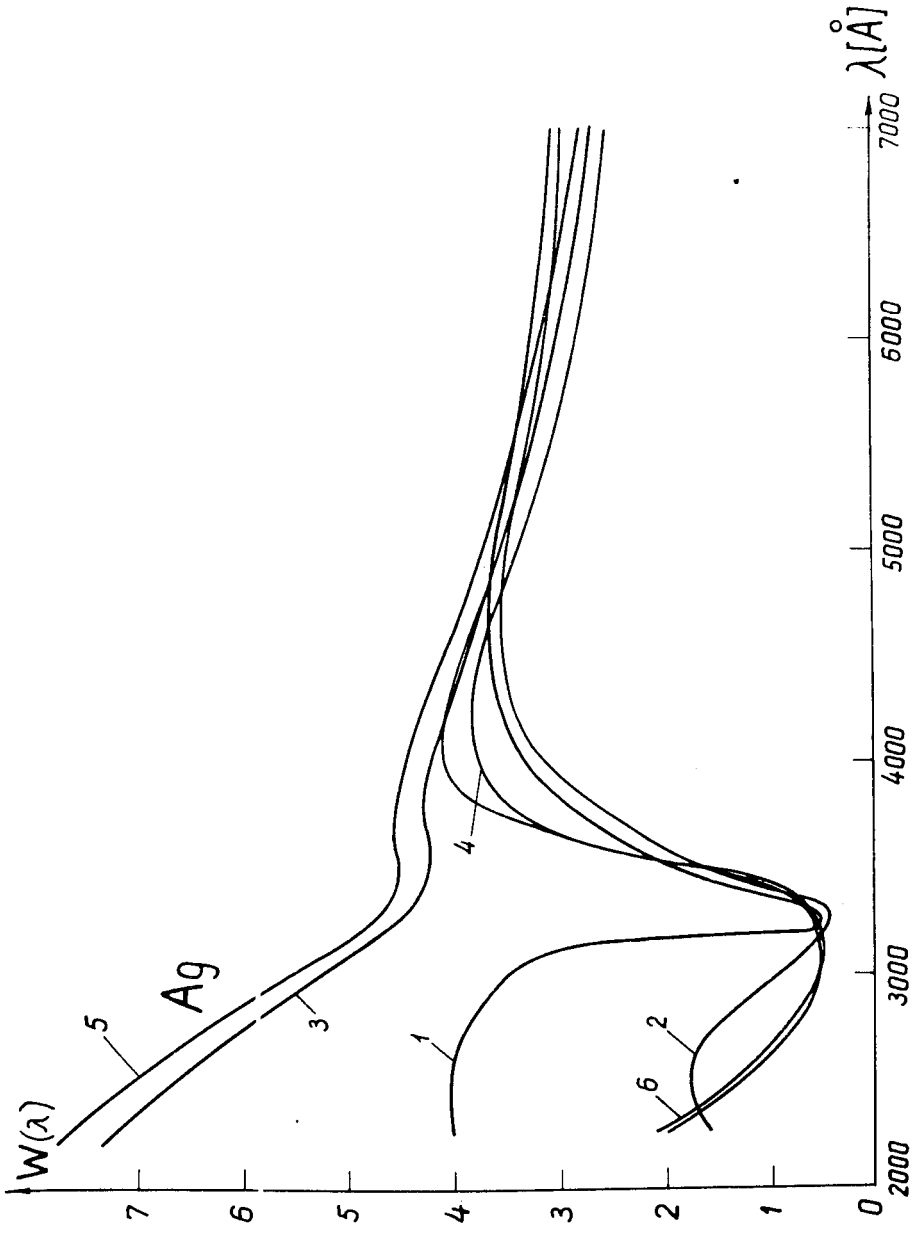


Рис.21. Спектры фотонов для Ag (обозначения см. рис.17).

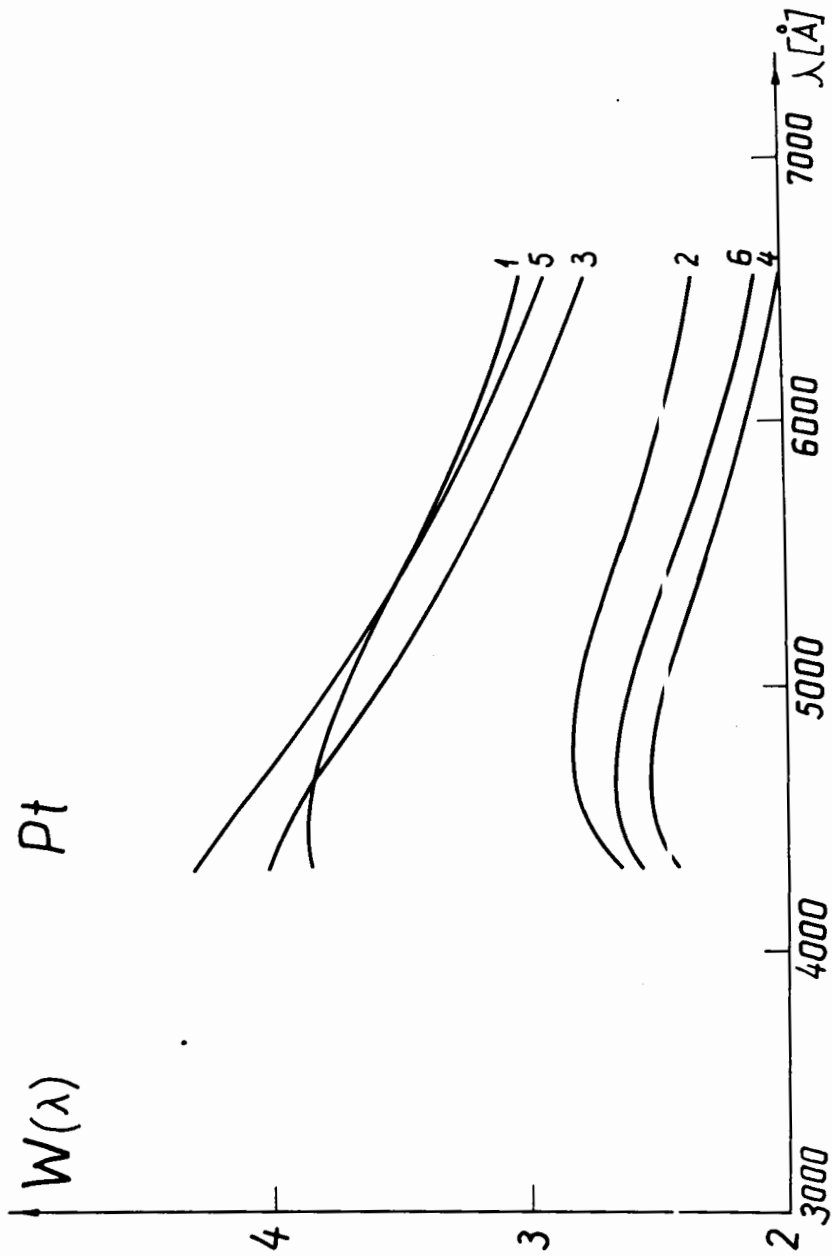


Рис.22. Спектры фотонов для Pt (обозначения см. рис.17).

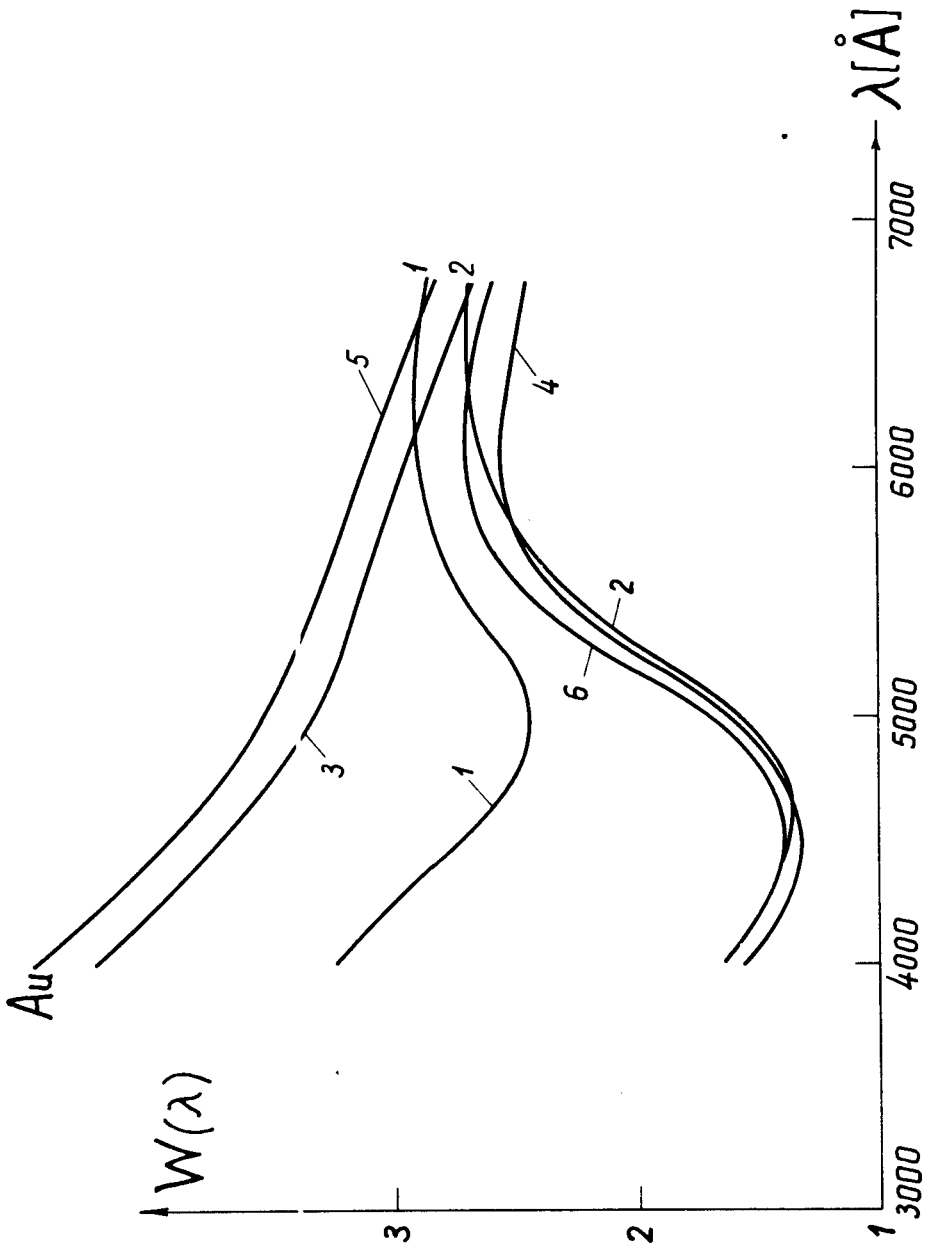


Рис.23. Спектры фотонов для Au (обозначения см. рис.17).

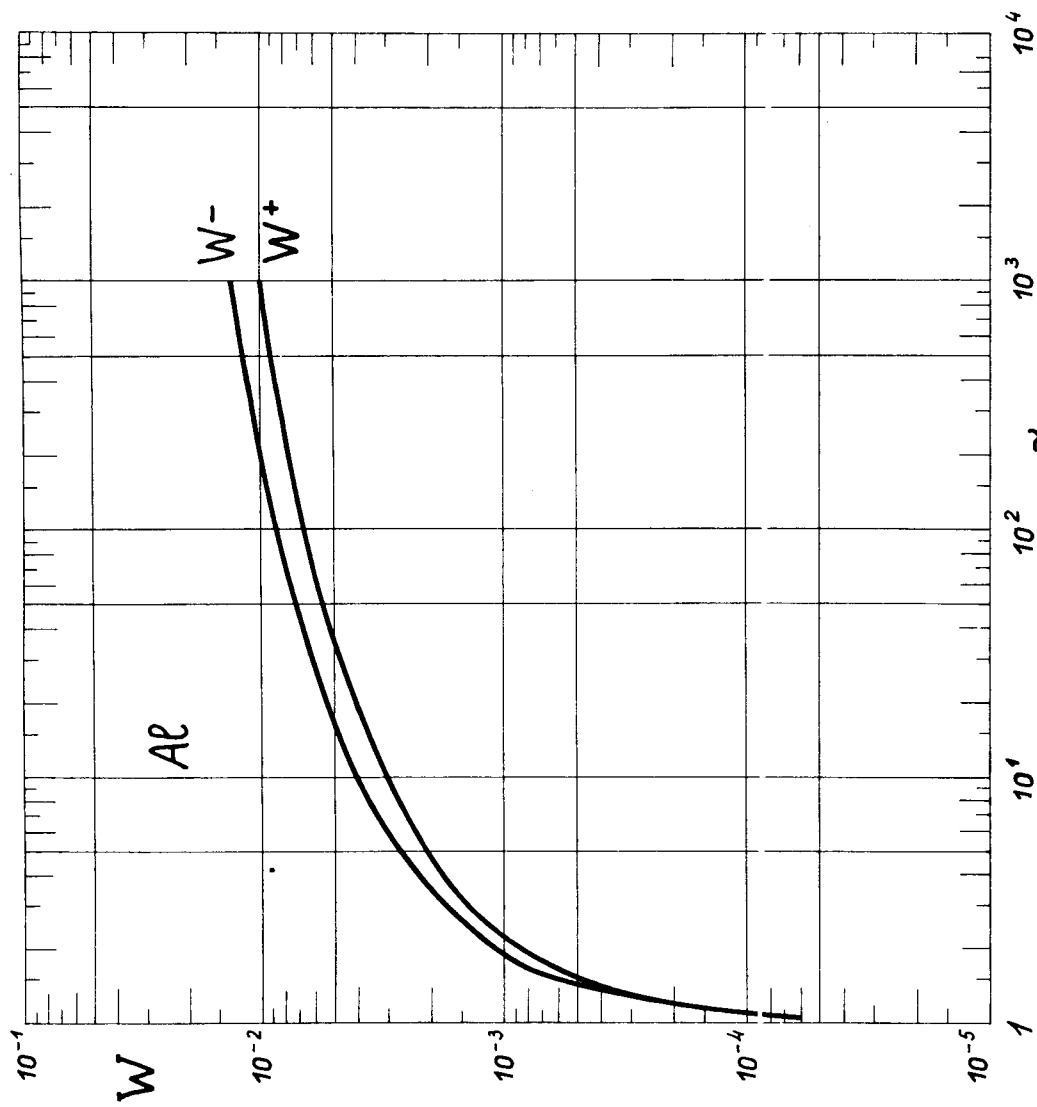


Рис.24. Зависимость суммарных чисел фотонов W_{\pm} от γ для Al .

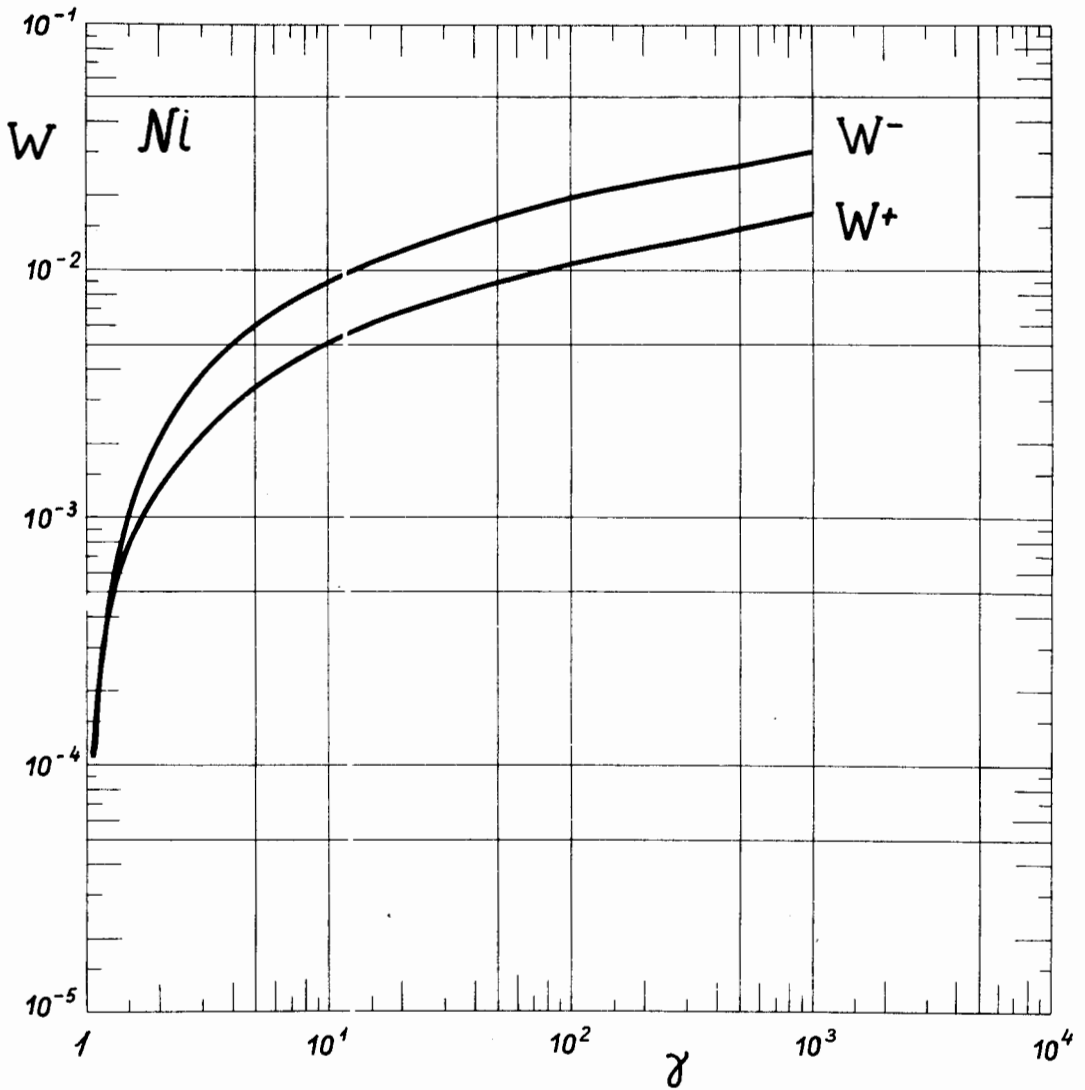


Рис.25. Зависимость суммарных чисел фотонов W_{\pm} от γ для Ni .

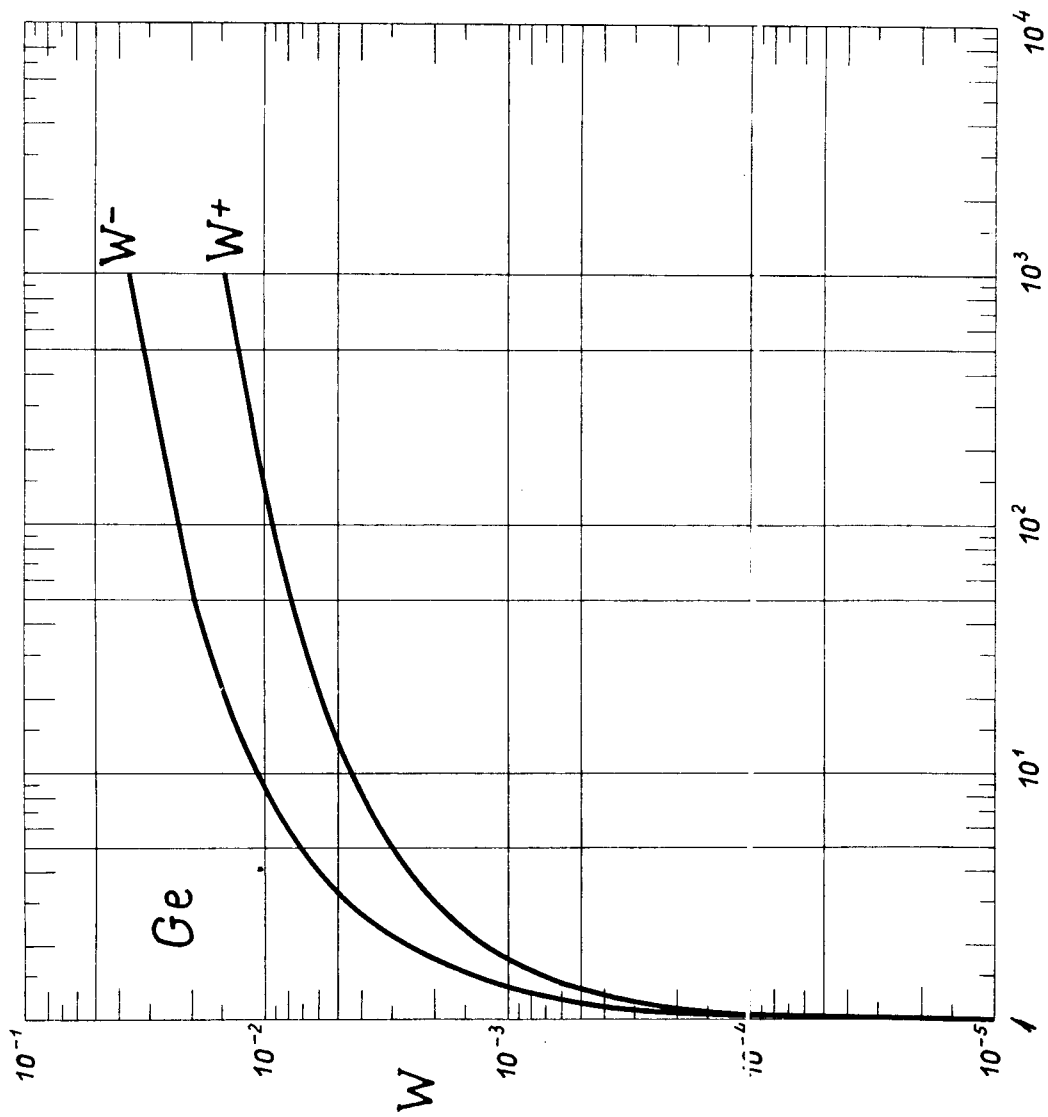


Рис.26. Зависимость суммарных чисел фотонов W_{\pm} от u для Ge.

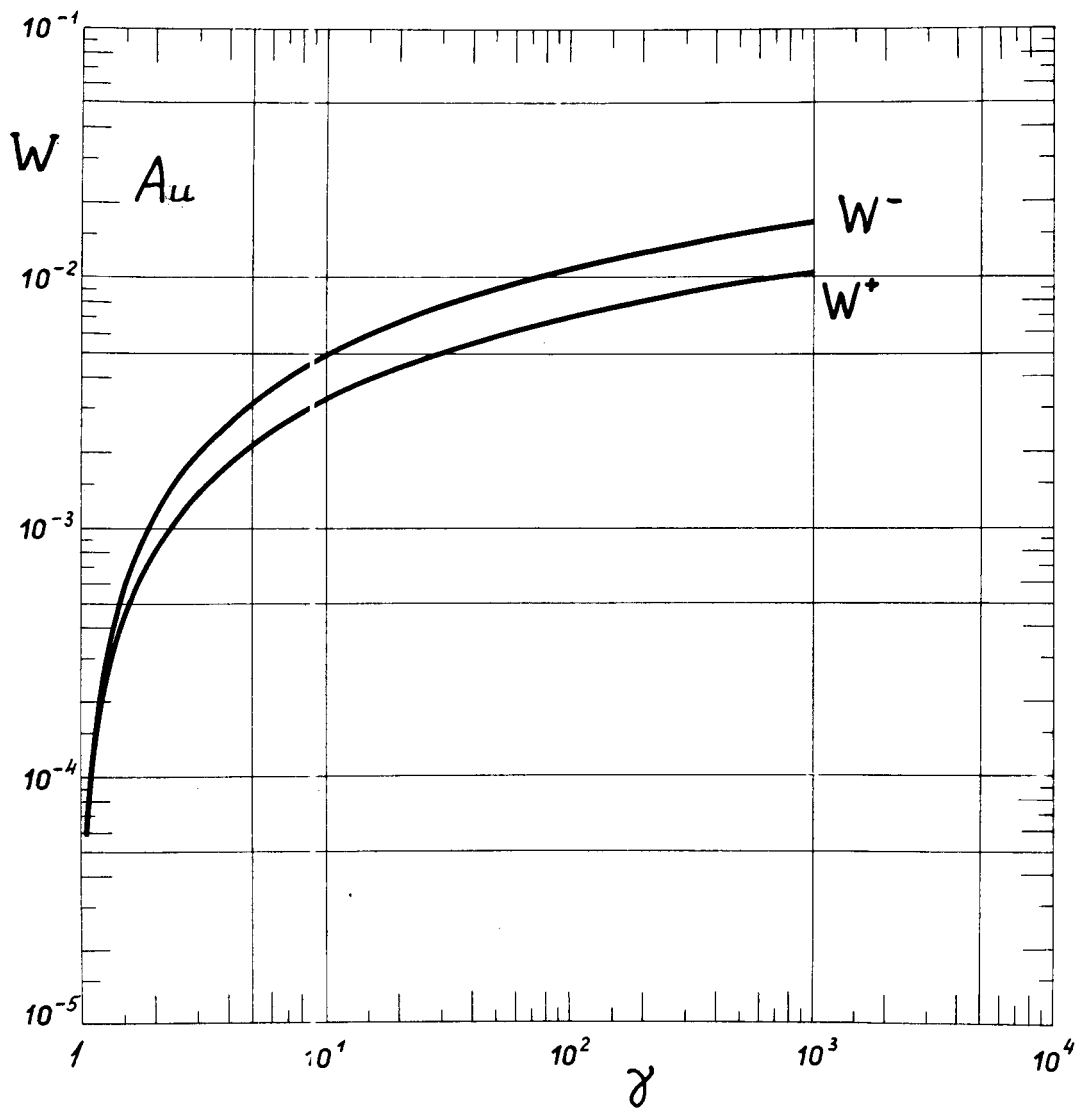


Рис.27. Зависимость суммарных чисел фотонов W_{\pm} от γ для Au. γ

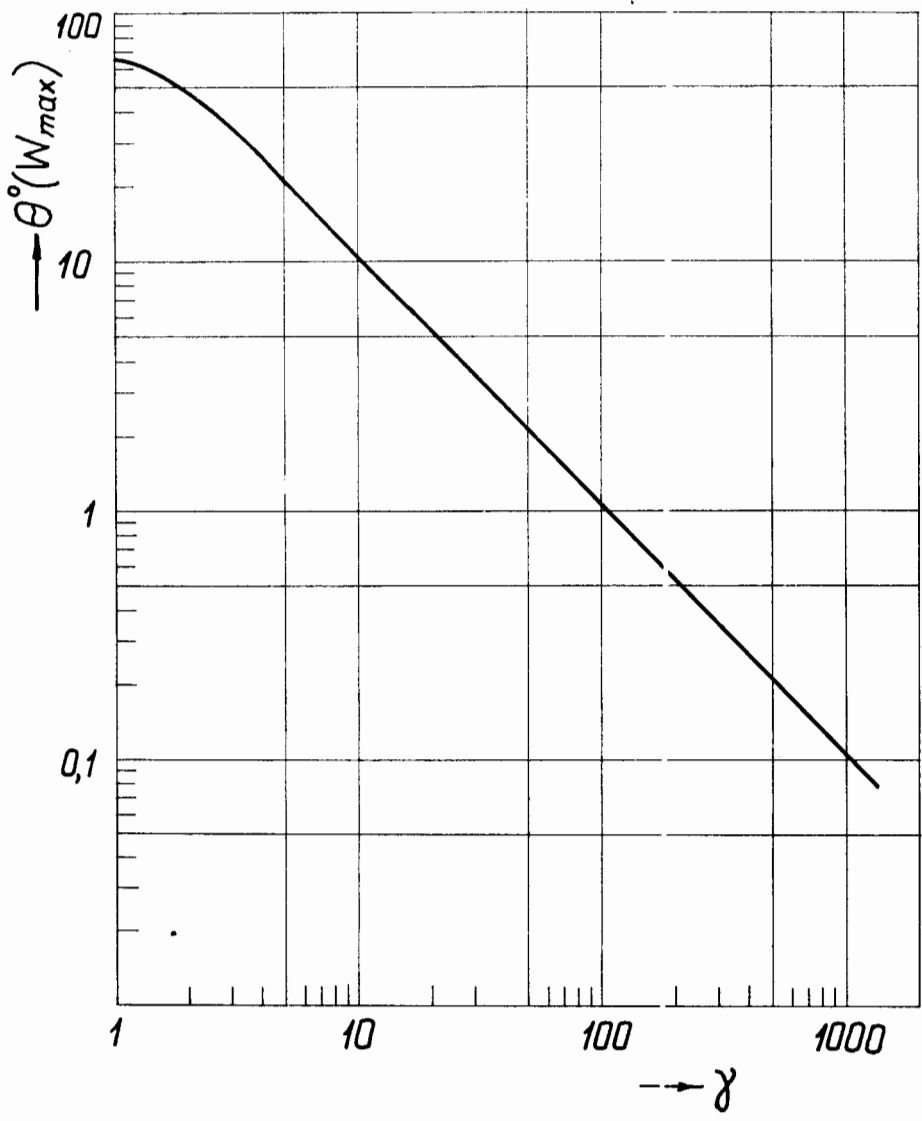


Рис.28. Зависимость угла $\theta, (W_{max})$ от γ (θ в градусах).

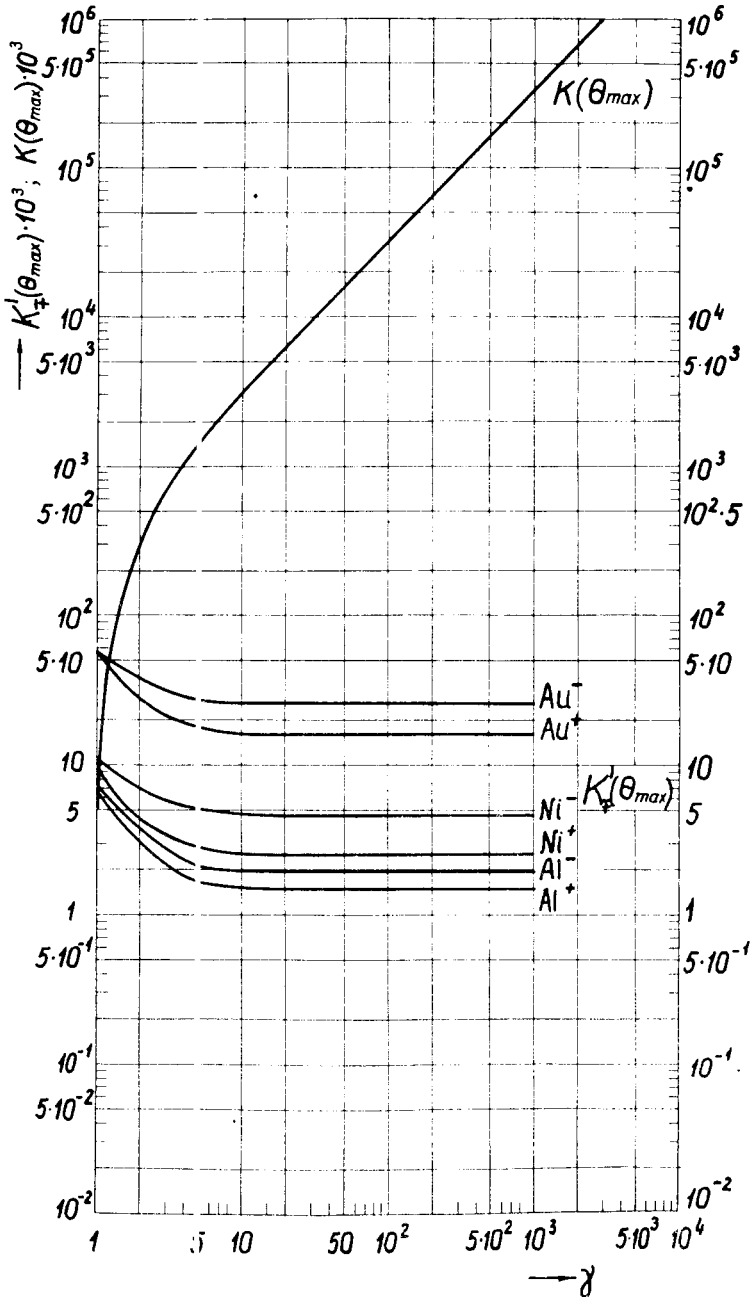


Рис.29. Зависимости $K(\theta_{\max})$ от γ . Для различных элементов показана также зависимость $K'_\pm(\theta_{\max})$ от γ .

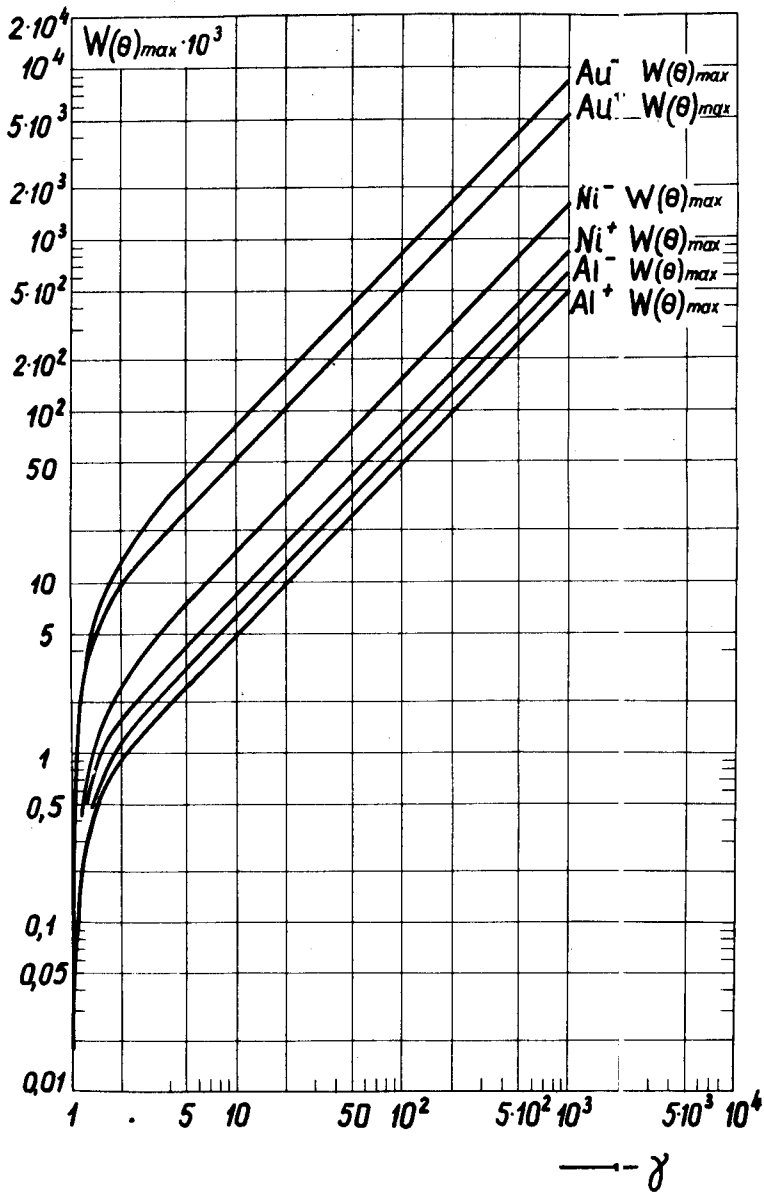


Рис.30. Зависимость числа фотонов $W_{\mp}(\theta_{max})$ от γ для различных элементов.

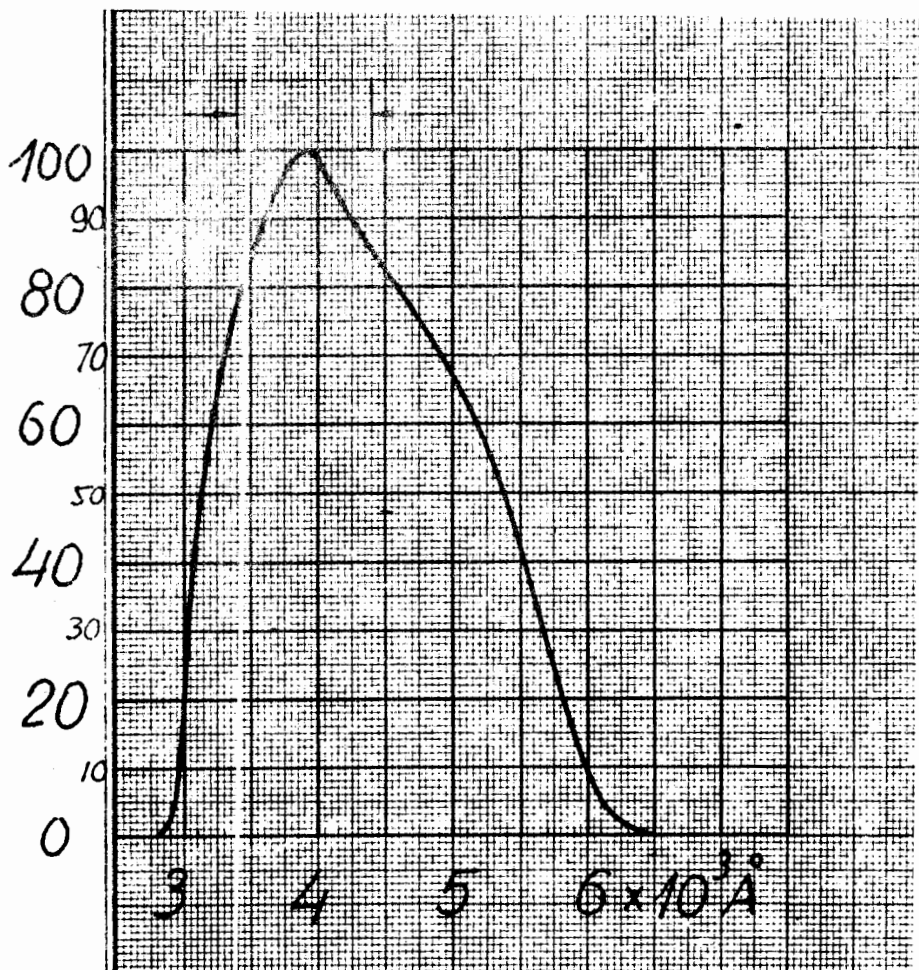


Рис.31. Относительная спектральная чувствительность сурьмяно-цезиевого фотокаатода №С-8.