ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 3827

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Н.И.Усюкина

σ - МОДЕЛЬ И КОММУТАТОРЫ ТОКОВ ПРИ РАВНЫХ ВРЕМЕНАХ В ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

1968

P2 - 3827

Н.И.Усюкина

σ - МОДЕЛЬ И КОММУТАТОРЫ ТОКОВ ПРИ РАВНЫХ ВРЕМЕНАХ В ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

Усюкина Н.И. P2-3827

σ - модель и коммутаторы токов при равных временах в теории возмущений

В рамках теории возмущений для σ -модели проведено исследование одновременных коммутационных соотношений векторных и аксиальных векторных токов, рассмотрена операторная и изотопическая структура неканонических членов в коммутаторах токов при равных временах.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1968.

Usyukina N.I. P2-3827

σ - Model and Equal Time Current-Current Commutators in the Perturbation Theory

Simultaneous commutation relations of vector and axial vector currents are investigated for σ -model in the framework of the perturbation theory. The operator and isotopic structure of non-canonical members in the current commutators for equal times is considered.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1968

В настоящей заметке предпринято исследование одновременных коммутационных соотношений векторных и аксиальных векторных токов в рамках теории возмущений для σ -модели/1,2/; рассмотрена операторная и изотопическая структура неканонических членов, появляющихся в коммутаторах токов при равных временах, проверено предположение Адлера и Каллана/3/ относительно коммутационных соотношений пространственных и временных компонент векторных и аксиальных векторных токов при равных временах.

Каноническими будем называть члены, постулированные в/4/. На языке теории возмущений появление неканонических членов в матричных элементах/5,6,8/ можно связать с необходимостью учёта диаграмм с более чем одним промежуточным состоянием.

Токи строим при помощи итерационных решений уравнений Янга-Фельдмана для гайзенберговских операторов поля в различных вариантах σ -модели, а для рассмотрения матричных элементов $<p\,|[\,j^{\mu}_{1\alpha}(\frac{x}{2})\,j^{\nu}_{k\beta}(-\frac{x}{2})]|p'>$ используем технику/8/ написания представления типа Йоста-Лемана-Дайсона - так называемого представления Дезера-Гильберта-Сударшана.

Рассмотрим сначала бозонный вариант σ -модели/1/

$$L_{\text{int}} = -\frac{g}{4} :(\phi_{\alpha}^{2} + \sigma^{2})^{2}: - c\,\sigma$$

$$S = T\exp i\int L_{\text{int}}(x)dx\,, \qquad j_{\alpha}(x) = i\,\frac{\delta S}{\delta\,\phi_{\alpha}(x)}\,S^{+}\,. \quad j(x) = i\,\frac{\delta S}{\delta\,\sigma(x)}\,S^{+}$$

$$(\Box - \mu^2)\,\Phi_\alpha(x) = g\,N_Q((\Phi^2_\beta(x) + \Sigma^2(x))\,\Phi_\alpha(x))$$

$$(\Box - \mu^2)\,\Sigma(x) = g\,N_Q((\Phi^2_\beta(x) + \Sigma^2(x))\,\Sigma(x)) - c\ .$$

Определение квазинормального произведения N_Q можно найти в/7/. Токи определяются следующим образом:

$$V^\alpha_\mu(x) = \frac{1}{2}\,\epsilon_{\alpha\beta\delta}\,N_Q(\Phi_\beta(x)\,\overleftrightarrow{\partial}_\mu\,\Phi_\delta(x))$$

$$A^\alpha_\mu(x) = N_Q(\Sigma(x)\,\overleftrightarrow{\partial}_\mu\,\Phi_\alpha(x)) \qquad (2)$$

$$\partial_\mu A^\mu_\alpha(x) = c\,\Phi_\alpha\ .$$

Здесь Φ_α – α – ая компонента изовекторного псевдоскалярного мезонного поля, Σ –изоскалярное скалярное поле, ϕ_α, σ – соответствующие out – поля. Из (1) следует:

$$\Phi_\alpha(x) = \phi_\alpha(x) - D^a(x - \xi)\,j_\alpha(\xi)$$

$$\Sigma(x) = \sigma(x) - D^a(x - \xi)\,j(\xi) \qquad (3)$$

$$j^{(1)}_\alpha(\xi) = g :(\phi^2_\beta(\xi) + \sigma^2(\xi))\,\phi_\alpha(\xi):$$

$$j^{(1)}(\xi) = g :(\phi^2_\beta(\xi) + \sigma^2(\xi))\,\sigma(\xi): - c$$

(под повторным ξ подразумевается интегрирование), а для коммутаторов в первом порядке теории возмущений имеем:

$$[\Phi_\alpha(x)\Phi_\beta(y)] = \frac{1}{i}\Delta_{\alpha\beta}(x-y) = \frac{1}{i}\Delta'(x-y)\delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{i}\Delta''_{\alpha\beta}(x-y)$$

$$\Delta'(x-y) = D(x-y) + \{D^a(x-\xi)D^a(\xi-y) - D^r(x-\xi)D^r(\xi-y)\}g:(\phi^2_\delta(\xi)+\sigma^2(\xi)):$$

$$\Delta''_{\alpha\beta}(x-y) = 2g\,\{D^a(x-\xi)D^a(\xi-y) - D^r(x-\xi)D^r(\xi-y)\}:\phi_\alpha(\xi)\phi_\beta(\xi): \qquad (4а)$$

$$[\Sigma(x)\Phi_\beta(y)] = \frac{1}{i}\{D^a(x-\xi)D^{a\prime}(\xi-y) - D^r(x-\xi)D^r(\xi-y)\}\,2\,g\phi_\beta(\xi)\sigma(\xi) \qquad (4б)$$

$$[\Sigma(x)\Sigma(y)] = \frac{1}{i}D(x-y) + \frac{1}{i}\{D^a(x-\xi)D^a(\xi-y) - D^r(x-\xi)D^r(\xi-y)\}g:(\phi^2_\delta(\xi):+3:\sigma^2(\xi):) \qquad (4в)$$

Рассмотрим сначала коммутатор аксиальных токов. Непосредственная коммутация дает:

$$+[A^\alpha_\mu(x)A^\beta_\nu(y)] =$$

$$= \Sigma(x)\overleftrightarrow{\partial}_\mu[\Phi_\alpha(x)\Sigma(y)]\overleftrightarrow{\partial}_\nu\Phi_\beta(y) + [\Sigma(x)\Sigma(y)]\overleftrightarrow{\partial}_\mu\overleftrightarrow{\partial}_\nu\Phi_\alpha(x)\Phi_\beta(y) +$$

$$(5)$$

$$+\Sigma(y)\Sigma(x)\overleftrightarrow{\partial}_\mu\overleftrightarrow{\partial}_\nu[\Phi_\alpha(x)\Phi_\beta(y)] + \Sigma(y)\overleftrightarrow{\partial}_\nu[\Sigma(x)\Phi_\beta(y)]\overleftrightarrow{\partial}_\mu\Phi_\alpha(x).$$

Коммутатору (5) в первом порядке теории возмущений соответствуют диаграммы рис. (1–4) плюс соответствующие кросс-диаграммы.

Диаграммы рис. 1 приводят к кононическому вкладу в (5) при равных временах (с учётом предположения/3/ для коммутатора пространственных и временных компонент аксиального и векторного токов).Диаграммы рис.2 дают нулевой вклад при равных временах, так как соответствующий им вклад имеет при нормальном произведении полей сомножитель вида

$$\int d\xi\, P_{\mu\nu}(\partial_x, \partial_y)\{D^a(x-\xi)D^a(\xi-y)-D^r(x-\xi)D^r(\xi-y)\},$$

который, как нетрудно убедиться, приводит в нулевому вкладу при равных временах. Диаграмме рис. 3а соответствует вклад:

$$2g\{D^a(x-\xi)D^a(\xi-y)-D^r(x-\xi)D^r(\xi-y)\}\overleftrightarrow{\partial}_\mu\overleftrightarrow{\partial}_\nu D^+(x-\xi):\phi_a(\xi)\phi_\beta(y):$$

$$-2gD^-(x-\xi)\overleftrightarrow{\partial}_\mu\{D^a(x-\xi)D^a(\xi-y)-D^r(x-\xi)D^r(\xi-y)\}\overleftrightarrow{\partial}_\nu:\phi_a(\xi)\phi_\beta(y):$$

Заметим далее, что

$$D^a(x-\xi)D^+(x-\xi)-D^-(x-\xi)D^a(x-\xi)=$$

$$=\theta(\xi^0-x^0)\{D^+(x-\xi)D^+(x-\xi)-D^-(x-\xi)D^-(x-\xi)\}=\bar{D}_a(x-\xi)$$

(написание спектрального представления для выражений, аналогичных выражению в фигурных скобках, см., например, в/9/), тогда для вклада диаграммы 3а имеем:

$$2g\{\bar{D}^a(x-\xi)D^a(\xi-y)-\bar{D}^r(x-\xi)D^r(\xi-y)\}\overleftrightarrow{\partial}_\mu\overleftrightarrow{\partial}_\nu D^+(x-\xi):\phi_a(\xi)\phi_\beta(y):,$$

что также дает нулевой вклад в (5) при равных временах. Аналогичная ситуация имеет место для диаграммы рис. 3б.

Диаграммы рис. 4 и соответствующие кросс-диаграммы (которые, как легко видеть, удваивают вклад) приводят к следующему вкладу в коммутатор (5):

$$+[A^{a}_{\mu}(x)A^{\beta}_{\nu}(y)]_{4} =$$

$$= -2g\,T^{\mu\nu}(x,y,\xi) : \phi_{a}(\xi)\,\phi_{\beta}(\xi) : -2g\,\delta_{\alpha\beta}\,T^{\mu\nu}(x,y,\xi)(: \phi^{2}_{\delta}(\xi) : +2 : \sigma^{2}(\xi) :), \tag{6}$$

где

$$T^{\mu\nu}(x,y,\xi) = D^{+}(x-y)\overleftrightarrow{\partial}_{\mu}\overleftrightarrow{\partial}_{\nu}D^{a}(x-\xi)\,D^{+}(\xi-y) + D^{+}(x-y)\overleftrightarrow{\partial}_{\mu}\overleftrightarrow{\partial}_{\nu}D^{+}(x-\xi)D^{a}(y-\xi) -$$

$$- D^{-}(x-y)\overleftrightarrow{\partial}_{\mu}\overleftrightarrow{\partial}_{\nu}D^{a}(x-\xi)D^{-}(\xi-y) - D^{-}(x-y)\overleftrightarrow{\partial}_{\mu}\overleftrightarrow{\partial}_{\nu}D^{-}(x-\xi)D^{a}(y-\xi). \tag{7}$$

Таким образом, имеем для существенных при равных временах вкладов:

$$-[A^{a}_{\mu}(x)A^{\beta}_{\nu}(y)]^{tr} = i\,D(x-y)\,\overleftrightarrow{\partial}_{\mu\,x}\overleftrightarrow{\partial}_{\nu\,y} : \Phi_{a}(x)\,\Phi_{\beta}(y) : +$$

$$+ i\,\delta_{a\beta} : \Sigma(x)\Sigma(y) : \overleftrightarrow{\partial}_{\mu}\overleftrightarrow{\partial}_{\nu}D(x-y) + \tag{8}$$

$$+2g\,T^{\mu\nu}(x,y,\xi)\{ : \phi_{a}(\xi)\,\phi_{\beta}(\xi) : + \delta_{a\beta} : (\phi^{2}_{\delta}(\xi) + 2\sigma^{2}(\xi)) : \}.$$

Аналогичный способ действия приводит к следующим выражениям для коммутаторов векторных токов и аксиального и векторного токов в первом порядке теории возмущений:

$$-[V_\mu^\alpha(x)V_\nu^\beta(y)]^{tr} = i\delta_{\alpha\beta}D(x-y)\overleftrightarrow{\partial}_\mu\overleftrightarrow{\partial}_\nu :\Phi_\delta(x)\Phi_\delta(y): -$$

$$-iD(x-y)\overleftrightarrow{\partial}_\mu\overleftrightarrow{\partial}_\nu :\Phi_\beta(x)\Phi_\alpha(y): + \tag{9}$$

$$+2\delta_{\alpha\beta}T^{\mu\nu}(x,y,\xi)g:(2\phi_\delta^2(\xi)+\sigma^2(\xi)): -2gT^{\mu\nu}(x,y,\xi):\phi_\alpha(\xi)\phi_\beta(\xi):$$

$$-[A_\mu^\alpha(x)V_\nu^\beta(y)]^{tr} = i\epsilon_{\alpha\beta\delta}D(x-y)\overleftrightarrow{\partial}_\mu\overleftrightarrow{\partial}_\nu :\Sigma(x)\Phi_\delta(y):+ \tag{10}$$

$$+2g\epsilon_{\alpha\beta\delta}T^{\mu\nu}(x,y,\xi)\phi_\delta(\xi)\sigma(\xi).$$

Для написания спектрального представления для выражения $\int d\xi\, T^{\mu\nu}(x,y,\xi)e^{-ip\xi}$ при $p^2 < 4\mu^2$ используем технику, предложенную в/8/. Задача аналитического продолжения в область $p^2 > 4\mu^2$ довольно сложна и потому мы ее не рассматриваем.

$$\int d\xi\, T^{\mu\nu(+)}\left(\frac{x}{2}, -\frac{x}{2}, \xi\right)e^{-ip\xi} =$$

$$= -\frac{e^{ip\frac{x}{2}}}{2(2\pi)^2}\int_{-1}^{+1}dz\int dk\, e^{ikx}\int dq\,(k-2q)_\mu(k-2q+p)_\nu\,\theta(q^0)\theta(u^0-q^0)\delta(q^2-m^2)\frac{\partial}{\partial M^2}\delta((u-q)^2-M^2) =$$

$$= -\frac{1}{2(2\pi)^2}\int dz\, e^{-iz\frac{px}{2}}\int_{(m+M(z))^2}^{\infty}d\zeta\int du\, e^{iux}\,\theta(u^0)\delta(u^2-\zeta)\rho^{\mu\nu}(u,\zeta,z)$$

(Здесь $u = k + p\,\frac{1+z}{2}$, $M^2(z) = \mu^2 - (1-z^2)\frac{p^2}{4}$).

Имея в виду переход к равным временам, сохраним в $\rho^{\mu\nu}(u,\zeta,z)$ только члены, дающие ненулевой вклад в коммутаторы при равных временах, тогда, используя формулы/8/ для интегрирования по q, получим:

$$\bar{\rho}^{\mu\nu}(u,\zeta,z) = 2\pi u^{\mu} u^{\nu} \int\limits_{(\mu+M(z))^2}^{\infty} d\zeta\, \frac{1}{\sqrt{\Delta(M^2,m^2,\zeta)}} \left\{ \frac{(M^2-\mu^2)^3}{\zeta^3} - \frac{(M^2-\mu^2)(2M^2+\mu^2)}{\zeta^2} + \frac{M^2}{\zeta} \right\} +$$

$$+ (u_\mu u_\nu - \frac{1-z}{2} u_\mu p_\nu + \frac{1+z}{2} p_\mu u_\nu)\frac{\pi}{2} \int\limits_{(\mu+M(z))^2}^{\infty} d\zeta\, \frac{M^2-\mu^2-\zeta}{\zeta\sqrt{\Delta}} - \tag{12}$$

$$-((1+z)p^{\mu}u^{\nu} - (1-z)u_\mu p_\nu)\frac{\pi}{2} \int d\zeta\, \frac{(M^2-\mu^2)^2 - M^2\zeta - \mu^2\zeta}{\zeta^2\sqrt{\Delta}}$$

$$\Delta(M^2,\mu^2,\zeta) = M^4 + \mu^4 + \zeta^2 - 2M^2\mu^2 - 2M^2\zeta - 2\mu^2\zeta .$$

Анализируя (8)-(12), приходим к следующему выводу:

$$\delta(x^0-y^0)[V^0_\alpha(x),\ V^0_\beta(y)]^{tr} = i\epsilon_{\alpha\beta\delta} V^0_\delta(x)\,\delta(x-y)$$

$$\delta(x^0-y^0)[A^0_\alpha(x)\,A^0_\beta(y)]^{tr} = i\epsilon_{\alpha\beta\delta} V^0_\delta(x)\,\delta(x-y)$$

$$\delta(x^0-y^0)[V^0_\alpha(x)\,A^0_\beta(y)]^{tr} = i\epsilon_{\alpha\beta\delta} A^0_\delta(x)\,\delta(x-y)$$

в соответствии с предположением/4/. Вклады в коммутаторы пространственных и временной компонент вектор-вектора и аксиал-аксиала при равных временах, дополнительные к кононическим, содержат логарифмически расходящиеся выражения, однако они симметричны по изотопическим индексам.

Дополнительные вклады в коммутатор пространственных и временной компонент векторного и аксиального токов антисимметричны по изотопическим индексам, однако они удовлетворяют предположению Адлера и Каллана/3/, то есть в рассматриваемом порядке теории возмущений

$$\delta(x^0-y^0)\{[V_a^0(x)\vec{A}_\beta(y)]+[A_a^0(x)\vec{V}_\beta(y)]\} = 2i\,\epsilon_{a\beta\delta}\vec{A}^\delta(x)\,\delta(x-y).$$

К аналогичному выводу при использовании несколько иной техники пришли и авторы/6/. Интересно было бы проверить модельную зависимость полученного результата.

Рассмотрим для этого фермионный вариант σ -модели/2/.

$$(i\hat{\partial}-m)\chi(x) = +g\,N_Q\{i\gamma_5\tau_a\chi(x)\Phi_a(x)+\chi(x)\Sigma(x)\}$$

$$(\Box-\mu^2)\Phi_a(x) = g\,i\,N_Q(\bar{\chi}(x)\gamma_5\tau_a\chi(x)) \tag{13}$$

$$(\Box-\mu^2)\,\Sigma(x) = g\,N_Q(\bar{\chi}(x)\chi(x)).$$

Аксиальный векторный и векторный токи определяются следующим образом:

$$A_a^\mu(x) = \frac{1}{2}N_Q(\bar{\chi}(x)\gamma^\mu\gamma^5\tau_a\chi(x)) - \frac{1}{2}\epsilon_Q(\Phi_a(x)\frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial x_\mu}\Sigma(x)) - \\ - \frac{mi}{g}\frac{\partial\Phi_a(x)}{\partial x_\mu} \tag{14}$$

$$V_a^\mu(x) = \frac{1}{2}N_Q(\bar{\chi}(x)\gamma^\mu\tau_a\chi(x)) + \frac{1}{2}\epsilon_{a\beta\delta}N_Q(\Phi_\beta(x)\frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial x_\mu}\Phi_\delta(x)).$$

Бозонные слагаемые в векторном и аксиальном векторном токах не дают вкладов в первом порядке теории возмущений. Коммутаторы их в нулевом порядке теории возмущений были рассмотрены выше. Рассмотрим теперь вклады в коммутаторы из-за фермионных частей аксиального и векторного токов. Исследуем пока только σ -мезонные вклады. Тогда:

$$i\{\chi(x)\bar{\chi}(y)\}^{1}_{\sigma} = S(x-y) - g\{S^{r}(x-\xi)S^{r}(\xi-y) - S^{a}(x-\xi)S^{a}(\xi-y)\}\sigma(\xi)$$

$$\{\chi(x)\chi(y)\}^{(1)} = \{\bar{\chi}(x)\bar{\chi}(y)\}^{(1)} = 0. \qquad (15)$$

Используя далее тот факт, что сомножитель $\{S^{r}(x-\xi)S^{r}(\xi-y) - S^{a}(x-\xi)S^{a}(\xi-y)\}$ при нормальном произведении операторов поля дает нуль при равных временах, получаем для существенных при равных временах вкладов в коммутатор:

$$-[\bar{\chi}(x)\Lambda^{\mu}_{a}\chi(x), \bar{\chi}(y)\Lambda^{\nu}_{\beta}\chi(y)]^{(1)\,tr}_{\sigma} = \frac{-1}{i} :\bar{\Psi}(x)\Lambda^{\mu}_{a}S(x-y)\Lambda^{\nu}_{\beta}\Psi(y): +$$

$$+\frac{1}{i}g\,\bar{\Psi}(\xi)\sigma(\xi)S^{r}(\xi-x)\Lambda^{\mu}_{a}S(x-y)\Lambda^{\nu}_{\beta}\Psi(y) + \frac{1}{i}g\,\bar{\Psi}(x)\Lambda^{\mu}_{a}S(x-y)\Lambda^{\nu}_{\beta}S^{a}(y-\zeta)\sigma(\zeta)\Psi(\zeta)$$

$$+g\,\sigma(\xi)\,\mathrm{Sp}\{S^{r}(y-\xi)S^{r}(\xi-x) - S^{a}(y-\xi)S^{a}(\xi-x)\}\Lambda^{\mu}_{a}S^{+}(x-y)\Lambda^{\nu}_{\beta} - \begin{pmatrix} x \leftrightarrow y \\ \mu \leftrightarrow \nu \\ a \leftrightarrow \beta \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{-1}{i} :\bar{\chi}(x)\Lambda^{\mu}_{a}S(x-y)\Lambda^{\nu}_{\beta}\chi(y):^{(1)} -$$

$$-\ g\,\sigma(\xi)\,\mathrm{Sp}\,\Lambda^{\mu}_{a}S(x-y)\Lambda^{\nu}_{\beta}S^{+}(y-\xi)S^{r}(\xi-x) +$$

$$- g \; \sigma(\xi)\, \mathrm{Sp}\, \Lambda^{\mu}_{\alpha} S(x-y)\, \Lambda^{\nu}_{\beta} S^{a}(y-\xi)\, S^{+}(\xi-x) +$$

$$+ g\sigma(\xi)\, \mathrm{Sp}\, \Lambda^{\mu}_{\alpha} S^{+}(x-y)\, \Lambda^{\nu}_{\beta} \{ S^{r}(y-\xi)\, S^{r}(\xi-x) - S^{a}(y-\xi) S^{a}(\xi-x) \} - \qquad (16)$$

$$- (x \leftrightarrow y ,\; \mu \leftrightarrow \nu ,\; \alpha \leftrightarrow \beta) .$$

Первое слагаемое приводит к каноническому вкладу в коммутаторы при равных временах. Остальные слагаемые преобразуются к виду:

$$T^{\mu\nu}_{\alpha\beta}(x,y,\xi) = + g \quad \sigma(\xi)\, \mathrm{Sp}\, \{ S^{+}(x-y)\, \Lambda^{\nu}_{\beta} S^{-}(y-\xi)\, S^{r}(\xi-x)\, \Lambda^{\mu}_{\alpha} + S^{+}(x-y) \Lambda^{\nu}_{\beta} S^{a}(y-\xi) S^{-}(\xi-x) \Lambda^{\mu}_{\alpha}$$

$$- S^{-}(x-y)\, \Lambda^{\nu}_{\beta} S^{a}(y-\xi)\, S^{+}(\xi-x) \;\; \Lambda^{\mu}_{\alpha} - S^{-}(x-y)\, \Lambda^{\nu}_{\beta} S^{+}(y-\xi) S^{r}(\xi-x) \Lambda^{\mu}_{\alpha} \} - \qquad (17)$$

$$- (x \leftrightarrow y ,\; \mu \leftrightarrow \nu ,\; \alpha \leftrightarrow \beta) .$$

Использование теоремы Фарри приводит в результате:

$$T^{\mu\nu}_{\alpha\beta\,VV} = + \frac{1}{2} g\, \delta_{\alpha\beta} \;\; \sigma(\xi)\, \mathrm{Sp}\, \{ \gamma^{\mu} \; S^{+}(x-y) \gamma^{\nu} S^{-}(y-\xi) \; S^{r}(\xi-x) +$$

$$\qquad (18a)$$

$$+ \gamma^{\mu} S^{+}(x-y) \gamma^{\nu} S^{a}(y-\xi) S^{-}(\xi-x) - \gamma^{\mu} S^{-}(x-y) \gamma^{\nu} \; S^{a}(y-\xi) S^{+}(\xi-x) -$$

$$- \gamma^{\mu} S^{-}(x-y) \gamma^{\nu} S^{+}(y-\xi)\, S^{r}(\xi-x) \}$$

$$\underset{AA}{T^{\mu\nu}_{\alpha\beta}} = \frac{1}{2} g \delta_{\alpha\beta} \sigma(\xi) .$$

$$\mathrm{Sp}\{ \gamma^{\mu} \gamma^{5} S^{+}(x-y) \gamma^{\nu} \gamma^{5} S^{-}(y-\xi) S^{r}(\xi-x) + \gamma^{\mu} \gamma^{5} S^{+}(x-y) \gamma^{\nu} \gamma^{5} S^{a}(y-\xi) S^{-}(\xi-x) -$$

$$(18б)$$

$$- \gamma^{\mu} \gamma^{5} S^{-}(x-y) \gamma^{\nu} \gamma^{5} S^{a}(y-\xi) S^{+}(\xi-x) - \gamma^{\mu} \gamma^{5} S^{-}(x-y) \gamma^{\nu} \gamma^{5} S^{+}(y-\xi) S^{r}(\xi-x) \}$$

$$\underset{AV}{T^{\mu\nu}_{\alpha\beta}} = \frac{1}{2} g i \epsilon_{\alpha\beta\delta} \phi_{\delta}(\xi) .$$

$$\cdot \mathrm{Sp}\{ \gamma^{\mu} \gamma^{5} S^{+}(x-y) \gamma^{\nu} S^{-}(y-\xi) \gamma^{5} S^{r}(\xi-x) + \gamma^{\mu} \gamma^{5} S^{+}(x-y) \gamma^{\nu} S^{a}(y-\xi) \gamma^{5} S^{-}(\xi-x) -$$

$$(18в)$$

$$- \gamma^{\mu} \gamma^{5} S^{-}(x-y) \gamma^{\nu} S^{a}(y-\xi) \gamma^{5} S^{+}(\xi-x) - \gamma^{\mu} \gamma^{5} S^{-}(x-y) \gamma^{\nu} S^{+}(y-\xi) \gamma^{5} S^{r}(\xi-x) \} .$$

Исследование неканонических членов для (18а), (18б) проведено в /8/. Для (18в) получаем (по предположению $p^2 = \mu^2 < 4m^2$):

$$\int e^{-ip\xi} d\xi \, \mathrm{Sp}\{ \gamma^{\mu} \gamma^{5} S^{+}(x) \gamma^{\nu} S^{-}(-\frac{x}{2} - \xi) \gamma^{5} S^{r}(\xi - \frac{x}{2}) +$$

$$+ \gamma^{\mu} \gamma^{5} S^{+}(x) \gamma^{\nu} S^{a}(-\frac{x}{2} - \xi) \gamma^{5} S^{-}(\xi - \frac{x}{2}) \} =$$

$$= \frac{1}{2(2\pi)^2} e^{ip\frac{x}{2}} \int dk\, e^{ikx} \int_{-1}^{+1} dz \int dq\, \mathrm{Sp}\; \gamma^5(\hat{k} - \hat{q} + m)\gamma^{\mu} \gamma^5(-\hat{q} + m)\gamma^{\nu}(\hat{k} + \hat{p} - \hat{q} + \hat{m}) \cdot$$

$$\cdot\, \theta(q^0)\theta(u^0 - q^0)\delta(q^2 - m^2) \frac{\partial}{\partial M^2} \delta((u-q)^2 - M^2). \tag{19}$$

(Здесь $u = k + p\frac{1+z}{2}$, $M^2(z) = m^2 - (1 - z^2)\frac{p^2}{4}$).

$$\mathrm{Sp}\, \gamma^5(\hat{k} - \hat{q} + m)\gamma^{\mu}\gamma^5(-\hat{q} + m)\gamma^{\nu}(\hat{k} + \hat{p} - \hat{q} + m) =$$

$$= -4m\{g^{\mu\nu} qp - p^{\mu} q^{\nu} - p^{\nu} q^{\mu} + g^{\mu\nu} m^2 + p^{\mu}(u-q)^{\nu} - (u-q)^{\mu} p^{\nu} + z\, g^{\mu\nu} p(u-q)\} \tag{20}$$

$$< 0 \,|\, T^{\mu\nu}_{\substack{\alpha\beta \\ AV}} \left(\frac{x}{2}, -\frac{x}{2}\right) |\, p_{\delta} > =$$

$$= \frac{i\epsilon_{\alpha\beta\delta}\, g}{(2\pi)^2} \int_{-1}^{+1} dz\, e^{-iz\frac{px}{2}} \int_{(m+M(z))^2}^{\infty} d\zeta \int du\, e^{iux}\, \epsilon(u^0)\delta(u^2 - \zeta)\rho^{\mu\nu}(u, \zeta, z) \tag{21}$$

(где $|p_{\delta}>$ – соответствующим образом нормированный вектор состояния ϕ_{δ} -мезона). Сохраняя члены, приводящие к ненулевому вкладу в коммутатор при равных временах, и используя формулы/8/, получаем:

$$\bar{\rho}^{\mu\nu}(u, \zeta, z) = \frac{\pi}{2} m\,(g^{\mu\nu} up - p^{\mu} u^{\nu} - p^{\nu} u^{\mu}) \frac{(M^2 - m^2)^2 - 2M^2\zeta + \zeta^2}{\zeta^2 \sqrt{\Delta(M^2, m^2, \zeta)}} -$$

$$- \frac{\pi}{2} m\,(p^{\mu} u^{\nu} - u^{\mu} p^{\nu} + z\, g^{\mu\nu} up) \frac{(M^2 - m^2)^2 - \zeta(M^2 + m^2)}{\zeta^2 \sqrt{\Delta(M^2, m^2, \zeta)}}. \tag{22}$$

Таким образом, мы видим, что в фермионном варианте σ -модели в первом порядке теории возмущений для коммутаторов временных компонент вектор-вектора и аксиал-аксиала при равных временах не появляются дополнительные неканонические члены (см.[8]), для коммутаторов временной и пространственных компонент этих токов сходящиеся дополнительные члены симметричны по изотопическим индексам. Что же касается дополнительных вкладов в первом порядке теории возмущений для коммутатора аксиального и векторного тока, то такие вклады, антисимметричные по изотопическим индексам, имеют место и для временных компонент, и для временной и пространственных компонент аксиального и векторного токов, логарифмически расходятся при равных временах и не удовлеворяют предположению Адлера и Каллана.

Автор благодарит А.Н.Тавхелидзе за обсуждения.

Литература

1. *M.Gell-Mann, M.Levy, Nuovo Cim., 16, 715 (1960).*
2. *S.Okobo, Nuovo Cim., 44A, 1015 (1966).*
3. *S.L.Adler, C.G.Callan, preprint CERN Th 587 (1965).*
4. *M.Gell-Mann, Physics 1, 63 (1964).*
5. *K.Johnson, F.E.Low, Suppl. Progr. Theor. Phys. 37-38, 74(1966).*
6. *B.Schroer, P.Stichel, Preprint Pittsburgh, NYO-3829 (1967).*
7. *Б.В.Медведев, М.К. Поливанов, Международная зимняя школа при ОИЯИ, 1964 г.*
8. *Н.И.Усюкина, препринт ОИЯИ Р2-3661, Дубна 1967.*
9. *Н.И.Усюкина, препринт ОИЯИ Е2-3539, Дубна 1967.*

Рукопись поступила в издательский отдел
18 апреля 1968 года.

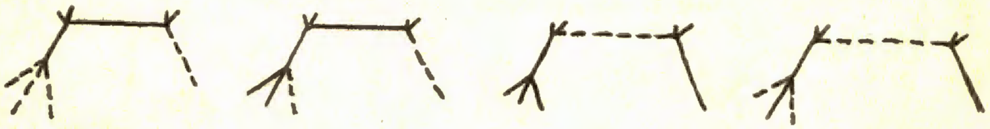

Рис. 1.

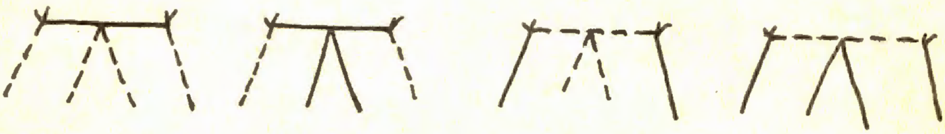

Рис. 2.

(а)

(б)

Рис. 3.

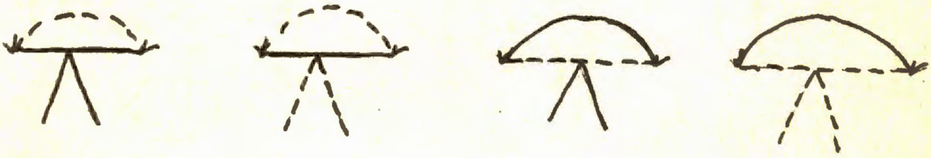

Рис. 4.