ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 3944

Р.М.Мир-Касимов

# ОБМЕННОЕ ВЫРОЖДЕНИЕ И СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СЕЧЕНИЯМИ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1968

Р2 - 3944



Р.М.Мир-Касимов

# ОБМЕННОЕ ВЫРОЖДЕНИЕ И СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СЕЧЕНИЯМИ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

В предыдущей работе[1] гипотеза об обменном вырождении была использована для получения ряда линейных соотношений между сечениями различных процессов при высоких энергиях. В основе расчётов лежала следующая модель (ср.[2-6]).

Рассмотрим процесс

$$a + b \to c + d , \tag{1}$$

где $a$ и $c$ –барионы, а $b$ и $d$ – либо мезоны, либо барионы. Предположим (ср.[2]), что а) выполняется теорема о факторизации реджевских вычетных функций, б) при высоких энергиях в промежуточном состоянии в $t$ –канале могут находиться реджионы, обладающие квантовыми числами мезонных нонетов $1^-$ и $2^+$. Тогда амплитуду процесса (1) $M(ab \to cd)$ можно записать в виде

$$M(ab\to cd) = \gamma_p^{ac}(t)\gamma_p^{bd} M_p(\nu, t) + \\ + \sum_r \{ \gamma_{S^r}^{ac}(t)\gamma_{S^r}^{bd}(t) M_{S^r}(\nu, t) + \gamma_{V^r}^{ac}(t)\gamma_{V^r}^{bd}(t) M_{V^r}(\nu, t) \} . \tag{2}$$

Здесь

$$M_r(\nu,t) = -\frac{1 \pm e^{-i\pi\alpha^r(t)}}{\sin \pi\alpha^r(t)} \frac{\Gamma(\alpha^r(t)+3/2)}{\Gamma(\alpha^r(t)+1)} \left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)^{\alpha_r(t)}, \qquad (3)$$

реджевская амплитуда, отвечающая обмену реджионом $r$.

Вычетные функции $\gamma^{if}$, согласно/2/, можно рассматривать как матричные элементы "кварковых токов"

$$\delta(\vec{p}_f - \vec{p}_i)\gamma^{if}_{s^r}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle f | \int d^3x\, q^+ \beta \lambda^r q | i \rangle, \qquad (4)$$

$$\delta(\vec{p}_f - \vec{p}_i)\gamma^{if}_{V^r}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle f | \int d^3x\, q^+ \lambda^r q | i \rangle, \qquad (5)$$

причём в качестве недиагональных элементов базиса алгебры SU(3) взяты следующие комбинации $\lambda$ -матриц:

$$\overset{\pm}{\lambda}_1 = \frac{\lambda_1 \pm i\lambda_2}{2}, \quad \overset{\pm}{\lambda}_2 = \frac{\lambda_4 \pm i\lambda_5}{2}, \quad \overset{\pm}{\lambda}_3 = \frac{\lambda_6 \pm i\lambda_7}{2}. \qquad (6)$$

Частица Померанчука считается связанной с SU(3) синглетом, не смешивающимся с $I = Y = 0$ компонентой октета. Это приводит к равенству: $\gamma^{if}_P(t) = \gamma^{if}_{s^0}(t)$.

Далее предположим, что между $1^-$ и $2^+$ частицами имеется обменное вырождение и поэтому реджионы с одинаковыми квантовыми числами лежат на одних и тех же траекториях. Траектории $\alpha^r(t)$ представляют собой семейство параллельных прямых в плоскости $(\alpha, t)$/8/.

Как было подчёркнуто в [1], отсюда следует справедливость формулы Гелл-Манна-Окубо для траекторий

$$\alpha_{K^*}(t) = \frac{1}{4}\,\alpha_{\rho}(t) + \frac{3}{4}\,\alpha_{8}(t)\,. \tag{7}$$

Далее в работе [1] предполагалось, что соотношение (7) в линейном приближении приводит к таким же соотношениям между амплитудами. Это приближение справедливо при не очень больших энергиях. Кроме того, хотя оно и приводит к соотношениям между сечениями, согласующимися с экспериментальными данными, его трудно оправдать теоретически.

В настоящей работе мы получим некоторые нелинейные соотношения между сечениями, не прибегая к указанному приближению.

Для мнимой части амплитуды $M_r(\nu, t)$ выполняется соотношение

$$\alpha_r(t) = \frac{\partial \ln \operatorname{Im} M_r(\nu, t)}{\partial \ln s} \tag{8}$$

Подставляя это выражение в (7), получаем

$$\frac{\partial \ln \operatorname{Im} M_{K^*}(\nu, t)}{\partial \ln s} = \frac{1}{4}\,\frac{\partial \ln \operatorname{Im} M_{\rho}(\nu, t)}{\partial \ln s} + \frac{3}{4}\,\frac{\partial \ln \operatorname{Im} M_{V_8}(\nu, t)}{\partial \ln s}\,, \tag{9}$$

откуда, после интегрирования, следует

$$f(t)\,\operatorname{Im} M_{K^*} = (\operatorname{Im} M_{\rho})^{1/4}\,(\operatorname{Im} M_{V_8})^{3/4}\,. \tag{10}$$

Можно показать, что постоянная интегрирования $f(t)$ имеет вид

$$f(t) = 1 + \epsilon(t)\,, \tag{11}$$

где $\epsilon(t)$ – величина второго порядка малости по расщеплению траекторий. Будем считать $f(t) = 1$. Аналогичное (10) соотношение существует и для $2^+$ нонета

$$\mathrm{Im}\, M_{K_2} = (\mathrm{Im}\, M_{A_2})^{1/4} (\mathrm{Im}\, M_{T_8})^{3/4} . \qquad (12)$$

Используя (2), можно выразить амплитуды, связанные с обменом нестранным реджионом, через амплитуды упругих $\pi p$, $Kp$, $pp$ и $np$ – столкновений

$$M_\rho(\nu, t) = M(\pi^+ p) - M(\pi^- p) = M(K^+ p) + M(\bar K^0 p) - M(K^0 p) - M(K^- p) ,$$

$$M_{V_8}(\nu, t) = \frac{4}{9} [ M(K^+ p) + M(K^0 p) - M(\bar K^0 p) - M(K^- p) ],$$

$$M_{V_1}(\nu, t) = [ 2M(pp) + 2M(pn) - 6M(\pi^0 p) - M(K^+ p) - M(K^0 p) + M(\bar K^0 p) + M(K^- p) ]$$

$$M_{A_2}(\nu, t) = M(K^+ p) - M(K^0 p) - M(\bar K^0 p) + M(K^- p),$$

$$M_{T_8}(\nu, t) = \frac{4}{9} [ 4M(\pi^0 p) - M(K^+ p) - M(K^- p) - M(K^0 p) - M(\bar K^0 p) ],$$

$$M_p(\nu, t) + M_{T_1}(\nu, t) = 2M(\pi^0 p) + M(K^+ p) + M(K^- p) +$$

$$+ M(K^0 p) + M(\bar K^0 p) .$$

Выражения для $\mathrm{Im}\, M_{K^*}(\nu, t)$ и $\mathrm{Im}\, M_{K_2}(\nu, t)$ через упругие амплитуды получаются из (10) и (12).

$$\mathrm{Im}\, M_{K^*}(\nu,t) = \sqrt{\frac{8}{27}}\ \{\mathrm{Im}[\, M(K^+ p) - M(K^0 p) + M(\bar{K}^0 p) - M(K^- p)\,]\}^{1/4}\ \cdot$$

$$\cdot\{\mathrm{Im}[\,M(K^+ p) + M(K^0 p) - M(\bar{K}^0 p) - M(K^- p)\,]\}^{3/4} =$$

$$= 2^{1/8}\sqrt{\frac{8}{27}}\ \{\mathrm{Im}\, M(\pi^- p \to \pi^0 n)\}^{1/4}\{\mathrm{Im}[\,M(K^+ p) + M(K^0 p) - M(\bar{K}^0 p) - M(K^- p)]\}^{3/4},$$

$$\mathrm{Im}\, M_{K_2} = \sqrt{\frac{8}{27}}\{\mathrm{Im}[\,M(K^+ p) - M(K^0 p) - M(\bar{K}^0 p) + M(K^- p)\,]\}^{1/4}\ \cdot$$

$$\cdot\{\mathrm{Im}[\,4M(\pi^0 p) - M(K^+ p) - M(K^- p) - M(K^0 p) - M(\bar{K}^0 p)\,]\}^{3/4} =$$

$$= 6^{1/8}\sqrt{\frac{8}{27}}\{\mathrm{Im}\, M(\pi^- p \to \eta^0 n)\}^{1/4}\times$$

$$\times\{\mathrm{Im}[\,4M(\pi^0 p) - M(K^+ p) - M(K^- p) - M(K^0 p) - M(\bar{K}^0 p)\,]\}^{3/4}.$$

С помощью (2), (10), (12), (13) и (14) можно получить теперь целый ряд соотношений между амплитудами упругих и неупругих процессов, например (ср./1/):

$$M(K^- p \to \pi^- \Sigma^+) = \frac{1}{2}[\,M_{K^*}(\nu, t) + M_{K_2}(\nu, t)\,] =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{27}}\ \{[\,M(K^+ p) - M(K^0 p) + M(\bar{K}^0 p) - M(K^- p)\,]^{1/4}\ \cdot$$

$$\cdot [\, M(K^+p) + M(K^0p) - M(\bar{K}^0p) - M(K^-p)\,]^{3/4} \; +$$

$$+ [\, M(K^+p) - M(K^0p) - M(\bar{K}^0p) + M(K^-p)\,]^{1/4} \; . \qquad (15)$$

$$\cdot [\, 4M(\pi^0p) - M(K^+p) - M(K^-p) - M(K^0p) - M(\bar{K}^0p)\,]^{3/4} \; \} .$$

Если имеется обменное вырождение, то справедлива формула

$$\mathrm{Im}\,(M_a(\nu, t) + M_b(\nu, t)) = 0 , \qquad (16)$$

где $a$ и $b$ – векторный и тензорный реджионы с одинаковыми внутренними квантовыми числами. Подставляя сюда соотношения (14) и пользуясь оптической теоремой, получаем

$$[\,|A_{\rho}^{(+)} - A_{\rho}^{(-)}|\,]^{1/4}\,[\,|A_{V_8}^{(+)} - A_{V_8}^{(-)}|\,]^{3/4} = [\,A_{A_2}^{(+)} - A_{A_2}^{(-)}\,]^{1/4}[\,A_{T_8}^{(+)} - A_{T_8}^{(-)}\,]^{3/4} . \qquad (17)$$

Здесь введены следующие обозначения

$$A_{\rho}^{(+)} = \sigma(\pi^+p) , \quad A_{\rho}^{(-)} = \sigma(\pi^-p) ,$$

$$A_{V_8}^{(+)} = \sigma(K^+p) + \sigma(K^+n) , \quad A_{V_8}^{(-)} = \sigma(K^-n) + \sigma(K^-p) ,$$

$$A_{A_2}^{(+)} = \sigma(K^+p) + \sigma(K^-p) , \quad A_{A_2}^{(-)} = \sigma(K^+n) + \sigma(K^-n) ,$$

$$A^{(+)}_{T_8} = 2A^{(+)}_{\rho} + 2A^{(-)}_{\rho}\ , \quad A^{(-)}_{T_8} = A^{(+)}_{V_8} + A^{(-)}_{V_8}$$

$$A^{(+)}_{V_1} = 2\sigma(pp) + 2\sigma(pn) + A^{(-)}_{V_8}, \quad A^{(-)}_{V_1} = 3A^{(+)}_{\rho} + 3A^{(-)}_{\rho} + A^{(+)}_{V_8}\ . \tag{18}$$

Мы воспользовались изотопическими соотношениями

$$\sigma(K^0 p) = \sigma(K^+ n); \quad \sigma(\bar{K}^0 p) = \sigma(K^- n);$$

$$\sigma(\pi^0 p) = \frac{1}{2}[\sigma(\pi^+ p) + \sigma(\pi^- p)]\ ,$$

а также изменили знак в (17), поскольку

$$A^{(+)}_{\rho} - A^{(-)}_{\rho} < 0\ , \quad A^{(+)}_{V_8} - A^{(-)}_{V_8} < 0\ .$$

Для сравнения равенства (17) с экспериментом следует возвести его в четвертую степень и сгруппировать в правой и левой его части положительные члены. Выполнив эти действия, придем к соотношению

$$A^{(+)}_{\rho} A^{(+)}_{V_8}(A^{(+)2}_{V_8} + 3A^{(-)2}_{V_8}) + A^{(-)}_{\rho} A^{(-)}_{V_8}(A^{(-)2}_{V_8} + 3A^{(+)2}_{V_8}) +$$

$$+ A^{(+)}_{A_2} A^{(-)}_{T_8}(A^{(-)2}_{T_8} + 3A^{(+)2}_{T_8}) + A^{(-)}_{A_2} A^{(+)}_{T_8}(A^{(+)2}_{T_8} + 3A^{(-)2}_{T_8}) =$$

$$= A^{(+)}_{A_2} A^{(+)}_{T_8}(A^{(+)2}_{T_8} + 3A^{(-)2}_{T_8}) + A^{(-)}_{A_2} A^{(-)}_{T_8}(A^{(-)2}_{T_8} + 3A^{(+)2}_{T_8}) + \tag{19}$$

$$+ A^{(+)}_{\rho} A^{(-)}_{V_8}(A^{(-)2}_{V_8} + 3A^{(+)2}_{V_8}) + A^{(-)}_{\rho} A^{(+)}_{V_8}(A^{(+)2}_{V_8} + 3A^{(+)2}_{V_8})\ .$$

Экспериментальные значения правой и левой частей (19) при некоторых энергиях приведены в следующей таблице/9/

| Энергия (Гэв) | Левая часть (мб) | Правая часть (мб) |
|---|---|---|
| 6 | $(28{,}0\pm 1{,}4).10^{7}$ | $(28{,}0\pm 1{,}4).10^{7}$ |
| 12 | $(21{,}7\pm 1{,}0).10^{7}$ | $(21{,}7\pm 1{,}0).10^{7}$ |
| 18 | $(20{,}1\pm 1{,}8).10^{7}$ | $(19{,}8\pm 1{,}8).10^{7}$ |

Используем теперь соотношения между траекториями, которые вытекают из массовых формул SU(6) - симметрии. Отметим сперва, что мнимые части амплитуд, соответствующих физическим частицам, например, $M_{\omega}(\nu, t)$ и $M_{\phi}(\nu, t)$ при помощи соотношений (8) и (11) могут быть определены из равенств вида

$$\mathrm{Im}\, M_{\phi}(\nu, t) = [\,\mathrm{Im}\, M_{V_8}(\nu, t)\,]^{\frac{\cos^2\theta}{\cos 2\theta}} \; [\,\mathrm{Im}\, M_{V_1}(\nu, t)\,]^{-\frac{\sin^2\theta}{\cos 2\theta}}$$

$$\mathrm{Im}\, M_{\omega}(\nu, t) = [\,\mathrm{Im}\, M_{V_8}(\nu, t)\,]^{-\frac{\sin^2\theta}{\cos 2\theta}} \; [\,\mathrm{Im}\, M_{V_1}(\nu, t)\,]^{\frac{\cos^2\theta}{\cos 2\theta}} , \tag{20}$$

где $\theta$ - угол смешивания.

Соотношение $\alpha_{\omega} = \alpha_{\rho}$ (см./9/) приводит к связи между сечениями

$$\left[A^{(+)}_{V_1} - A^{(-)}_{V_1}\right]^{\frac{\cos^2\theta}{\cos 2\theta}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2\sin^2\theta}{\cos 2\theta}} [\,A^{(+)}_{A_2} - A^{(-)}_{A_2}\,][\,A^{(+)}_{V_8} - A^{(-)}_{V_8}\,]^{\frac{\sin^2\theta}{\cos 2\theta}} \tag{21}$$

Аналог массовой формулы $\alpha_{\omega} = \alpha_{A_2}$ дает

$$[A^{(+)}_{V_1}-A^{(-)}_{V_1}]^{\frac{\cos^2\theta}{\cos 2\theta}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2\sin^2\theta}{\cos 2\theta}}[A^{(+)}_{A_2}-A^{(-)}_{A_2}][A^{(+)}_{V_8}-A^{(-)}_{V_8}]^{\frac{\sin^2\theta}{\cos 2\theta}} \quad (22)$$

С помощью формулы $2\alpha_{K^*}=\alpha_\omega+\alpha_\phi$ приходим к соотношению

$$\frac{4}{9}[A^{(+)}_{\rho}-A^{(-)}_{\rho}][A^{(+)}_{V_8}-A^{(-)}_{V_8}]=[A^{(+)}_{V_1}-A^{(-)}_{V_1}]^2 \quad (23)$$

или

$$\frac{4}{9}[A^{(+)}_{\rho}A^{(+)}_{V_8}+A^{(-)}_{\rho}A^{(-)}_{V_8}]+2A^{(+)}_{V_1}A^{(-)}_{V_1}=\frac{4}{9}[A^{(+)}_{\rho}A^{(-)}_{V_8}+A^{(-)}_{\rho}A^{(+)}_{V_8}]+A^{(+)2}_{V_1}+A^{(-)2}_{V_1}. \quad (24)$$

Сравнение с экспериментом дано в следующей таблице:

| Энергия (Гэв) | Левая часть (мб) | Правая часть (мб) |
|---|---|---|
| 6 | $(85,0\pm2,9)\cdot10^3$ | $(85,2\pm3,1)\cdot10^3$ |
| 12 | $(75,2\pm2,7)\cdot10^3$ | $(75,5\pm2,9)\cdot10^3$ |
| 18 | $(71,6\pm3,2)\cdot10^3$ | $(71,9\pm3,2)\cdot10^3$ |

Наконец, с помощью равенства $2\alpha_{K_2}=\alpha_\omega+\alpha_\phi=\alpha_{V_8}+\alpha_{V_1}$ получаем

$$\frac{4}{9}[A^{(+)}_{A_2}-A^{(-)}_{A_2}][A^{(+)}_{T_8}-A^{(-)}_{T_8}]^3=[A^{(+)}_{V_8}-A^{(-)}_{V_8}]^2[A^{(+)}_{V_1}-A^{(-)}_{V_1}]^2 \quad (25)$$

или

$$\frac{4}{9} A^{(+)}_{A_1} A^{(+)}_{T_8} \left(A^{(+)2}_{T_8} + 3A^{(-)2}_{T_8}\right) + \frac{4}{9} A^{(-)}_{A_2} A^{(-)}_{T_8} \left(A^{(-)2}_{T_7} + 3A^{(+)2}_{T_8}\right) +$$

$$+ 2A^{(+)}_{V_8} A^{(-)}_{V_8} \left(A^{(+)2}_{V_1} + A^{(-)2}_{V_1}\right) + 2A^{(+)}_{V_1} A^{(-)}_{V_1} \left(A^{(+)2}_{V_8} + A^{(-)2}_{V_8}\right) =$$

$$= \frac{4}{9} A^{(+)}_{A_2} A^{(-)}_{T_8} \left(A^{(-)2}_{T_8} + 3A^{(+)2}_{T_8}\right) + \frac{4}{9} A^{(-)}_{A_2} A^{(+)}_{T_8} \left(A^{(+)2}_{T_8} + 3A^{(-)2}_{T_8}\right) + \qquad (26)$$

$$+ \left(A^{(+)2}_{V_8} + A^{(-)2}_{V_8}\right)\left(A^{(+)2}_{V_1} + A^{(-)2}_{V_1}\right) + 4A^{(+)}_{V_8} A^{(-)}_{V_8} A^{(+)}_{V_1} A^{(-)}_{V_1} .$$

Соотношение (26) также удовлетворительно согласуется с экспериментом

| Энергия (Гэв) | Левая часть (мб) | Правая часть (мб) |
|---|---|---|
| 6 | $(31,2 \pm 2,9).10^7$ | $(28,7 \pm 2,9).10^7$ |
| 12 | $(33,4 \pm 2,3).10^7$ | $(33,8 \pm 2,4).10^7$ |
| 18 | $(31,0 \pm 3,5).10^7$ | $(31,0 \pm 4.0).10^7$ |

Автор приносит свою благодарность С.Б.Герасимову, В.Г.Кадышевскому и В.А.Матвееву за полезные обсуждения.

## *Литература*

1. *В.Г.Кадышевский, Р.М.Мир-Касимов. Препринт ОИЯИ Р2-3251, 1967.*
2. *N.Cabibbo, L.Horwitz, Y.Neeman, Phys.Rev., 22, 336 (1966).*
3. *A.Ahmadzadeh, Phys. Rev., Lett., 16, 952 (1966).*
4. *A.Ahmadzadeh and C.H.Chan, Phys. Lett., 22, 692 (1966).*
5. *A.Ahmadzadeh, Phys. Lett., 22, 669 (1966).*

6. Д.В.Волков. Физика высоких энергий и теория элементарных частиц. Международная школа по теоретической физике. Наукова думка, Киев 1967.
7. M.Gell-Mann, Phys. Rev. Letters., 8, 263 (1962). V.N.Gribov and I.Ya. Pomeranchuk, Phys. Rev. Lett., 8, 343 (1962).
8. R.Arnold, Phys. Rev. Lett., 14, 657 (1965).
9. W.Galbraith et al., Rev., 138, B913 (1965).
10. В.Г.Кадышевский, Р.М.Мурадян, Я.А.Смородинский. Препринт ОИЯИ Р-2061, Дубна, 1966.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 июня 1968 года.