ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2 - 3858

В.А.Матвеев, Р.М.Мурадян, А.Н.Тавхелидзе

АЛГЕБРА ПОЛЕЙ И ГРУППА СИММЕТРИИ $SU(2) \otimes SU(3) \times T_{24}$

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1968

P2 - 3858

В.А.Матвеев, Р.М.Мурадян, А.Н.Тавхелидзе

АЛГЕБРА ПОЛЕЙ И ГРУППА СИММЕТРИИ $SU(2) \otimes SU(3) \times T_{24}$

Матвеев В.А., Мурадян Р.М., Тавхелидзе А.Н. P2-3858

Алгебра полей и группа симметрии $SU(2)\otimes SU(3)\cdot T_{24}$.

Мы используем коммутационные соотношения алгебры полей для описания состояний частиц в покое. При этом вместо алгебры $SU(6)$ естественным образом возникает система коммутационных соотношений алгебры Ли группы $SU(2)\otimes SU(3)\cdot T_{24}$, ранее встречавшаяся в теории сильной связи. В частности, мы находим для отношения d и f связи в аксиальном токе результат $d/f=3$, который не совпадает с результатом $SU(6)$ и согласуется с результатом сверхсходящихся дисперсионных правил сумм и с гипотезой неаддитивных кварковых токов.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1968.

Matveev V.A., Muradyan R.M., Tavkhelidze A.N. P2-3858

Field Algebra and $SU(2)\otimes SU(3)\cdot T_{24}$ Symmetry Group

We use the commutation relations of the field algebra to describe the states of particles at rest. There appears, naturally, instead of the $SU(6)$ algebra, the system of communication relations of the Lee algebra of the $SU(2)\otimes SU(3)\cdot T_{24}$ group, obtained previously in the strong coupling theory. In particular, in the axial current the ratio d/f is found to be 3, which disagrees with the result of $SU(6)$ and agrees both with that of the superconvergent dispersion sum rules and with the hypothesis of nonadditive quark currents.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1968

В настоящей работе мы обсудим некотрые следствия, вытекающие из применения коммутационных соотношений алгебры полей [1] для описания системы покоящихся адронов. Получающиеся при этом результаты отличаются от результатов обычной алгебры токов, базирующейся на модели кварков, и поэтому представляется интересным произвести их сравнение. В модели кварков явный вид векторных и аксиальных токов следующий (в случае изоспиновой симметрии):

$$V_\alpha^\mu(x) = \bar{\psi}(x)\gamma^\mu \frac{\tau_\alpha}{2}\psi(x), \quad A_\alpha^\mu(x) = \bar{\psi}(x)\gamma^\mu\gamma_5 \frac{\tau_\alpha}{2}\psi(x) . \tag{1}$$

В модели алгебры полей принимается, что токи пропорциональны обобщенным полям типа Янга -Миллса:

$$V_\alpha^\mu(x) = \frac{m^2}{g} v_\alpha^\mu(x) \quad , \quad A_\alpha^\mu(x) = \frac{m^2}{g} a_\alpha^\mu(x) . \tag{2}$$

Рассмотрим заряды, соответствующие временной компоненте векторного тока и пространственным компонентам аксиального тока:

$$I_\alpha = \int d\vec{x}\, V_\alpha^0(x) ,$$

$$A_{m\alpha}(t) = \int d\vec{x}\, A_\alpha^m(x) .$$

Коммутационные соотношения между ними зависят от принятой модели. Пользуясь локальными коммутационными соотношениями между полями Янга-Миллса, установленными в [1], найдем в случае векторной модели:

$$[I_\alpha, I_\beta] = i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} I_\gamma \,, \tag{3}$$

$$[I_\alpha, A_{\beta m}] = i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} A_{\gamma m} \,, \tag{4}$$

$$[A_{\alpha m}, A_{\beta n}] = 0 \,. \tag{5}$$

Эти коммутационные соотношения определяют алгебру Ли группы $SU(2)\cdot T_9$, являющейся полупрямым произведением группы изотопической симметрии $SU(2)$ на абелеву подгруппу трансляцией в 9-мерном пространстве T_9. Если же исходить из модели кварков, то коммутационнные соотношения (3) и (4) останутся без изменения, а вместо (5) получим существенно другой результат :

$$[A_{\alpha m}, A_{\beta n}] = i\delta_{mn}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} I_\gamma + i\varepsilon_{mn\ell}\delta_{\alpha\beta} \mathcal{J}_\ell \,. \tag{6}$$

Здесь справа появились новые величины $\mathcal{J}_\ell$, связанные с плотностью спинового тока

$$\mathcal{J}_m = \int d\vec{x}\, \psi^+(x) \frac{\sigma_m}{2} \psi(x)$$

и удовлетворяющие коммутационным соотношениям

$$[J_m, J_n] = i\,\varepsilon_{mnl} J_l \,, \tag{7}$$

$$[J_m, I_\alpha] = 0 \,, \tag{8}$$

$$[J_m, A_{\alpha n}] = i\,\varepsilon_{mnl} A_{\alpha l} \,. \tag{9}$$

Соотношения (3), (4), (6), (7), (8), (9) определяют алгебру Ли группы $SU(4)$. Применения группы $SU(4)$ для классификации элементарных частиц хорошо известны.

Рассмотрим вопрос о применении коммутационных соотношений (3)-(5) для определения статических характеристик адронов. Для покоящихся частиц эти соотношения могут быть дополнены соотношениями (7), (8), (9), где принимается, что J_m - операторы углового момента, принадлежащие к группе Пуанкаре. Таким образом, соотношения (7)-(9) могут рассматриваться как следствия лоренцевских свойств токов. В результате мы приходим к рассмотрению алгебры Ли группы $SU(2)_J \otimes SU(2)_I \cdot T_9$ с коммутационными соотношениями (3), (4), (5), (7), (8), (9). Отметим, что эта группа появляется также в теории сильной связи и ее представления были изучены в работе [2]. Так как эта группа некомпактна, ее унитарные представления являются бесконечномерными. Простейшее из этих представлений содержит бесконечную последовательность состояний с

$$I = J = 1/2,\ 3/2,\ 5/2,\ \ldots, \tag{10}$$

что, по-видимому, может быть связано с серией нуклонных изобар, первыми членами которой являются N и Δ. Возьмем матричные элементы коммутатора (5) между нуклонными состояниями. В промежуточном состоянии, благодаря правилам отбора по спину и изоспину, из всей серии состояний (10) могут дать вклад только нуклон и Δ - изобара.

Матричные элементы аксиальных токов в статическом пределе имеют вид:

$$\langle N | A_{\alpha m} | N \rangle = G_A (\bar{\chi} \sigma_m \chi)(\bar{N} \tau_\alpha N),$$

$$\langle N | A_{\alpha m} | \Delta \rangle = G^* (\bar{\chi} \chi_m)(\bar{N} N_\alpha), \tag{11}$$

где χ (χ_m) и $N (N_\alpha)$ есть соответственно спиновые и изоспиновые функции нуклона и изобары. Отсюда следует соотношение между аксиальной константой нуклона G_A и константой слабого перехода изобара-нуклон G^*:

$$G^* = \frac{3}{\sqrt{2}} G_A . \tag{12}$$

В случае $SU(4)$ - симметрии, исходя из коммутатора (6), мы имели бы соотношение

$$G_A^2 - \frac{2}{9} G^{*2} = 1 . \qquad (13)$$

Следует отметить, что результаты (12) и (13) не согласуются друг с другом. Прямое сравнение этих соотношений с экспериментом в настоящее время невозможно произвести ввиду отсутствия данных о константе G^*. Отметим, что соотношение (12) ранее было получено методом сверхсходящихся дисперсионных правил сумм /3/ и в работе /4/ на основе гипотезы неаддитивных кварковых токов. Из (12), используя соотношение Гольдбергера-Тримена, легко получить отношение констант псевдовекторной связи $f_{\pi NN}$ и $f_{\pi N\Delta}$

$$\frac{f_{\pi NN}}{f_{\pi N\Delta}} = \frac{4}{3} . \qquad (14)$$

Как показано в /4/, это соотношение находится в хорошем согласии с опытом. Не представляет трудности провести обобщение на случай группы внутренней симметрии $SU(3)$. Вместо операторов изотопического спина I_α введем операторы унитарного спина F_α $(\alpha = 1, 2, \ldots, 8)$. Из модели кварков следуют коммутационные соотношения:

$$[F_\alpha, F_\beta] = i f_{\alpha\beta\gamma} F_\gamma \,, \tag{15}$$

$$[J_m, J_n] = i \varepsilon_{mne} J_e \,, \tag{16}$$

$$[J_m, F_\alpha] = 0 \,, \tag{17}$$

$$[J_m, A_{\alpha n}] = i \varepsilon_{mne} A_{\alpha e} \,, \tag{18}$$

$$[F_\alpha, A_{\beta m}] = i f_{\alpha\beta\gamma} A_{\gamma m} \,, \tag{19}$$

$$\begin{aligned} [A_{\alpha m}, A_{\beta n}] = {} & i \delta_{mn} f_{\alpha\beta\gamma} F_\gamma + \\ & + i \varepsilon_{mne} \left(\tfrac{2}{3} \delta_{\alpha\beta} J_K + d_{\alpha\beta\gamma} A_{\gamma e} \right). \end{aligned} \tag{20}$$

Эти коммутационные соотношения определяют алгебру Ли группы $SU(6)$. В модели векторных полей последний коммутатор равен нулю:

$$[A_{\alpha m}, A_{\beta n}] = 0 \,, \tag{21}$$

и таким образом мы приходим к рассмотрению вместо группы $SU(6)$

алгебры Ли 35-параметрической некомпактной группы $SU(2)\otimes SU(3)\cdot T_{2y}$.
Одно из простейших унитарных представлений этой группы было описано в[5] и содержит бесконечный ряд унитарных мультиплетов:

$$8^{1/2},\ 10^{1/2},\ 27^{1/2},\ 35^{1/2},\ \ldots,$$
$$10^{3/2},\ 27^{3/2},\ 35^{3/2},\ \ldots,$$
$$27^{5/2},\ 35^{5/2}\ \ldots$$

Первыми членами этого ряда могут считаться октет барионов $\frac{1}{2}^+$ и декуплет $\frac{3}{2}^+$. Определим матричные элементы аксиальных токов между состояниями в покое:

$$\langle B|A_{\alpha m}|B\rangle = \bar{\chi}\sigma_m\chi\left[(d+f)\bar{B}\lambda_\alpha B + (d-f)B\lambda_\alpha\bar{B}\right],$$

$$\langle B|A_{\alpha m}|D\rangle = \bar{\chi}\chi_m\,\bar{B}^d_a(\lambda_\alpha)^e_b D_{cde}\,\varepsilon^{abc}\,\frac{G^*}{2\sqrt{2}}\,.$$

Взяв матричный элемент уравнения (20) между состояниями октета барионов и оставив в промежуточном состоянии вклады лишь от октета и декуплета, получим результаты $SU(6)$, впервые выведенные этим способом в[6]:

$$\frac{d}{f} = 3/2\ , \qquad G^* = 2\sqrt{2}\ .$$

Если же воспользоваться коммутатором (21), то мы придем к существенно другому результату:

$$d/f = 3\ , \qquad G^* = \frac{3}{\sqrt{2}}(d+f),$$

что совпадает с результатом дисперсионных правил сумм[3] и согласуется с гипотезой неаддитивных кварковых токов, предложенной в[4].

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Н.Н.Боголюбову за стимулирующие дискуссии и ценные замечания и В.И.Огиевецкому и А.Т.Филиппову за полезные обсуждения.

Литература

1. T.D.Lee, S.Weinberg, B.Zumino, Phys.Rev.Lett., 18, 1029 (1967);
T.D.Lee, S B. Zumino, Phys.Rev., 163, 1667 (1967).

2. T.Cook, C.I.Goebel, B.Sakita, Phys.Rev.Lett., 15, 35 (1965).

3. И.Г.Азнаурян, Л.Д.Соловьев. ЯФ, 4, 615 (1966); V.A.Matveev, B.V.Struminsky, A.N.Tavkhelidze, Phys.Rev.Lett., 23, 146 (1966);
В.А.Матвеев, Л.Д.Соловьев, Б.В.Струминский, А.Н.Тавхелидзе, В.П.Шелест, препринт, Р2-3118, Дубна, 1967.

4. P.N.Bogolubov, V.A.Matveev, preprint P2-3195, Dubna, 1967.

5. C.J.Goebel, Phys.Rev.Lett., 16, 1130 (1966).

6. B.W.Lee. Phys.Rev.Lett., 14, 676 (1965).

Рукопись поступила в издательский отдел
5 мая 1968 года.