ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 3879

В.С.Барашенков, Г.М.Зиновьев

УНИТАРНО-СИММЕТРИЧНАЯ ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВЕННОГО ОБРАЗОВАНИЯ ЧАСТИЦ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1968

Барашенков В.С., Зиновьев Г.М. P2-3879

Унитарно-симметричная теория множественного образования частиц

Предложена статистическая модель, в которой частицы рассматриваются как члены SU_3 -мультиплетов, а переходы возможны лишь между состояниями, соответствующими одинаковым неприводимым представлениям группы SU_3 . Подробно рассмотрены процессы $p-\bar{p}$ и $\bar{p}-n$ аннигиляции в покое и неупругие $\pi^{\pm}p$ взаимодействия в области энергий $T > 1$ GeV .

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1968.

Barashenkov V.S., Zinovjev G.M. P2-3879

Unitary-Symmetry Theory of Multiple Particle Production

A statistic model has been suggested in which the particles are considered as terms of SU_3-multiplets and the transitions are possible only between the states which correspond to the same irreducible representations of the SU_3 group. The $p-\bar{p}$ and $\bar{p}-n$ annihilations at rest and inelastic $\pi^{\pm}p$ interactions in the energy range $T > 1$ GeV are considered in detail.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1968

P2 - 3879

В.С.Барашенков, Г.М.Зиновьев

УНИТАРНО-СИММЕТРИЧНАЯ ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВЕННОГО ОБРАЗОВАНИЯ ЧАСТИЦ

1. Введение

Накопленная к настоящему времени экспериментальная информация дает достаточно полную картину неупругих взаимодействий элементарных частиц при высоких энергиях. Можно думать, что эта картина останется, по-видимому, неизменной вплоть до области энергий порядка нескольких сотен Гэв /1,2/.

Одной из наиболее характерных особенностей неупругих взаимодействий в высокоэнергетической области является множественное образование новых частиц. Уже при энергиях $T \approx 10$ Гэв [x)] в одном акте неупругого $\pi - N$ или $N - N$ взаимодействия в среднем рождаются три новые частицы, при дальнейшем увеличении энергии T число частиц в конечном состоянии возрастает приблизительно как $T^{1/4}$ и при $T \approx 1000$Гэв составляет уже 15-20. В отдельных каналах реакции частиц может рождаться в несколько раз больше.

С этой точки зрения можно достаточно уверенно утверждать, что любая будущая теория неупругих взаимодействий по необходимости должна иметь статистическую природу.

После того как было открыто явление множественной генерации частиц при высоких энергиях, теоретиками предложено большое число различных статистических моделей неупругих взаимодействий элементарных частиц. Если не считать первоначальных моделей, основывавшихся на очень простых и, с современной точки зрения, весьма примитивных предположениях о свойствах лагранжианов сильных взаимодействий, то все теории

---

x) *Здесь и везде далее T-кинетическая энергия налетающей частицы в л.с.к.*

множественного рождения частиц в значительной степени имеют феноменологический характер и содержат определенное число произвольных параметров, подбираемых из сравнения с экспериментов.

Существенно иметь в виду, что каждая конкретная модель в зависимости от того, какие черты рассматриваемого явления выбраны в ней как основные, имеет свою специфическую область применимости. Поэтому сравнение моделей и, особенно, выбор "лучшей" из них следует производить с большой осторожностью. Например, когда в конце 40-х годов выяснилось, что статистическая модель множественного рождения частиц Ферми не объясняет ряда важных деталей процесса неупругих взаимодействий, которые легко и естественно объясняются в модели периферических взаимодействий, некоторые физики стали вообще игнорировать модель Ферми, тогда как в действительности эта модель и модель периферических взаимодействий имеют различные области применимости и существенно дополняют друг друга.

С точки зрения анализа все возрастающего числа экспериментальных данных о неупругих взаимодействиях частиц, полезно иметь простую, пусть даже весьма грубую, модель, которая была бы способна дать достаточно надежные оценки и ответы на вопросы, постоянно возникающие в ходе подготовки экспериментов и при их обработке. В этом отношении весьма удобна статистическая модель множественного рождения частиц Ферми, поскольку она позволяет просто рассчитывать такие важнейшие характеристики неупругих взаимодействий, как распределение по множественности рождающихся частиц, средние импульсные спектры этих частиц и их средние угловые распределения в лабораторной системе координат. Модель Ферми достаточно универсальна и описывает взаимодействия частиц самых различных сортов: столкновения нуклонов, $\pi - N$ и $K - N$ взаимодействия, аннигиляционные процессы и т.д. В то же время с теоретической точки зрения эта модель является и достаточно общей, поскольку положенное в ее основу статистическое приближение можно сформулировать на языке S-матричной теории рассеяния.

Однако состояние статистической модели долгое время оставалось весьма неясным. Работами многих авторов (см. обзоры /4-7/) было показано, что учет всего лишь одного резонанса N^* ($I = 3/2$, $J = 3/2$, M= 1236 Мэв) в качестве промежуточного состояния и одного нового параметра ("эффективной постоянной связи" K-мезонов $\lambda \approx 0{,}1$) позволяет получить согласие со средними характеристиками неупругих $\pi-N$ и $N-N$ взаимодействий во всей области ускорительных энергий $T>1$ Гэв. В настоящее время помимо N^* известно много других резонансов, в том числе целый ряд достаточно долгоживущих пионных резонансов с меньшими массами. Естественно, статистически более последовательно было бы учесть и эти резонансы в качестве промежуточных состояний, тем более, что учет их оказывается совершенно необходимым для согласования с опытом статистических расчетов $N-\bar{N}$ аннигиляции, но подобное рассмотрение в случае $\pi-N$ и $N-N$ взаимодействий приводит к существенному завышению средней множественности рождающихся частиц.

Как показали подробные расчеты на электронных машинах, в рамках известной статистической модели устранить эти противоречия невозможно. Кроме того необходимость учета огромного числа энергетически возможных резонансных каналов, по которым может протекать неупругий процесс при высоких энергиях, представляет большие вычислительные трудности. Трудности эти еще более возрастут, если в такой статистической модели учесть возможность рождения странных частиц.

Эти противоречия и затруднения статистической теории множественного рождения частиц можно в значительной степени устранить, если модель обобщить с учетом идеи унитарной симметрии сильных взаимодействий. В последующих разделах будет подробно рассмотрена унитарно-симметричная статистическая теория множественного образования частиц; будут сформулированы приближения, использованные в этой модели, описана техника вычислений и кратко изложены результаты расчетов различных характеристик неупругих взаимодействий.

2. Унитарно-симметричная статистическая теория множественного рождения частиц

Как известно /8-10/, полный набор операторов, необходимый для однозначного определения состояний данного, неприводимого представления группы SU(3), состоит из

Inp 323, 367

$$G^3, F^2, I, I_3, Y,$$

причем собственные значения операторов Казимира G^3 и F^2 являются "внешними" квантовыми числами состояний, указывающими, к представлению какой размерности эти состояния принадлежат. Для этих же целей часто применяются числа p и q (числа верхних и нижних индексов у тензоров, соответственно). Собственные значения же операторов полного изотопического спина I, его третьей проекции I_3 и гиперзаряда Y являются "внутренними" квантовыми числами, различающими состояния внутри данного представления. Поэтому, если рассматривать частицы, принадлежащие некоторым супермультиплетам группы SU(3), то их можно задать ket -векторами вида

$$|p,q, I, I_3 Y> \equiv |N; I, I_3, Y>, \tag{1}$$

поскольку существует соответствие между числами (p, q) и размерностью представления N. Поскольку состояния, соответствующие прямому произведению представлений $D(p_1, q_1) \times D(p_2, q_2)$, преобразуются, вообще говоря, по некоторому приводимому представлению группы SU(3), то эти состояния можно свести к суперпозиции состояний, преобразующихся по неприводимым представлениям определенной размерности. Ясно, что состояния, соответствующие прямому произведению двух представлений, можно задать собственными значениями десяти линейно независимых коммутирующих операторов

$$G_1^3, G_2^3, F_1^2, F_2^2, I_1, I_2, I_{3_1}, I_{3_2}, Y_1, Y_2, \tag{2}$$

где нижние индексы 1 и 2 различают операторы полного набора двух различных представлений. Однако, если ввести оператор суммарного унитарного спина, то выбор операторов может быть таким:

$$G^3, F^2, F_1^2, F_2^2, G_1^3, G_2, I, I_3, Y. \tag{3}$$

Очевидно, правда, что этот набор является неполным, так как по сравнению с набором (2) в нем не хватает одного оператора. Это положение соответствует тому, что представление, характеризуемое одинаковыми числами p и q, может содержаться в прямом произведении двух представлений более чем один раз. Поэтому в набор операторов (3) включают еще десятый оператор Г, различающий между представлениями одинаковой размерности. Следует заметить, что этот оператор Г не содержится внутри группы преобразований SU(3).

Все это позволяет теперь записать вектор состояния двух частиц в следующем виде:

$$|p,q;p_1,q_1,p_2,q_2;I,I_3,Y,\gamma>, \qquad (4)$$

где γ -собственное значение оператора Г. Учитывая теперь, что, согласно SU(3) -симметрии, все частицы, принадлежащие к одному и тому же супермультиплету, имеют одинаковую массу, одинаковое барионное число, одинаковый спин J и одинаковую пространственную четность, можно сформулировать статистическое приближение к задаче о множественном рождении частиц с точки зрения S -матричной теории рассеяния.

Одним из основных предположений при анализе статистической модели с помощью S -матричной теории рассеяния является предположение о статистической независимости вторичных частиц, которое состоит, как известно, в том, что в выражении для квадрата S -матрицы нет никаких интерференционных членов. И даже более того, каждый матричный элемент S -матрицы, приводящий к образованию n частиц в конечном состоянии, факторизуется на ряд сомножителей, среди которых выделяются факторы, учитывающие различные законы сохранения. Учет же различных законов сохранения сводится в задаче рассеяния к требованиям инвариантности амплитуд процессов относительно различных групп преобразований - группы Лоренца, группы SU(3), всевозможных калибровочных преобразований и т.п. Так, например, последовательный учет изотопической симметрии элементарных частиц и вышеупомянутого предположения о статистической независимости приводит к тому, что вероятность неупругого взаимодействия с образованием n частиц будет равна сумме вероятностей ряда каналов, вклад которых определяется не только фазовым объемом, но и "изотопическим весом" $P_n(I)$.

Учитывая унитарную симметрию частиц и сохраняя основное предположение теории Ферми об установлении статистического равновесия в лоренцовски сжатой области сильного взаимодействия, можно получить выражение для вероятности перехода из начального состояния, отвечающего представлению (p,q) группы $SU(3)$, в конечное состояние, содержащее n частиц, в следующем виде /11-13/:

$$W_n(E_0;p,q) = V_n(E_0)\frac{S_n}{G_n}U_n(p,q;n_{10},n_8,n_1)\mathfrak{M}_n(E_0), \tag{5}$$

где E_0 -полная энергия в системе центра масс сталкивающихся частиц. Пространственный фактор $V_n(E_0)$ имеет вид такой же, как и в прежней модели /3,4,6/

$$V_n(E_0) = (\Lambda V_0)^{n-1}, V_0 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{m_\pi}\right)^3, \Lambda = \frac{2\mu_1 E_0}{E_0^2+\mu_1^2-\mu_2^2}, \tag{6}$$

$$\mu_1 \geq \mu_2 .$$

Здесь m_π - масса π -мезона, а μ_1 и μ_2 - массы сталкивающихся частиц. Фактор $\mathfrak{M}_n(E_0)$ представляет собой плотность уровней в конечном состоянии и дается прежним выражением

$$\mathfrak{M}_n(E_0) = \int\ldots\int\delta\left(\sum_{i=1}^{n}\vec{\ell}_i\right)\delta\left(E-\sum_{i=1}\sqrt{\vec{\ell}_i^{\,2}+M_i}\right)\prod_{i=1}^{n}d\vec{\ell}_i, \tag{7}$$

но с учетом того, что "частицами" теперь будут супермультиплеты группы $SU(3)$, а M_i будут массами этих вторичных "частиц" и $\vec{\ell}_i$ - их импульсами. Сразу же следует отметить, что поскольку при вычислении энергетического веса $\mathfrak{M}_n(E_0)$ в качестве масс "частиц" M_i берутся средние массы супермультиплетов, то, естественно, модель будет лучше всего применима в той области, где полная энергия, которая затрачивается на образование новых частиц, значительно превосходит экспериментальные разности масс частиц в супермультиплетах. Очевидно, что почти для всех супермультиплетов это условие практически достаточно хорошо выполняется уже при энергиях, больших нескольких Гэв, т.к. за исключением октета псевдоскалярных мезонов максимальные разности масс частиц со средними массами супермультиплетов невелики.

Фактор спина S_n имеет полностью прежний вид, т.к. все частицы, входящие в супермультиплет, имеют одинаковый спин J, поэтому

$$S_n = \prod_{i=1}^{n} (2J_i + 1). \tag{8}$$

Фактор же тождественности G_n, имея прежний вид

$$G_n = n_\alpha!\, n_\beta! \ldots \tag{9}$$

несколько изменил содержание. Имеется в виду, что сейчас считаются тождественными супермультиплеты, обладающие одинаковым спином, пространственной четностью и барионным числом. В расчетах /11,13/, проводившихся на основе этой модели, учитывались октет барионов с положительной четностью, декаплет барионных резонансов с положительной четностью, октет псевдоскалярных мезонов с отрицательной четностью и октет векторных мезонов с отрицательной четностью. Учет только лишь этих супермультиплетов связан с тем, что они считаются хорошо установленными, т.е. для них хорошо выполняются известные массовые соотношения Гелл-Манна. Большая масса других барионных и мезонных резонансов, известных в настоящее время, в случае их удачной классификации по представлениям $SU(3)$ /14/ также вполне может быть учтена в рассматриваемой модели.

Формально основное выражение для вероятностей образования n частиц в конечном состоянии (7) отличается от соответствующего выражения в прежней статистической модели /4,6/ только заменой "изотопического веса" на "унитарный вес" $U(p,q; n_{10}, n_8, n_1)$, где n_{10}, n_8 и n_1 - число декаплетных, октетных и синглетных "частиц", соответственно, причем ясно, что $n = n_{10} + n_8 + n_1$. "Унитарным весом" $U_n(p,q)$ мы называем число различных возможностей получить определенное неприводимое представление (p,q) посредством прямого произведения n супермультиплетов конечного состояния

$$\underbrace{(3,0)\otimes\ldots\otimes(3,0)}_{n_{10}}\otimes\underbrace{(1,1)\otimes\ldots\otimes(1,1)}_{n_8}\otimes\underbrace{(0,0)\otimes\ldots\otimes(0,0)}_{n_1}\cdot \qquad (10)$$

Очевидно, что определение "унитарного веса" $U_n(p,q)$ из ряда Клебша-Гордана вида (10) связано всего лишь с тем обстоятельством, что до сих пор все известные частицы и резонансы классифицировались только по представлениям (3,0), (1,1) и (0,0). Естественно, что в случае рассмотрения 27-плета фактор $U_n(p,q)$ будет определяться из произведения, содержащего n_{27} сомножителей (2,2) и т.п.

В статистической модели множественного рождения частиц, учитывавшей только изотопическую симметрию, фактор "изотопического веса" для каждого конкретного канала реакции не зависел от I_3 , а зависел только от I . Зависимость унитарного веса только от внешних квантовых чисел p и q для каждого конкретного канала реакции имеет место и в новой модели. Кроме того, "унитарный вес" зависит и от того, какие супермультиплеты и в каком количестве имеются в конечном состоянии. Зависимость "унитарного веса" от числа синглетов можно не указывать, т.к. ясно, что добавление любого их количества значения "унитарного веса" не изменит.

Поскольку для всех практически интересных случаев начальное состояние представляется двумя октетами, то реакция может идти только через те представления, которые содержатся в прямом произведении двух октетов. Зная полный изотопический спин и гиперзаряд начального состояния, необходимо выяснить, через какие каналы идет реакция, затем провести расчет вероятности процесса для каждого канала (представления) в отдельности и найти полную вероятность реакции суммированием вероятностей всех допустимых каналов (p,q) . Тогда

$$\mathscr{P}_n(E_0)=\sum_{(p,q)} k^2_{(p,q)}(I,I_3,Y)\,W_n(E_0;p,q)\,, \qquad (11)$$

где коэффициенты $k^2_{(p,q)}(I,I\ \ ,Y)$ определяют относительный вес заданного состояния (I,I_3,Y) в канале, соответствующем представлению

(p,q) .В табл.1 приведены значения коэффициентов $k^2_{(p,q)}(I,I_3,Y)$ для наиболее интересных случаев взаимодействия частиц.

Все предыдущее рассмотрение множественной генерации частиц проводилось в рамках статистической модели, учитывающей точную SU(3) – симметрию, но уже существование в отдельных случаях значительных разностей масс у частиц, входящих в один и те же супермультиплеты, указывает на то, что унитарная симметрия в действительности нарушена. Естественно думать, что реальная динамика процесса значительно сложнее той, которая следует из чисто статистических соображений и групповых свойств сильных взаимодействий. В частности, из уже выполненных ранее статистических расчетов /6,7/ известно, что "эффективные постоянные связи" π – и K –мезонов сильно различаются. Другими словами, в (7) необходимо попытаться учесть расщепление "эффективных постоянных связей" различных сортов рождающихся частиц. В феноменологической статистической теории множественного рождения частиц эти постоянные аппроксимируют неизвестную нам часть в матричных элементах и могут, вообще говоря, зависеть от сорта частиц. Однако для нас сейчас существенным является то, что эта часть в матричных элементах слабо зависит от энергии, что и позволяет нам заменить ее константой.

V

Известно, что в прежних расчетах на основе статистической модели для каналов с участием K –мезонов вводился дополнительный "режущий" фактор (параметр) $\lambda \approx 0,1$, с помощью которого удавалось в некотором смысле согласовать расчетные данные вероятности образования странных частиц с экспериментальными данными. В статистической модели, учитывающей точную SU(3) –симметрию, также оказывается, что расчетное сечение рождения странных частиц превышает то, которое наблюдается на эксперименте. Поскольку в силу сохранения странности рождение гиперонов сопровождается рождением K–мезонов, или же K –мезоны всегда появляются парами $K\bar{K}$, мы учтем расщепление "эффективной постоянной связи" лишь для K –мезонов. Для этого, как и в прежних расчетах, введем в выражение (16) обрезающий множитель λ^{n_k}, где n_k –число рождающихся в реакции K –мезонов, а величина постоянной λ подбирается из сравнения с экспериментом. Подобное вве–

дение множителя λ^{n_k} для реакций с участием странных частиц можно рассматривать как некое нарушение унитарной симметрии, сводящееся к учету различия во взаимодействиях π - и K -мезонов. Не исключено, что используемая в модели константа λ может дать некоторую информацию о константе среднесильного взаимодействия, нарушающего $SU(3)$-симметрию, поскольку оценки этой константы, полученные из массовых формул /15/ $\lambda \approx 0{,}04$, очень близки к значениям λ, используемым в нашей модели для случая $\pi - N$ взаимодействий $\lambda \approx 0{,}06$ и для $N - \bar{N}$ аннигиляции $\lambda \approx 0{,}034$.

При изучении неупругих взаимодействий в рамках изложенной здесь статистической модели было рассмотрено влияние еще одного эффекта, связанного с нарушением симметрии - эффекта $\phi - \omega$ смешивания /9,16/. В рассматриваемой модели учет этого эффекта мог бы оказать влияние на такую важную характеристику неупругого процесса, как полное сечение рождения странных частиц. Это ясно из того, что ϕ -мезон распадается преобладающим образом на пару $K\bar{K}$, а ω -мезон распадается в основном на π -мезоны. Очевидно, что учет частицы в статистической модели в качестве синглета или же $(I=Y=0)$-компоненты октета существенно не равнозначны. Однако проводившийся в расчетах для $\pi - N$ взаимодействий учет $\phi - \omega$ смешивания с углом $\theta = 39^{\circ}40'$ оказал весьма слабое влияние на интересующие нас характеристики неупругих взаимодействий.

3. "Унитарный вес" и способы его вычисления

Как уже отмечалось выше, наше основное выражение (7) для вероятности образования n частиц в конечном состоянии формально отличается от соответствующего выражения в прежней статистической теории лишь заменой "изотопического веса" на "унитарный вес" $U_n(p,q)$. Поэтому мы сейчас более подробно выясним смысл этого фактора и укажем различные способы его нахождения.

Рассмотрим на примере двухчастичного упругого рассеяния, какие ограничения налагает требование $SU(3)$ -инвариантности на вид амплитуд реакции. Продолжить это рассмотрение в самом общем виде на случай неупругих взаимодействий с рождением n частиц не представляет затем никаких трудностей. Предположим, что в реакции

$$a + b \to c + d$$

частицы a, b, c и d принадлежат неприводимым представлениям группы $SU(3)$. Тогда требование $SU(3)$ -инвариантности приводит к тому, что амплитуды реакции должны быть унитарными инвариантами или иначе: оператор столкновения S (матрица рассеяния) должен коммутировать с унитарным спином. Зная, как начальное и конечное двухчастичное состояния разложить по состояниям неприводимых представлений, получаем

$$<cd|S|ab> = \sum_{m,n,\gamma} \sum_{m',n',\gamma'} <n,m,\gamma,n_a,n_b|\, n_a, m_a, n_b, m_b> \times \tag{12}$$

$$\times <n',m',\gamma',n_c,n_d|\, n_c, m_c, n_d, m_d><n',m',\gamma,n_c,n_d|S|n,m,\gamma,n_a,n_b>,$$

где n обозначает совокупность внешних квантовых чисел p и q, m обозначает совокупность внутренних квантовых чисел J, I_3, Y. Известно, что инвариантность S относительно подгруппы $SU(3)$ вида $SU_I(2) \times U_Y(1)$ (которая является, по-видимому, действительной группой симметрии сильных взаимодействий) требует, чтобы в нуль не обращались только те элементы (12), у которых $m = m'$. Покажем теперь, что требование $SU(3)$ -инвариантности приводит еще и к равенству $n = n'$. Из требования $SU(3)$ -инвариантности следует, что операторы Казимира G^3 и F^2 также должны коммутировать с S -матрицей, т.е.

$$[F^2, S] = [G^3, S] = 0. \tag{13}$$

Взяв матричный элемент от этих коммутаторов между состояниями теми же, что и в (12), получаем два соотношения:

дение множителя λ^{n_k} для реакций с участием странных частиц можно рассматривать как некое нарушение унитарной симметрии, сводящееся к учету различия во взаимодействиях π - и K -мезонов. Не исключено, что используемая в модели константа λ может дать некоторую информацию о константе среднесильного взаимодействия, нарушающего SU(3)-симметрию, поскольку оценки этой константы, полученные из массовых формул /15/ $\lambda \approx 0{,}04$, очень близки к значениям λ, используемым в нашей модели для случая $\pi - N$ взаимодействий $\lambda \approx 0{,}06$ и для $N - \bar{N}$ аннигиляции $\lambda \approx 0{,}034$.

При изучении неупругих взаимодействий в рамках изложенной здесь статистической модели было рассмотрено влияние еще одного эффекта, связанного с нарушением симметрии - эффекта $\phi - \omega$ смешивания /9,16/. В рассматриваемой модели учет этого эффекта мог бы оказать влияние на такую важную характеристику неупругого процесса, как полное сечение рождения странных частиц. Это ясно из того, что ϕ-мезон распадается преобладающим образом на пару $K\bar{K}$, а ω-мезон распадается в основном на π-мезоны. Очевидно, что учет частицы в статистической модели в качестве синглета или же ($I=Y=0$)-компоненты октета существенно не равнозначны. Однако проводившийся в расчетах для $\pi - N$ взаимодействий учет $\phi - \omega$ смешивания с углом $\theta = 39^\circ 40'$ оказал весьма слабое влияние на интересующие нас характеристики неупругих взаимодействий.

3. "Унитарный вес" и способы его вычисления

Как уже отмечалось выше, наше основное выражение (7) для вероятности образования n частиц в конечном состоянии формально отличается от соответствующего выражения в прежней статистической теории лишь заменой "изотопического веса" на "унитарный вес" $U_n(p,q)$. Поэтому мы сейчас более подробно выясним смысл этого фактора и укажем различные способы его нахождения.

Рассмотрим на примере двухчастичного упругого рассеяния, какие ограничения налагает требование SU(3) -инвариантности на вид ампли-

$$[F^2(p',q',)-F^2(p,q)]\langle n',m',\gamma',n_c,n_d|S|n,m,\gamma,n_a,n_b\rangle=0$$

$$[G^3(p',q')-G^3(p,q)]\langle n',m',\gamma',n_c,n_d|S|n,m,\gamma,n_a,n_b\rangle=0. \tag{14}$$

Из этих соотношений видно, что матричные элементы S -матрицы не равны нулю только в том случае, когда $F^2(p,q)=F^2(p',q')$ и $G^3(p,q)=G^3(p',q')$, а это, как известно, возможно только, если $p=p'$ и $q=q'$.

Таким образом, мы получили, что требование $SU(3)$ -инвариантности для амплитуд реакции приводит к тому, что возможными становятся лишь те переходы между начальными и конечными состояниями, которые соответствуют одинаковым неприводимым представлениям (p,q), т.е. (12) перепишется в таком виде:

$$\langle cd|S|ab\rangle=\sum_{n,m,\gamma}\langle n,m,\gamma,n_a,n_b|n_a,m_b,n_b,m_a\rangle\times$$

$$\times\langle n,m,\gamma',n_c,n_d|n_c,m_c,n_d,m_d\rangle\langle n,m,\gamma',n_c,n_d|S|n,m,\gamma,n_a,n_b\rangle. \tag{15}$$

Если теперь предположить, что частицы a, b, c и d являются компонентами октетов, то все предыдущие результаты приводят к тому, что всего возможны 8 амплитуд

$$(0,0)\to(0,0)\quad (1,1)_1\to(1,1)_1\quad (1,1)_1\to(1,1)_2\quad (1,1)_2\to(1,1)_1$$

$$(1,1)_2\to(1,1)_2\quad (3,0)\to(3,0)\quad (0,3)\to(0,3)\quad (2,2)\to(2,2), \tag{16}$$

так как известно /33/, что ряд Клебша-Гордана для прямого произведения двух октетов имеет вид

$$(1,1)\otimes(1,1)=(0,0)+(1,1)_1+(1,1)_2+(3,0)+(0,3)+(2,2). \tag{17}$$

Кинга?

Ясно, что из этих восьми амплитуд независимыми будут только семь для рассматриваемой упругой реакции, т.к. вследствие инвариантности относительно обращения времени будут равны между собой амплитуды $(1,1)_1$–$(1,1)_2$ и $(1,1)_2$ – $(1,1)_1$.

Ограничением на число амплитуд могло бы также служить возможное существование так называемой R-инвариантности сильных взаимодействий /17/. R-отражение определяют обычно как операцию инверсии весовых диаграмм. Ясно, что эту не содержащуюся в группе $SU(3)$ операцию можно использовать для того, чтобы различать представления $(1,1)_1$ и $(1,1)_2$, т.к. для самосопряженных представлений $(2,2)$, $(1,1)_1$, $(1,1)_2$ и $(0,0)$ состояния в центре весовой диаграммы являются собственной функцией R, причем с собственным значением, равным единице для представлений $(2,2)$, $(1,1)_1$ и $(0,0)$ и равным (-1) – для представления $(1,1)_2$. Поэтому существование R-инвариантности запрещало бы переходы между октетами с разными индексами. Однако в настоящее время не существует подтверждений R-инвариантности сильных взаимодействий /18/.

Если теперь попытаемся обобщить (15) на случай трех частиц в конечном состоянии, то ясно, что все амплитуды типа (16) будут обладать некоторой различной кратностью, причем, если эта третья частица также будет компонентной октета, то кратность амплитуд будет представлять собой кратность, с которой соответствующее представление встречается в ряду Клебша-Гордана для произведения трех октетов. Если же эта третья частица будет принадлежать декаплету, то кратность будет равна кратности соответствующих представлений в ряду Клебша-Гордана для $(1,1) \times (1,1) \times (3,0)$. При увеличении числа частиц в конечном состоянии нахождение кратности соответствующего канала сводится просто к вычислению кратности соответствующего представления (p,q) в ряду Клебша-Гордана для произведения числа представлений, равного числу частиц, рассматриваемых в конечном состоянии. И "унитарный вес" $U_n(p,q)$ определяется как кратность, с которой соответствующее представление (p,q) встречается в ряду Клебша-Гордана для прямого произведения соответствующих представлений.

Поскольку в настоящее время для классификации частиц используются только представления (0,0), (1,1) и (3,0) группы $SU(3)$, то ясно, что возможные каналы реакции ограничены только представлениями, на которые разлагаются произведения $(1,1)\otimes(1,1)$ и $(1,1)\otimes(3,0)$. К тому же рассмотрение процессов с участием частиц из декаплета практического интереса не представляет, поэтому используется только набор каналов (16).

Из (15) следует, что если зафиксировать начальное состояние, т.е. если задать начальные частицы векторами $|1,1;I,I_3,Y\rangle$ и $|1,1;I',I_3',Y\rangle$, то в качестве возможных каналов реакции придется рассматривать не все каналы (16), а только те из них, в которых содержится состояние $|I'',I_3'',Y\rangle$, у которого

$$I_3'' = I_3' + J_3 \quad ; \qquad Y'' = Y' + Y$$

и для изотопического спина I'' этого состояния выполняется неравенство треугольника

$$|I - I'| < I'' < I + I' .$$

Так, например, в случае $\pi^+ - p$ взаимодействия состояние $I=3/2, I\ =3/2, Y=1$ содержится только в представлениях (3,0) и (2,2) ряда Клебша-Гордана $(1,1)\otimes(1,1)$. Зная это, можно теперь быстро вычислить "унитарный вес" $U_n(p,q\,;\,n_{10},\,n_8)$ для случая, скажем, трех частиц в конечном состоянии, принадлежащих к октетам. Соответствующий ряд Клебша-Гордана будет

$$(1,1)\otimes(1,1)\otimes(1,1) = 2(0,0) + 8(1,1) + 4(3,0) + 4(0,3) + 6(2,2) + 2(4,1) + 2(1,4) + (3,3),$$

а кратности, с которыми входят в этот ряд представления (3,0) и (2,2), и будут искомыми унитарными весами, т.е. $U_n(3,0;\,n_{10}=0\,;\ n_8=3) = 4$, а $U_3(2,2;\,n_{10}=0;\,n_8=3) = 6$.

Выяснив смысл фактора "унитарного веса", мы обнаружили, что для его вычисления необходимо уметь находить ряд Клебша-Гордана типа (10). Эту задачу можно решать, например, используя хорошо известную технику весовых диаграмм представления и схему Шпайзера /19/. Заметим, что этот метод можно применить для всех неприводимых представлений группы $SU(3)$, а не только для представлений используемой группы "восьмеричного пути".

Однако, как уже отмечалось, поскольку практически интерес представляет нахождение только ряда Клебша-Гордана вида (10), то важным является нахождение простого способа редукции только для произведений $(p,q)\otimes(1,1)$ и $(p,q)\otimes(3,0)$. Использование техники весовых диаграмм и схемы Шпайзера позволяет получить довольно простое правило для редукции прямого произведения $(p,q)\otimes(1,1)$. Это правило, строго доказанное в (10), показывает, что в редукции прямого произведения $(p,q)\otimes(1,1)$ содержатся следующие неприводимые представления:

$(p+2,q-1)$	однократно, если только $q\neq 0$;
$(p+1,q-2)$	однократно, если только $q\neq 0$ или $q\neq 1$;
$(p+1,q+1)$	однократно;
$(p-1,q-1)$	однократно, если только $p\neq 0$ и $q\neq 0$;
$(p-1,q+2)$	однократно, если только $p\neq 0$;
$(p-2,q+1)$	однократно, если только $p\neq 0$ или $p\neq 1$;
(p,q)	двукратно, если только $p\neq 0$ и $q\neq 0$;
	однократно, если только $p=0$, $q\neq 0$ или $p\neq 0, q=0$;
	не содержится совсем, если $p=q=0$.

Использование этого простого правила позволило нам вычислить "унитарные веса" $U_n(p,q)$ для произведения десяти октетов. Результаты этих вычислений приведены в таблице II, из которой видно, что значения $U_n(0,0)$, начиная с $n=3$, равны значениям $U_n(1,1)$ для предыдущего значения n. Эта закономерность является следствием того, что представление (0,0) можно получить из прямого произведения $(p,q)\otimes(1,1)$ только в том случае, если (p,q) также является октетом. Равенство "унитарных весов" для представлений (3,0) и (0,3) можно легко понять, если обратить внимание на ту симметрию в правиле (18), с которой различные представления входят в редукцию $(p,q)\otimes(1,1)$.

Аналогичное правило может быть установлено /21/ и для редукции $(p,q)\otimes(3,0)$. Здесь будут содержаться следующие неприводимые представления:

$$
\begin{array}{lll}
(p+3,q) & \text{однократно;} & \\
(p+2,q-1) & \text{однократно, если } q\neq 0; & \\
(p+1,q-2) & \text{однократно, если } q\neq 0 \text{ или } q\neq 1; & \\
(p,q-3) & \text{однократно, если } q\neq 0 \text{ или } q\neq 1 \text{ или } q\neq 2; & \\
(p+1,q+1) & \text{однократно, если } p\neq 0; & (19)\\
(p,q) & \text{однократно, если } p\neq 0 \text{ и } q\neq 0; & \\
(p-1,q-1) & \text{однократно, если } p\neq 0 \text{ или } q\neq 0,1; & \\
(p-1,q+2) & \text{однократно, если } p\neq 0,1; & \\
(p-2,q+1) & \text{однократно, если } p\neq 0,1 \text{ или } q\neq 0; & \\
(p-3,q+3) & \text{однократно, если } p\neq 0,1,2. &
\end{array}
$$

Это правило позволяет получить "унитарные веса" для многочастичных реакций с декаплетами. В табл. III приведены "унитарные веса" произведений с участием одного и двух декаплетов. Характерной чертой таблицы III является то, что для реакций с одним декаплетом "унитарный вес" для канала (1,1) совпадает с "унитарным весом" для каналов (3,0) и (0,3) в таблице II для всех значений n . Это является следствием того, что представления (3,0) и (0,3) в редукции $(p,q)\otimes(1,1)$ встречаются при умножении тех же представлений, при умножении которых на (3,0) в редукции $(p,q)\otimes(3,0)$ встречается представление (1,1).

Совершенно очевидно, что приведенные в таблицах II и III значения "унитарных весов" могут быть использованы при изучении всех практически интересных процессов неупругих взаимодействий частиц в рамках статистической модели. Выделение определенных частиц в начальном состоянии приводит просто к тому, что мы, учитывая сохранение барионного числа, должны выбрать нужные значения "унитарных весов" из соответствующей таблицы (естественно, в пределах тех значений n, n_{10}, для которых эти таблицы составлены).

4. Распределение вторичных частиц по заряду и гиперзаряду в унитарно-симметричной статистической теории

Как известно, при перемножении двух представлений размерностей N_1 и N_2 в N_1N_2 -мерном пространстве произведения можно выбрать в качестве базиса или произведения векторов состояния типа (1), или же векторы типа (4) различных неприводимых представлений, содержашихся в прямом произведении рассматриваемых представлений группы $SU(3)$. Эти два набора ортонормированных базисных векторов связаны унитарным преобразованием. Условие полноты системы состояний (4) будет иметь вид

$$\sum_{n,m,\gamma} |n,m;n',n'',\gamma\rangle\langle n,m,n',n'',\gamma| = 1. \tag{20}$$

Умножая обе стороны этого равенства на векторы состояния типа (10), получаем выражение

$$|n',m'\rangle|n'',m''\rangle = \sum_{n,m,\gamma} |n,m,n',n'',\gamma\rangle\langle n,m,n',n'',\gamma|n',m',n'',m''\rangle. \tag{21}$$

Это соотношение и определяет переход от одного набора базисных векторов к другому, а коэффициенты перехода

$$\langle n,m;n',n'',\gamma|n',m',n'',m''\rangle \tag{22}$$

будут коэффициентами Клебша-Гордана группы $SU(3)$. Если произвольные фазы внутри изотопических мультиплетов между изотопическими мультиплетами фиксировать, согласно условиям /10/, то коэффициенты представляют собою вещественные матрицы, и тогда разложение, обратное (21), будет содержать те же коэффициенты Клебша-Гордана, что и (21).

Учитывая все это и преобразуя исходное выражение для матричного элемента, можно получить тогда для вероятности процесса множественного образования

$$W_n \approx |<n_1, m_1, \ldots, n_n, m_n, \alpha_f | M | n, m, n', n'', \gamma, \alpha_i>|^2 =$$

(23)

$$= |\sum_{\beta} < n_1, m_1, \ldots, n_n, m_n | n, m, n', n'', \gamma, \beta><n, m, n', n'', \gamma, \alpha_f, \alpha | M | n, m, n', n'', \gamma, \alpha_i>|^2,$$

где α – все квантовые числа, требующиеся для описания частиц в обычном пространстве. Отсюда, согласно статистической гипотезе, получается, что

$$W_n \approx F(\alpha_f) \sum_{\beta} |<n_1, m_1, \ldots, n_n, m_n | n, m, n', n'', \gamma, \beta>|^2, \tag{24}$$

где уже выражение под знаком суммы не зависит, естественно, от конфигурации в p –пространстве и представляет собой квадрат коэффициента Клебша-Гордана. Из (24) тогда следует, что вероятность образования в каком-либо канале частиц с определенными значениями странности изотопического спина и заряда, например,

$$\pi^+ p \to \begin{array}{l} \pi^+ \pi^0 \pi^0 p \\ \pi^+ \pi^+ \pi^0 n \\ \pi^+ \pi^+ K^0 \Lambda^0 \\ \pi^+ \pi^+ K^+ \Sigma^- \\ \ldots\ldots \end{array}$$

получится умножением статистического веса данного канала $\mathfrak{C}_n(E_0)$ на квадраты соответствующих коэффициентов Клебша-Гордана группы SU(3) . Известно, что коэффициенты факторизуются на коэффициенты Клебша-Гордана группы SU(2) и на изоскалярные факторы, т.е. в наших обозначениях получим:

$$<n, m, \gamma;\ n_1, n_2 | n_1, m_2; n_2, m_2> = C(I, I', I'', I_3, I'_3, I''_3)\, U(n, m, n', m', n'', m'', \gamma), \tag{25}$$

где $C(I,I',I'',I_3,I'_3,I''_3)$ – коэффициенты Клебша-Гордана изоспиновой группы $SU(2)$, а $U(n,m,n',m',n'',m'',\gamma)$ – изоскалярные факторы, не зависящие от третьих компонент изоспинов. Поэтому, если не интересоваться зарядовыми распределениями частиц, то следует использовать лишь изоскалярные части коэффициентов Клебша-Гордана.

Очевидно, что успешное применение унитарно-симметричной статистической теории множественного рождения частиц к анализу существующих экспериментальных данных по неупругим взаимодействиям при высоких энергиях в значительной степени связано с успешным решением задачи вычисления коэффициентов Клебша-Гордана для произведения большого числа представлений и даже не коэффициентов, а только их изоскалярных частей. Решение этой задачи в смысле получения простых замкнутых формул для случая прямого произведения большого числа произвольных представлений $SU(3)$ очень сложно, но в ряде частных случаев таких, например, как умножение на октет или декаплет, построены /20,21/ простые алгебраические таблицы изоскалярных факторов, пользуясь которыми, удается получить квадраты изоскалярных факторов, которые и приведены в таблицах IV в Приложении.

При вычислении изоскалярных факторов, следуя таблице /20,21/, приходится пользоваться их двумя широко известными свойствами /10/:

$$U(p,q;1,1;p',q';I,Y,I'',Y'',I',Y') = \chi(-1)^{I+I''-I'}\, U(1,1;p,q;p',q',I'',Y'',I,Y,I',Y'), \tag{26}$$

где $\chi = \pm 1$ в соответствии с выбором фаз, причем χ не зависит от внутренних квантовых чисел представления, а определяется только числами (p,q), (p',q'), $(1,1)$

$$U(n',1,1,n,I',I'',I,Y'',-Y,-Y') = (-1)^{1/2(p'+2q'+2p+q)+I''+1/2\,Y''} \times \tag{27}$$

$$\times \left[\frac{N(p,q)(2I'+1)}{N(p',q')(2I+1)}\right]^{1/2} U(n;1,1;n';I,I',I'',Y,Y',Y''),$$

где I'', Y'' -изотопический спин и гиперзаряд, соответственно, из представления (1.1), а $N(p,q)$ и $N(q'q')$- размерности представлений (p,q) и (p', q').

Для вычисленных вероятностей отдельных каналов $R_n^{(p,q)}(I,Y)$ неупругой реакции с образованием n -частиц в конечном состоянии (I,Y), естественно, выполняется равенство, подобное тому, которое имеет место в модели, учитывавшей только изотопическую симметрию, если же вероятности не нормированы на единицу

$$\sum_{(I,Y)} R_n^{(p,q)}(I,Y) = U_n(p,q), \tag{28}$$

где сумма берется по всем каналам с различными частицами, допустимыми в данном представлении (p,q) фиксированными значениями I и Y начального состояния, а $U_n(p,q)$ "унитарный вес" данной реакции в представлении (p,q).

Пользуясь таблицей IV, необходимо помнить, что при переходе от рассмотрения состояний $SU(3)$ -представлений к частицам следует при нахождении вероятностей отдельных каналов в случае частиц разных сортов учесть, естественно, все возможные перестановки этих частиц между состояниями (I, I_3, Y) данного канала. Представлять нужно только частицы, принадлежащие одинаковым представлениям.

5. Неупругие $\pi-N$ взаимодействия при высоких энергиях и $N-\bar{N}$ аннигиляция в покое в унитарно-симметричной статистической теории множественного рождения частиц

К II части

В этом разделе будут кратко изложены основные результаты расчетов различных характеристик неупругих $\pi^{\pm}-p$ взаимодействий в области энергий до T = 10 Гэв и нуклон-антинуклонной аннигиляции в покое в рамках новой модели /11-13/.

Вычисленные значения средней множественности n рождающихся частиц близки к экспериментальным значениям как для π^+-p, так и для π^--p взаимодействий и очень слабо изменяются при варьировании постоянной λ. Практически расчет средней множественности можно было бы вести при $\lambda = 1$. При вычислении $\bar{n}$ и средней множественности заряженных частиц $\bar{n}^{\pm}$ выделялись каналы, содержащие η - и ω -мезоны, т.к. они распадаются в основном на большее число частиц, чем другие резонансы, принадлежащие к тем же, что и η - и ω -мезоны, супермультиплетам. Для определения вероятностей распадов резонансов использовались их экспериментальные значения /22/. Заслуживает быть отмеченным тот факт, что согласие эксперимента и теории является намного лучшим для $\bar{n}^{\pm}$, чем для средней множественности $\bar{n}$, расчетные значения которой приблизительно на 10-20% выше экспериментальных. Однако последние не являются экспериментальными величинами в подлинном смысле этого слова, т.к. все они получены из измеренных значений $\bar{n}^{\pm}$ с помощью некоторых оценочных предположений о соотношении заряженных и нейтральных частиц /1/. Естественно, согласие экспериментальных и теоретических значений $\bar{n}^{\pm}$ является более убедительным.

С экспериментом хорошо согласуется также вероятность образования звезд с различным числом лучей, вычисленная для случая неупругого $\pi^{-}-p$ взаимодействия. Для согласия теоретических расчетов вероятности образования странных частиц в неупругих $\pi^{\pm}-p$ взаимодействиях с экспериментом значение параметра λ выбрано равным 0,06.

Изучение поведения отдельных каналов неупругих $\pi^{\pm}-p$ взаимодействий показывает, что результаты расчетов для многочастичных каналов хорошо согласуются с экспериментом, разногласие с экспериментом имеет место лишь для каналов с небольшим числом частиц и в области малых энергий.

Нуклон-антинуклонная аннигиляция в покое или при низкой кинетической энергии является очень подходящим процессом для проверки степени законности основных предположений статистической модели. Это следует прежде всего из того, что в процессе аннигиляции выделяется количество энергии, достаточное для образования большого числа мезонов, а, с другой стороны, процесс аннигиляции в этом случае идет со 100%-ной неупругостью, т.к. рождаются только бозоны. Наиболее удивительными результатами экспериментального изучения нуклон-антинуклонной аннигиляции в покое были всегда высокая множественность вторичных пионов и сравнительно низкая вероятность образования K -мезонов.

Эти наиболее важные характеристики аннигиляции в покое, рассчитанные в рамках унитарно-симметричной статистической теории множественного рождения частиц, удается согласовать с экспериментом, взяв значение λ = 0,034. С экспериментом неплохо согласуются также результаты расчетов вероятностей многочастичных каналов, как для $p-\bar{p}$ аннигиляции, так и для $n-\bar{p}$ аннигиляции. Для каналов с малым числом вторичных частиц, как и в случае $\pi-N$ взаимодействий, согласия с эксперименом не наблюдается.

Приведем для сравнения результаты $\bar{p}-p$ аннигиляции, полученные в описанной модели, и результаты, полученные в модели кварков[23,24], широко обсуждающейся в литературе.

Заключение

В заключение отметим, что сравнение результатов расчетов различных характеристик неупругих взаимодействий, проведенных в рамках унитарно-симметричной статистической модели множественного рождения частиц с экспериментом, позволяет сделать вывод, что эта модель, существенно упростившая статистические расчеты и давшая способ последовательного учета странных частиц в статистических моделях, является эффективным методом расчета реакции с большим числом частиц. Подчеркнем, однако, что речь при этом может идти лишь о средних величинах, так как статистический подход на большее претендовать не может.

Применение унитарно-симметричной статистической модели, оказавшееся столь полезным при анализе неупругих взаимодействий в области энергий до 10 Гэв, встретит, по-видимому, при энергиях > 100 Гэв те же трудности, что и первоначальный вариант модели Ферми, т.е. необходимость учета большого числа каналов, новых супермультиплетов, которые несомненно появятся, и т.п. Поэтому соответствующим духу того рассмотрения, которое было проведено, явился бы учет возможного существования более высоких симметрий элементарных частиц, что снова позволило бы, по-видимому, существенно упростить расчеты и дало возможность последовательно учесть сохранение некоторых квантовых чисел. В этом смысле весьма привлекательна схема SU(6) -симметрии элементарных частиц. Однако простое обобщение статистической модели с учетом SU(6) -симметрии наталкивается на ряд серьезных трудностей и связано с использованием ряда совершенно неоправданных предположений.

Литература

1. V.S.Barashenkov, V.M.Maltsev, J.Patera, V.D.Toneev. Fort.d Phys., 14, 357 (1966).
2. V.S.Barashenkov, V.M.Maltsev. Fort. d Phys., 15, 435 (1967).
3. E.Fermi. Progr. of Theor. Phys., 15, 570 (1950).
4. С.З.Беленький, В.М.Максименко, А.И.Никишов, И.Л.Розенталь. УФН, 62, 1 (1967).
5. R.Hagedorn and E.C.G.Sudarshan. Reports in the Proc. of the Intern. Confer. on Theor.Aspects of Very High REnergy Phenomena, CERN 1961.
6. M.Kretzchmar. Ann.Rev. of Nucl.Science, 11, 1 (1961).
7. V.S.Barashenkov. Fort. d Phys., 9, 29 (1961).
8. В.Г.Кадышевский, Р.М.Мурадян. Препринт ОИЯИ Р-2124, Дубна, 1965.
9. Нгуен Ван Хьеу. Лекции по теории унитарной симметрии элементарных частиц. Атомиздат, Москва, 1967.
10. T. de Swart. Rev. Mod. Phys., 35, 916 (1964).
11. В.С.Барашенков, Г.М.Зиновьев, В.М.Мальцев. Препринт ОИЯИ Р-2-2956, Дубна, 1966.
12. В.С.Барашенков, Г.М.Зиновьев, В.М.Мальцев. Изв. АН СССР сер.физ. XXXI , 1502 (1967).
13. В.С.Барашенков, Г.М.Зиновьев, В.М.Мальцев,Ядерная физика. 6, 412 412 (1967).

14. Л.Енковски, В.И.Кухтин, Нгуен Ван Хьеу. Ядерная физика, 5,891 (1967).

15. R.Dalitz. Lecture delivered at Les Houches During the 1965 Sess Session of the Summer School of Theoretical Physics,"High Energy Physics ", Gordon and Breach Science Publishers.

16. J.J.DSakurai. Phys.Rev., 132, 434 (1963).

17. P.Fruend, H.Ruegg, D.Speiser, N.Morales. Nuovo Cim, 25,307(1962).

18. В.И.Огиевецкий, И.В.Полубаринов, Лекции в Зимней школе в Дубне, 3 том, Дубна, 1964.

19. D.Speiser. Helvetica Physica Acta, 38, 73 (1965).

20. J.G. Kuriyan, D.Lurie, A.J. Macfarlane. Journ of Math. Phys., 67, 22 (1966).

21. L.M.Mukunda, N.Pandit. Journ of Mathem. Phys., 6,1547 (1965).

22. A.H.Rosenfeld, A.Barbaro-Galtieri, W.Podolsky et al. Rev. Mod. Phys., 39, 1 (1967).

23. Z.R.Rubinstein, H.Stern. Phys. Lett., 21, 447 (1966).

24. J.Harte, R.H.Socolow, J.Vandermeulen. Nuovo Cim., 49, 555 (1967).

Рукопись поступила в издательский отдел
17 мая 1968 года.

Т а б л и ц а I

Значения коэффициентов $k^2_{(p,q)}(J,J_3,Y)$ для $\pi N, NN$ взаимодействий и аннигиляции антинуклонов

Представление (p,q)		(0,0)	(I,I)$_I$	(I,I)$_2$	(3,0)	(0,3)	(2,2)
$\pi^+ p$	$k^2_{(p,q)}(J=3/2;\ J_3=3/2;\ Y=1)$	-	-	-	I/2	-	I/2
$\pi^- p$	$k^2_{(p,q)}(J=3/2;\ J_3=-1/2;\ Y=1)$	-	-	-	I/2	-	I/2
	$k^2_{(p,q)}(J=1/2;\ J_3=-1/2;\ Y=1)$	-	9/20	I/4	-	I/4	I/20
pp	$k^2_{(p,q)}(J=1;\ J_3=1;\ Y=2)$	-	-	-	-	-	I
np	$k^2_{(p,q)}(J=1;\ J_3=0;\ Y=2)$	-	-	-	-	-	I
	$k^2_{(p,q)}(J=0;\ J_3=0;\ Y=2)$	-	-	-	-,	I	-
$n\bar{p}$	$k^2_{(p,q)}(J=1;\ J_3=-1;\ Y=0)$	-	3/I0	I/6	I/6	I/6	I/5
$p\bar{p}$	$k^2_{(p,q)}(J=1;\ J_3=0;\ Y=0)$	-	3/I0	I/6	I/6	I/6	I/5
	$k^2_{(p,q)}(J=0;\ J_3=0;\ Y=0)$	I/4	I/I0	I/2	-	-	3/20

Т а б л и ц а П

Значения "унитарного веса" $U_n(p, q)$ для произведений октетов

n_8 \ (p,q)	$U_n(0,0)$	$U_n(1,1)$	$U_n(3,0)$	$U_n(0,3)$	$U_n(2,2)$
2	I	2	I	I	I
3	2	8	4	4	6
4	8	32	20	20	33
5	32	I45	I00	I00	I80
6	I45	702	525	525	999
7	702	3598	2856	2856	5570
8	3598	I9I80	I5834	I5834	32284
9	I9I80	I059I0	90390	90390	I73766
I0	I059I0	585546	5III79	5III79	I088220

Т а б л и ц а Ш

Значения "унитарного веса" $U_n(p, q)$ для произведений октетов и декаплетов

n \ (p,q)	$U_n(0,0)$	$U_n(1,1)$	$U_n(3,0)$	$U_n(0,3)$	$U_n(2,2)$
n_{10} = I					
2	0	I	I	0	I
3	I	4	4	2	5
4	4	20	I7	I2	27
5	20	I00	85	70	I50
6	I00	525	45I	400	855
7	525	2856	2406	23I0	488I
8	2856	I5834	I4084	I2762	29020
9	I5834	90390	83062	78507	I68830
I0	90390	5270I3	486462	465583	I035447
n_{10} = 2					
2	0	0	0	I	I
3	0	2	2	2	4
4	2	I2	I2	I0	22
5	I2	70	66	56	I26
6	70	400	374	330	34I
7	400	23I0	2I66	I886	4432
8	23I0	I2762	I2032	II562	26445
I0	73507	465583	448846	422700	973433

ПРИЛОЖЕНИЕ к ТАБЛИЦЕ IУ

Здесь приведены вероятности конечных состояний (квадраты изоскалярных факторов) многочастичных реакций для $\pi^{\pm} p$ -взаимодействий (J =3/2, Y = I и J =I/2, Y =I) и $N\bar{N}$ -аннигиляции (J =I; Y =0)

Для случая трех "частиц" (октетов) в конечном состоянии, т.е. из $\{8\} \otimes \{8\} \otimes \{8\}$

J = I; Y = 0

(J_1, Y_1)	(J_2, Y_2)	(J_3, Y_3)	$\{27\}$	$\{10\}$	$\{10^*\}$	$\{8\}$
(I/2,I)	(I/2, -I)	(I, 0)	0,3646	0,4456	0,4456	0,53I3
(I/2, I)	(I/2, -I)	(0, 0)	0,2572	0,2022	0,2022	0,I290
(I, 0)	(I, 0)	(I, 0)	0,087I	0,I203	0,I203	0,I853
(I, 0)	(I, 0)	(0, 0)	0,I264	0,II67	0,II67	0,08I7
(I, 0)	(0, 0)	(0, 0)	0,I647	0,II52	0,II52	0,0727

J = 3/2; Y = I

(J_1, Y_1)	(J_2, Y_2)	(J_3, Y_3)	$\{27\}$	$\{10\}$
(I/2, I)	(I, 0)	(I, 0)	0,4643	0,54I7
(I/2, I)	(I/2, I)	(I/2, -I)	0,I964	0,2083
(I/2, I)	(I, 0)	(0, 0)	0,3393	0,2500

J = I/2; Y = I

(J_1, Y_1)	(J_2, Y_2)	(J_3, Y_3)	$\{27\}$	$\{10^*\}$	$\{8_1\}$	$\{8_2\}$
(I/2, I)	(I, 0)	(I, 0)	0,2540	0,302I	0,4365	0,3802
(I/2, I)	(I/2,I)	(I/2,-I)	0,2446	0,29I6	0,3292	0,2042
(I/2, I)	(I, 0)	(0, 0)	0,3553	0,3I25	0,I875	0,3000
(I/2, I)	(0, 0)	(0, 0)	0,I46I	0,0938	0,0468	0,II56

Для случая трех "частиц" (декаплет и два октета) в конечном состоянии, т.е. из $\{10\} \otimes \{8\} \otimes \{8\}$

(J_1 , Y_1)	(J_2 , Y_2)	(J_3 , Y_3)	$\{27\}$	$\{10\}$
(3/2, I)	(I/2, I)	(I/2, -I)	0,2877	0,3I55
(I, 0)	(I, 0)	(I/2, I)	0,I750	0,I537
(I, 0)	(0, 0)	(I/2, I)	0,0856	0,0565
(3/2, I)	(I, 0)	(I, 0)	0,2392	0,3204
(3/2, I)	(I, 0)	(0,0)	0,I437	0,0744
(3/2, I)	(0, 0)	(0, 0)	0,033I	0,0402
(I/2,-I)	(I/2, I)	(I/2, I)	0,0357	0,0393

J = I/2; Y = I

(J_1 , Y_1)	(J_2 , Y_2)	(J_3 , Y_3)	$\{27\}$	$\{10^*\}$	$\{8_1\}$	$\{8_2\}$
(3/2, I)	(I/2, I)	(I/2,-I)	0,I358	0,29I2	0,25I8	0,I333
(3/2, I)	(I, 0)	(I, 0)	0,0764	0,I475	0,3I86	0,2000
(3/2, I)	(I, 0)	(0, 0)	0,I636	0,I965	0,III2	0,2000
(I, 0)	(I, 0)	(I/2, I)	(I/2,I)	0,3682	0,I658	0,I848
(I, 0)	(0, 0)	(I/2, I)	0,0960	0,II65	0,0744	0,0500
(I/2,-I)	(I/2,I)	(I/2,I)	0,I600	0,0825	0,0592	0,I333

Для случая четырех "частиц" (октетов) в конечном состоянии, т.е. из $\{8\} \otimes \{8\} \otimes \{8\} \otimes \{8\}$

$J = 3/2; \quad Y = I$

(J_1, Y_1)	(J_2, Y_2)	(J_3, Y_3)	(J_4, Y_4)	$\{27\}$	$\{10\}$
(I/2, I)	(I/2, I)	(I/2, -I)	(I, 0)	0,3769	0,3905
(I/2, I)	(I, 0)	(I,0)	(I,0)	0,2447	0,2915
(I/2,I)	(I,0)	(I,0)	(0,0)	0,2129	0,1748
(I/2,I)	(I/2,I)	(I/2,-I)	(0,0)	0,0900	0,0789
(I/2,I)	(I,0)	(0,0)	(0,0)	0,0755	0,0643

$J = I/2; \quad Y = I$

(J_1, Y_1)	(J_2, Y_2)	(J_3, Y_3)	(J_4, Y_2)	$\{27\}$	$\{10^*\}$	$\{8_1\}$	$\{8_2\}$
(I/2,I)	(I/2,I)	(I/2,-I)	(I,0)	0,3016	0,3530	0,3750	0,2858
(I/2,I)	(I/2,I)	(I/2,-I)	(0,0)	0,2004	0,1833	0,1452	0,1784
(I/2,I)	(I,0)	(I,0)	(I,0)	0,1371	0,1614	0,2340	0,1860
(I/2,I)	(I,0)	(I,0)	(0,0)	0,2403	0,2030	0,1765	0,2336
(I/2,I)	(I,0)	(0,0)	(0, 0)	0,0934	0,0791	0,0557	0,0872
(I/2,I)	(0,0)	(0,0)	(0,0)	0,0272	0,0202	0,0136	0,0290

Для случая четырех "частиц" (декаплет и три октета) в конечном состоянии, т.е. из $\{10\} \otimes \{8\} \otimes \{8\} \otimes \{8\}$

$J = 3/2;\ Y = 1$

(J_1, Y_1)	(J_2, Y_2)	(J_3, Y_3)	(J_4, Y_4)	$\{27\}$	$\{10\}$
(3/2,I)	(I/2,I)	(I/2,-I)	(I,0)	0,3I44	0,35I0
(3/2,I)	(I/2,I)	(I/2,-I)	(0,0)	0,095I	0,0800
(3/2,I)	(I,0)	(I,0)	(I,0)	0,0994	0,I320
(3/2,I)	(I,0)	(I,0)	(0,0)	0,I007)	0,077I)
(3/2,I)	(I,0)	(0,0)	(0,0)	0,0205	0,02I5)
(3/2,I)	(0,0)	(0,0)	(0,0)	0)007I	0,0040
(I,0)	(I/2,I)	(I/2,I)	(I/2,-I)	0,0604	0,0642
(I,0)	(I/2,I)	(I,0)	(0,0)	0,0644	0,056I
(I,0)	(I/2,I)	(0,0)	(0,0)	0,0I50	0,0I35
(I,0)	(I/3,I)	(I,0)	(I,0)	0,I32I	0,I2I4
(I/2,-I)	(I/2,I)	(I/2,I)	(I,0)	0,0639	0,054I
(I/2,-I)	(I/2,I)	(I/2,I)	(0,0)	0,0I76	0,0I57
(0,-2)	(I/2,I)	(I/2,I)	(I/2,I)	0,0094	0,0094

$J = 1/2;\ Y = 1$

(J_1, Y_1)	(J_2, Y_2)	(J_3, Y_3)	(J_4, Y_4)	$\{27\}$	$\{10^*\}$	$\{8_1\}$	$\{8_2\}$
(3/2,I)	(I/2,I)	(I/2,-I)	(I,0)	0,I890	0,243I	0,3I46	0,203I
(3/2,I)	(I/2,I)	(I/2,-I)	(0,0)	0,07I3	0,0775	0,0646	0,0783
(3/2,I)	(I,0)	(I,0)	(I,0)	0,0500	0,07I6	0,I227	0,0722
(3/2,I)	(I,0)	(I,0)	(0,0)	0,0740	0,0870	0,0875	0,I058
(3/2,I)	(I,0)	(0,0)	(0,0)	0,0294	0,0280	0,0250	0,0333
(I,0)	(I/2,I)	I/2,I)	(I/2,-I)	0,II00	0,0774	0,07I9	0,0678
(I,0)	(I/2,I)	(I,0)	(0,0)	0,II47	0,I04I	0,I008	0,I205
(I,0)	(I/2,I)	(0,0)	(0,0)	0,0267	0,0200	0,0I34	0,0249
(I,0)	(I/2,I)	(I,0)	(I,0)	0,I606	0,I39I	0,II23	0,II57
(I/2,-I)	(I/2,I)	(I/2,I)	(I,0)	0,I00I	0,084I	0,0630	0,088I
(I/2,-I)	(I/2,I)	(I/2,I)	(0,0)	0,0535	0,045I	0,03I3	0,0583
(0,-2)	(I/2,I)	(I/2,I)	(I/2,I)	0,0207	0,0225	0,0I87	0,0326

Т а б л и ц а   5

Распределение по числу заряженных частиц, вычисленных в модели кварков, в унитарно-симметриной статистической модели и наблюдаемые эксперименталные значения

	0 лучей	$\pi^+\pi^-$	$\pi^+\pi^-\pi^0$	$\pi^+\pi^-X^0$	$2\pi^+2\pi^-$	$2\pi^+2\pi^-\pi^0$	$2\pi^+2\pi^-X^0$	6 лучей
Модель кварков (%)	I2,9	0	7,4	22,3	25,6	28,5	3,I	0,I
Экспери-мент (%)	3,2± ±0,5	0,32± ±0,03	7,8± ±0,9	34,8± ±I,2	5,8± ±0,3	I8,7± ±0,9	2I,3± ±I,I	3,8± ±0,2
Унитарно-симметричная статистическая модель(%)	3,9	I,25	6,7	42,4	5,0	I6,6	I8,3	I