ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 3896

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Нгуен Тхи Хонг

ПОВЕДЕНИЕ ДИФРАКЦИОННОГО ПИКА ДЛЯ ЧАСТИЦ С ПРОИЗВОЛЬНЫМИ СПИНАМИ

1968

P2 - 3896

Нгуен Тхи Хонг

ПОВЕДЕНИЕ ДИФРАКЦИОННОГО ПИКА ДЛЯ ЧАСТИЦ С ПРОИЗВОЛЬНЫМИ СПИНАМИ

Направлено в „Nuclear Physics"

1. Введение

Экспериментальные исследования показывают, что для упругих и бинарных неупругих процессов существует дифракционный пик вперед, дифференциальные сечения этих процессов падают с ростом угла рассеяния (или передачи импульса). Одной из характеристик этого пика является его средняя ширина. Существуют разные определения средней ширины дифракционного пика. Следуя Логунову и др. /1,2/, мы называем средней шириной дифракционного пика бинарного процесса

$$a + b \to c + d \tag{1}$$

величину

$$\Delta^{1} = \frac{\sigma^{1}}{\left.\frac{d\sigma^{1}}{dt}\right|_{t=t_0}} = \frac{\sigma^{1}}{\left.\frac{d\sigma^{1}}{d\cos\theta}\right|_{\theta=0}} , \tag{1}$$

где k и k' – трехмерные импульсы начальных и конечных частиц в с.ц.м., значение передачи импульса при $\theta = 0$ σ^{1} – полное сечение данного процесса

$$\sigma^{1} = \int\limits_{-1}^{+1} \frac{d\sigma^{1}}{d\cos\theta}\, d\cos\theta .$$

При $s \to \infty$ мы имеем

$$\Delta^{I} = \frac{\sigma^{I}}{\left.\frac{d\sigma^{I}}{dt}\right|_{t=0}} = \frac{s\sigma^{I}}{\left.2\frac{d\sigma^{I}}{d\cos\theta}\right|_{\theta=0}} . \qquad (2)$$

По аналогии с формулой (2) мы называем средней шириной дифракционного пика неупругого процесса

$$a + b \to c + d_1 + \ldots\ldots + d_n \qquad (II)$$

величину

$$\Delta^{II} = \frac{s\sigma^{II}}{\left.2\frac{d\sigma^{II}}{d\cos\theta}\right|_{\theta=0}}, \qquad (3)$$

где $\frac{d\sigma^{II}}{d\cos\theta}$ – сечение рождения частицы "c" под данным углом θ, проинтегрированное по всем остальным переменным, а σ^{II} – полное сечение данного процесса.

Логунов и др. /1–3/ рассмотрели случай бесспиновых частиц и показали, что в силу аналитичности свойств амплитуд упругого рассеяния

$$a + b \to a + b \qquad (1')$$

и условия унитарности ширины Δ^{J} для всех процессов (I), (II) и (1') не могут убывать быстрее $\frac{1}{\ln^2 s}$ при $s \to \infty$

$$\Delta^{J} \geq \frac{\text{const}}{\ln^2 s} \quad s \to \infty . \tag{4}$$

Для сечений на ненулевом угле было получено также некоторое неравенство.

В настоящей работе мы изучаем процессы типа (I), (II) и (1') с участием частиц с произвольными спинами и покажем, что результаты Логунова и др.[1-3] справедливы и в этом случае.

2. *Бинарные процессы*

Рассмотрим сначала процессы упругого рассеяния (I′). Обозначим через p_i, λ_i, $i = a, b$ импульсы и спиральности начальных частиц, а p_i', λ_i' – те же величины для конечных частиц. Инвариантные спиральные амплитуды могут быть разложены на парциальные волны следующим образом:

$$T_{\lambda_i, \lambda_i'}(p_i, p_i') = 8\pi \frac{\sqrt{s}}{|p_a|} \sum_J (2J+1) f^J_{\lambda_i, \lambda_i'} d^J_{\lambda, \lambda'}(\cos\theta), \tag{5}$$

$$\lambda' = \lambda_a' - \lambda_b', \quad \lambda = \lambda_a - \lambda_b .$$

Напомним, что $d^J_{\lambda,\lambda'}$ выражаются через полиномы Якоби

$$d^J_{\lambda,\lambda'}(\cos\theta) = \frac{1}{2^\lambda}\left[\frac{(J+\lambda)!(J-\lambda)!}{(J+\lambda')!(J-\lambda')!}\right]^{1/2} (1+\cos\theta)^{\frac{\lambda+\lambda'}{2}} (1-\cos\theta)^{\frac{\lambda-\lambda'}{2}} P_{J-\lambda}^{(\lambda-\lambda', \lambda+\lambda')}(\cos\theta) \tag{6}$$

при $\lambda \geq |\lambda'|$

$$d^J_{-\lambda,-\lambda'}(\cos\theta) = d^J_{\lambda',\lambda}(\cos\theta) = (-1)^{\lambda-\lambda'}\, d^J_{\lambda,\lambda'}(\cos\theta)\,. \qquad (7)$$

Из-за наличия сингулярных множителей $(1+\cos\theta)^{\frac{|\lambda+\lambda'|}{2}}\,(1-\cos\theta)^{\frac{|\lambda-\lambda'|}{2}}$ в функциях $d^J_{\lambda,\lambda'}$ амплитуды $T_{\lambda_1,\lambda_1'}(p_1,p_1')$ не могут быть аналитичными по $Z=\cos\theta$ в области, содержащей сегмент $[-1,1]$. Однако, если мы выделим эти множители, то получим аналитические по Z функции. Действительно, положим:

$$T'_{\lambda_1,\lambda_1'}(p_1,p_1') = (1+\cos\theta)^{-\frac{|\lambda+\lambda'|}{2}}\,(1-\cos\theta)^{-\frac{|\lambda-\lambda'|}{2}}\, T_{\lambda_1,\lambda_1'}(p_1,p_1')\,.$$

Эти новые функции, свободные от кинематических сингулярных множителей, аналитичны по Z в эллипсе Мартэна[4] с фокусами в точках $Z=\pm 1$ и большой полуосью $Z = 1+\frac{\gamma}{s}$; γ – положительная константа. Они представляются в виде рядов по полиномам

$$C^J_{\lambda,\lambda'}(\cos\theta) = (1+\cos\theta)^{-\frac{|\lambda+\lambda'|}{2}}\,(1-\cos\theta)^{-\frac{|\lambda-\lambda'|}{2}}\, d^J_{\lambda,\lambda'}(\cos\theta)$$

следующим образом:

$$T'_{\lambda_1,\lambda_1'}(p_1,p_1') = 8\pi\frac{\sqrt{s}}{|p_\alpha|}\sum_J (2J+1)\, f^J_{\lambda_1,\lambda_1'}(s)\, C^J_{\lambda,\lambda'}(\cos\theta)\,. \qquad (8)$$

Поскольку $T'_{\lambda_1,\lambda_1'}(p_1,p_1')$ аналитичны в эллипсе Мартэна, мы можем применить формулу Коши по границе этого эллипса. Пользуемся формулой

$$\frac{1}{Z'-Z} = (Z'-1)^{|\lambda-\lambda'|}(Z'+1)^{|\lambda+\lambda'|}\sum_J (2J+1)\, C^J_{\lambda\mu}(Z)\, e^J_{\lambda\mu}(Z'), \tag{9}$$

где функции $e^J_{\lambda\mu}(Z')$ пропорциональны функции Якоби второго рода $Q^{(\alpha,\beta)}_n$ (см.[5], формула (9.2.1). Например,

$$e^J_{\lambda,\lambda'}(Z) = \frac{1}{2^\lambda}\left[\frac{(J+\lambda)!\,(J-\lambda)!}{(J+\lambda')!\,(J-\lambda')}\right]^{1/2} Q^{(\lambda-\lambda',\lambda+\lambda')}_{J-\lambda}(Z) \tag{10}$$

при $\lambda \geq |\lambda'|$. Повторяя все рассуждения Гринберга и Лоу[6] (см. также работу Фруассарта[7]), можно показать, что парциальные амплитуды $f^J_{\lambda_1,\lambda'_1}(s)$ экспоненциально убывают при $J \to \infty$:

$$|f^J_{\lambda_1,\lambda'_1}(s)| \leq R(s)\left[1+\sqrt{\frac{2\gamma}{s}}\right]^{-J}, \tag{11}$$

где $R(s)$ – полином от s, не зависящий от J. Обозначим через J_0 значение J, для которого правая часть соотношения (11) равна 1. Сумму в соотношении (8) разбиваем на две: от 0 до $\nu J_0 - 1$ и от νJ_0 до ∞, где ν – такое положительное число, что νJ – целое число. Можно подобрать конечно число ν так, чтобы вторая сумма (от νJ_0 до ∞) убывала достаточно быстро при $s \to \infty$ и главный вклад давала только первая сумма

$$\frac{1}{8\pi}\frac{|p_\pi|}{\sqrt{s}}\, T'_{\lambda_1,\lambda'_1}(p_1, p'_1) \approx \sum_{J=0}^{\nu J_0 - 1} (2J+1) f^J_{\lambda_1,\lambda'_1}(s)\, C^J_{\lambda,\lambda'}(\cos\theta). \tag{12}$$

Пользуясь теперь неравенством Шварца и оценками

$$P_n^{(\alpha,\beta)}(1) = \binom{n+\alpha}{n}, \tag{13}$$

$$|P_n^{(\alpha,\beta)}(\cos\theta)| \approx \frac{1}{\sqrt{\pi n}} \, \frac{1}{(\sin\frac{\theta}{2})^{\alpha+\frac{1}{2}}} \, \frac{1}{(\cos\frac{\theta}{2})^{\beta+\frac{1}{2}}}, \quad \theta \neq 0, \pi \tag{14}$$

(см.[5], формулы (4.11) и (8.21.10)), можно показать, что дифференциальное сечение процесса (I′) при $s \to \infty$ удовлеворяет неравенствам

$$\frac{1}{\sigma^{I'}} \frac{d\sigma^{I'}}{dt}\Big|_{t=0} \leq \mathrm{const} \; \ln^2 s, \tag{15}$$

$$\frac{1}{\sigma^{I'}} \frac{d\sigma^{I'}}{dt}\Big|_{t\neq 0} \leq \frac{\mathrm{const}}{|t|^{1/2}} \ln s, \tag{16}$$

$$\frac{1}{\sigma^{I'}} \frac{d\sigma^{I'}}{d\cos\theta}\Big|_{\theta\neq 0,\pi} \leq \frac{\mathrm{comst}}{\sin\theta} \sqrt{s} \, \ln s. \tag{17}$$

Рассмотрим теперь неупругий бинарный процесс (1). Его инвариантные спиральные амплитуды представим в виде:

$$M_{\lambda_1\mu_J}(p_1,q_J) = 8\pi\sqrt{\frac{s}{|p_a||q_c|}} \sum_J (2J+1)\, g^J_{\lambda_1,\mu_J}(s)\, d^J_{\lambda,\mu}(\cos\theta), \tag{18}$$

где q_j, μ_j, $j = c, d$ – импульсы и спиральности конечных частиц $\mu = \mu_c - \mu_d$. Из условия унитарности следует, что

$$\mathrm{Im}\, f^J_{\lambda_1,\lambda_1} = \sum_{\lambda_1'} | f^J_{\lambda_1,\lambda_1'} |^2 + \sum_{\mu_j} | g^J_{\lambda_1,\mu_j} |^2 + \ldots.. \tag{19}$$

Поэтому мы имеем:

$$| g^J_{\lambda_1,\mu_j} | \leq \sqrt{| f^J_{\lambda_1,\lambda_1} |} \leq R(s)^{1/2} \left[1 + \sqrt{\frac{\gamma}{2s}} \right]^{-J} . \tag{20}$$

Иначе говоря, из условия унитарности и аналитичности амплитуды упругого рассеяния также следует, что $g^J_{\lambda_1,\mu_j}$ экспоненциально убывают с ростом J.

Поэтому сумму в соотношении (18) можно заменить на сумму от 0 до $\nu' J_0$, как и в случае упругого рассеяния. Повторяя все предыдущие рассуждения, мы установим для сечения процесса (I) соотношения (15), (16) и (17):

$$\frac{1}{\sigma^1} \frac{d\sigma^1}{dt} \Big|_{t=0} \leq \mathrm{const}\ \ln^2 s, \tag{21}$$

$$\frac{1}{\sigma^1} \frac{d\sigma^1}{dt} \Big|_{t\neq 0} \leq \mathrm{const}\ \frac{\ln s}{|t|^{1/2}}, \tag{22}$$

$$\frac{1}{\sigma^1} \frac{d\sigma^1}{d\cos\theta} \Big|_{\theta\neq 0,\pi} \leq \mathrm{const}\ \frac{\sqrt{s}\ \ln s}{\sin\theta} . \tag{23}$$

3. *Процессы множественного рождения*

Обозначим через q_c, q_j, μ_c, μ_j, $j = 1,2, \ldots n$ импульсы и спиральности конечных частиц в процессе (II). Для того, чтобы разложить инвариантные спиральные амплитуды $M_{\lambda_1, \mu_c \mu_j}(p_1, q_c q_j)$ на парциальные волны, нужно сначала подставить вместо импульсов q_j другие переменные. Обозначим через ℓ, m и W полный момент (спин), проекцию полного момента на направление импульса (спиральность) и эффективную массу системы n конечных частиц $D_n = d_1 + \ldots + d_n$ и через $\vec{q}$ импульс $\vec{q}_c$ в с.ц.м. Эту систему разделим на две подсистемы : частицу d_1 и подсистему $D_{n-1} = d_2 + \ldots + d_n$ с полным моментом ℓ_1, проекцией момента на направление импульса m_1 и эффективную массу W_1.

Импульс частицы d_1 в с.ц.м. системы D_n обозначим через $\vec{k}_1$. Снова разбиваем D_{n-1} на две подсистемы и вводим соответствующие переменные; $\ell_2, m_2, W_2, \vec{k}_2$ и т.д. Вместо $D^J_{\lambda,\lambda'}(\phi, \theta, -\phi)$, где θ, Φ – угловые сферические координаты вектора $\vec{k}$, мы напишем $D^J_{\lambda,\lambda'}(\vec{k})$. Имеем тогда (см. работы Жакоба и Вика [8] и Широкова [9]):

$$M_{\lambda_1, \mu_c \mu_j}(p_1, q_c q_j) = \sum_{J \ell m \ell_1 m_1 \ldots \ell_{n-2} m_{n-2}} (2J+1)\, g^J_{\lambda_1, \mu_c \mu_j}(s, \ell m W, \ell_1 m_1 W_1, \ldots) \tag{24}$$

$$d^J_{\lambda, \mu_c - m}(\cos\theta)\, D^{\ell}_{m, \mu_n - m_1}(\vec{k}_1)\, D^{\ell_1}_{m_1, \mu_{n-1} - m_2}(\vec{k}_2) \ldots\ldots\ldots$$

$$M_{\lambda_1, \mu_c \mu_j}(p_1, q_c q_j) = \sum_J (2J+1) \sum_m a^{J,m}_{\lambda_1, \mu_c \mu_j}(s, \ldots)\, d^J_{\lambda, \mu_c - m}(\cos\theta), \tag{25}$$

где точки обозначают все остальные переменные.

В силу свойств симметрии функций $d^J_{\lambda\lambda'}$ можно ограничиться рассмотрением случая, когда $\lambda \geq 0$. Положим

$$m_1 = \mu_c - \lambda , \qquad m_2 = \mu_c + \lambda$$

и рассмотрим функции $d^J_{\lambda,\mu_c - m}$ в трех различных случаях:

1) $m_1 < m < m_2$: функции $d^J_{\lambda,\mu_c - m}$ содержат сингулярные множители

$$(1+\cos\theta)^{\frac{m_2 - m}{2}} \qquad (1-\cos\theta)^{\frac{m - m_1}{2}} .$$

2) $m \geq m_2$: функции $d^J_{\lambda,\mu_c - m}$ содержат сингулярные множители

$$(1+\cos\theta)^{\frac{m - m_2}{2}} \cdot \quad (1-\cos\theta)^{\frac{m - m_2}{2} + \lambda} .$$

Если $m = m_2 + 2n$, n - целое положительное число, то сингулярные множители сводятся к $(1-\cos\theta)^{\lambda}$. Если же $m = m_2 + 2n + 1$, то сингулярные множители сводятся к $(1-\cos\theta)^{1/2+\lambda} \cdot (1+\cos\theta)^{1/2}$.

3) $m \leq m_1$: функции $d^J_{\lambda,\mu_c - m}$ содержат сингулярные множители

$$(1+\cos\theta)^{\frac{m_1 - m}{2} + \lambda} \quad (1-\cos\theta)^{\frac{m_1 - m}{2}} .$$

Если $m = m_1 - 2n$, то они сводятся к $(1+\cos\theta)^{\lambda}$, а если $m = m_1 - 2n - 1$, то они сводятся к $(1+\cos\theta)^{1/2+\lambda}(1-\cos\theta)^{1/2}$.

В соответствии с разными сингулярностями функции $d^J_{\lambda,\mu_c - m}$ мы разбиваем сумму по m в соотношении (25) на пять сумм:

$$\sum_m = \sum_{m_1 < m < m_2} + \sum_{m = m_2 + 2n} + \sum_{m = m_2 + 2n + 1} + \sum_{m = m_1 - 2n} + \sum_{m = m_1 - 2n - 1}$$

Соответственно амплитуда $M_{\lambda_1,\mu_c\mu_j}$ представляется в виде:

$$M_{\lambda_1,\mu_c\mu_j} = \sum_{k=1}^{5} M^{(k)}_{\lambda_1,\mu_c\mu_j} ,$$

где

$$M^{(1)}_{\lambda_1,\mu_c\mu_j} = \sum_J (2J+1) \sum_{m_1<m<m_2} a^{J,m}_{\lambda_1,\mu_c\mu_j}(s,\ldots)\, d^J_{\lambda,\mu_c-m}(\cos\theta),$$

$$M^{(2)}_{\lambda_1,\mu_c\mu_j} = \sum_J (2J+1) \sum_{m=m_2+2n} a^{J,m}_{\lambda_1,\mu_c\mu_j}(s,\ldots)\, d^J_{\lambda,\mu_c-m}(\cos\theta)$$

и т.д.

Отметим, что все члены в $M^{(2)}$ содержат такой же сингулярный множитель, что и функции $d^J_{\lambda,-\lambda}(\cos\theta)$. Поэтому $M^{(2)}$ может быть разложена в ряд по этим функциям:

$$M^{(2)}_{\lambda_1,\mu_c\mu_j} = \sum_J (2J+1)\, a^{J,-\lambda}_{\lambda_1,\mu_c\mu_j}(s,\ldots)\, d^J_{\lambda,-\lambda}(\cos\theta).$$

Аналогично

$$M^{(3)}_{\lambda_1,\mu_c\mu_j} = \sum_J (2J+1)\, a^{J,-\lambda-1}_{\lambda_1,\mu_c\mu_j}(s,\ldots)\, d^J_{\lambda,-\lambda-1}(\cos\theta),$$

$$M^{(4)}_{\lambda_1,\mu_c\mu_j} = \sum_J (2J+1)\, a^{J,\lambda}_{\lambda_1,\mu_c\mu_j}(s,\ldots)\, d^J_{\lambda,\lambda}(\cos\theta),$$

$$M^{(5)}_{\lambda_1,\mu_c\mu_j} = \sum_J (2J+1)\, a^{J,\lambda+1}_{\lambda_1,\mu_c\mu_j}(s,\ldots)\, d^J_{\lambda,\lambda+1}(\cos\theta).$$

Таким образом, амплитуды $M_{\lambda_1,\mu_c\mu_j}$ могут быть представлены в виде:

$$M_{\lambda_1,\mu_c\mu_j}=\sum_J(2J+1)\sum_{\mu=-\lambda-1}^{\lambda+1}a^{J,\mu}_{\lambda_1,\mu_c\mu_j}(s,\ldots.)\,d^J_{\lambda,\mu}(\cos\theta), \qquad (26)$$

где $a^{J,\mu}_{\lambda_1,\mu_c\mu_j} = a^{J,m}_{\lambda_1,\mu_c\mu_j}$ при $m_1 < m < m_2$.

Это разложение является обобщением разложения по полиномам P_ℓ, использованного Логуновым и др.[1–3] для бесспиновых частиц.

Сечение процесса (II) с рождением частицы "c" под данным углом θ равно:

$$\frac{d\sigma^{II}}{d\cos\theta}=\frac{2\pi}{Ep}\,\frac{1}{(2s_a+1)(2s_b+1)}\sum_{\lambda_1\mu_c\mu_j}\int|M_{\lambda_1,\mu_c\mu_j}(p_1,q_c,q_j)|^2\,d\tau, \qquad (27)$$

где $d\tau$ – элемент объема для интегрирования по всем переменным, кроме телесного угла вектора $\vec q$. а s_a и s_b – спины частиц a и b.
С другой стороны, вклад процесса (II) в мнимую часть амплитуды упругого рассеяния (1') равен:

$$\mathrm{Im}\,T_{\lambda_1,\lambda_1}(p_1,p_1')=\frac{1}{2}\sum_{\mu_c\mu_j}\int M_{\lambda_1,\mu_c\mu_j}(p_1',q_cq_j)^*\,M_{\lambda_1,\mu_c\mu_j}(p_1,q_cq_j)\,d\Omega_{\vec q}\,d\tau. \qquad (28)$$

Для амплитуды $M_{\lambda_1,\mu_c\mu_j}$ мы имеем выражения (24), (25) и (26). Можно показать, что интегралы произведений $a^{J,m}_{\lambda_1,\mu_c\mu_j}\cdot a^{J'm'*}_{\lambda_1,\mu_c\mu_j}$ по $d\tau$ равны нулю при $m\neq m'$ Отсюда следует, что интегралы про–

изведений $a^{J,\mu}_{\lambda_1,\mu_c\mu_J}\, a^{J',\mu'*}_{\lambda_1,\mu_c\mu_J}$ по $d\tau$ также равны нулю при $\mu\neq\mu'$.

В результате получим:

$$\frac{d\sigma^{II}}{d\cos\theta}=\frac{2\pi}{Ep}\,\frac{1}{(2s_a+1)(2s_b+1)}\sum_{J\,J'}(2J+1)(2J'+1)\sum_{\lambda_1\mu_c\mu_J\mu} d^{J'}_{\lambda\mu}(\cos\theta)\,d^{J'}_{\lambda\mu}(\cos\theta)\cdot \tag{29}$$

$$\cdot\int a^{J,\mu}_{\lambda_1,\mu_c\mu_J}(s,\dots)\,a^{J'\mu}_{\mu_1,\mu_c\mu_J}(s,\dots.)^*\,d\tau\ ,$$

$$2\,\mathrm{Im}\,T_{\lambda_1,\lambda_1}(p_1,p_1')=\sum_J(2J+1)\,d^J_{\lambda,\lambda}(\cos\theta)\sum_{\mu_1\mu_J\mu}\int|a^{J,\mu}_{\lambda_1,\mu_c\mu_J}(s,\dots)|^2\,d\tau\,. \tag{30}$$

Пользуясь неравенством Шварца, мы можем получить для сечения соотношение

$$\frac{d\sigma^{II}}{ds\cos\theta}\leq\frac{2\pi}{Ep}\Big[\sum_J(2J+1)\sqrt{\eta^J_{\lambda^0_1}}\;|d^J_{\lambda^0\mu^0}(\cos\theta)|\Big]^2, \tag{31}$$

$$|d^J_{\lambda^0\mu^0}(\cos\theta)|=\max_{\lambda_1,\mu}|d^J_{\lambda\mu}(\cos\theta)|, \tag{32}$$

$$\eta^J_{\lambda^0_1}=\max_{\lambda_1}\sum_{\mu_c\mu_J\mu}\int|a^{J\mu}_{\lambda_1\mu_c\mu_J}(s,\dots..)|^2\,d\sigma\,. \tag{33}$$

Из соотношения (30) и условия унитарности следует неравенство

$$\sqrt{\frac{1}{16\pi}\,\frac{p}{E}\,\eta^{J}_{\lambda^0_1}} \leq \sqrt{|f^{J}_{\lambda^0_1,\lambda^0_1}(s)|} \leq R^{1/2}\left[1+\sqrt{\frac{\gamma}{2s}}\right]^{-J}, \tag{34}$$

аналогичное неравенству (20) для бинарных неупругих процессов. Иначе говоря, $\eta^{J}_{\lambda^0_1}$ также убывают экспоненциально при $J \to \infty$, и в формуле (31) вместо суммы по J от 0 до ∞ можно написать сумму от 0 до $\nu' J_0$. Применяя к последней сумме неравенство Шварца, мы получим соотношения

$$\frac{1}{\sigma^{II}}\,\frac{d\sigma^{II}}{d\cos\theta}\Big|_{\theta=0} \leq \text{const}\ s\ \ln^2 s\ , \tag{35}$$

$$\frac{1}{\sigma^{II}}\,\frac{d\sigma^{II}}{d\cos\theta}\Big|_{\theta\neq 0,\pi} \leq \text{const}\ \frac{\sqrt{s}\ \ln s}{\sin\theta}\ . \tag{36}$$

В заключение я благодарю Нгуена Ван Хьеу за постановку задачи, а также Я.А.Смородинского и А.Н.Тавхелидзе за интерес к работе.

Литература

1. *А.А.Логунов и Нгуен Ван Хьеу. Лекции Международной школы по физике высоких энергий, Чехословакия, 1967 год.*
2. *А.А.Логунов и Нгуен Ван Хьеу. Доклад на Международной конференции по столкновению адронов при высоких энергиях, Женева, 1968. Препринт ОИЯИ, Е2-3655, Дубна, 1968.*

3. A.A.Logunov, N.A.Mestvirishvili and Nguyen van Heiu. Phys.Lett., 25B, 661 (1967).

4. A.Martin. Nuovo Cim., 42A, 930 (1966); 44A, 1219 (1966).

5. T.Cere Ортогональные многочлены, ГИФМЛ, 1962.

6. O.W.Greenberg and F.Low. Phys.Rev., 124, 2047 (1961).

7. M.Froissart. Phys. Rev., 123, 1053 (1961).

8. M.Jacob and G.C.Wick. Ann. Phys., 7, 404 (1959).

9. М.И.Широков. ЖЭТФ, 40, 1387 (1961).

Рукопись поступила в издательский отдел
28 мая 1968 года.