

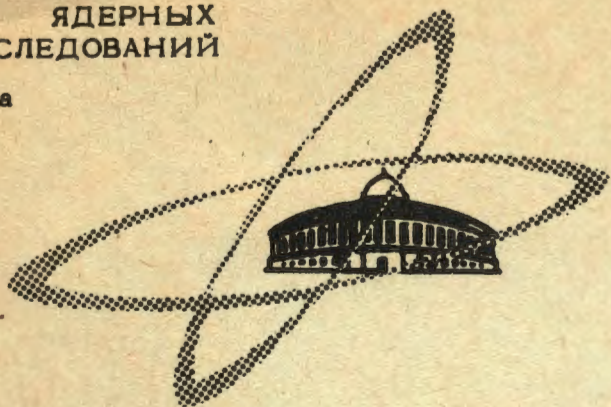
Г-719

ЯФ, 1968, т. 8, в. 4, с. 776-782

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2 - 3774



В.Г.Горячкин, В.Б.Семикоз

АСИММЕТРИЯ В ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИИ
 $e^- + p \rightarrow e^- + n + \pi^+$ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ
ФОРМФАКТОР π^+ МЕЗОНА

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1968

P2 - 3774

В.Г.Горячкин, В.Б.Семикоз

АСИММЕТРИЯ В ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИИ
 $e^- + p \rightarrow e^- + n + \pi^+$ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ
ФОРМФАКТОР π^+ МЕЗОНА

Направлено в ЯФ



7279/3 нр

1. Определение электромагнитного формфактора π -мезона в области пространственно-подобных передач является, как известно, весьма трудной задачей. К настоящему времени предложен целый ряд методов определения формфакторов π -мезона: изучение электророждения π -мезонов/1,2,3,4/, сравнение сечений рассеяния π^+ - и π^- -мезонов α -частицами/5,6/, измерение сечения упругого πe -рассеяния/7,8/ поляризационные методы/9,10/.

Определение электромагнитного радиуса π -мезона из данных по электророждению требует, как известно, использования теоретической модели. Нами вычислена асимметрия в электророждении

$$e^- + p \rightarrow e^- + p + \pi^+ \quad (1)$$

на основе резонансной модели Фубини, Намбу, Ватагина/1/. Как известно, эта модель основана на борновском приближении и предположении, что Δ резонанс (N^*) доминирует в дисперсионных интегралах. В рамках этой модели асимметрия определяется электромагнитным формфактором π -мезона. Оказывается, что асимметрия является более чувствительной к величине электромагнитного радиуса π -мезона, чем сечение на неполяризованной мишени, использовавшееся в работах/2,3,12/.

Таким образом, измерение асимметрии в процессе (1) на поляризованной протонной мишени позволило бы определить электромагнитный формфактор π -мезона. В разделе III данной работы будут указаны возможные эксперименты для проверки используемой теоретической модели.

II. Рассмотрим электророжение π^+ -мезонов на поляризованной протонной мишени. Матричный элемент S матрицы запишем в виде

$$S_{\pi} = (2\pi)^4 i \delta^{(4)}(p_1 + r_1 - p_2 - r_2 - q) \left(\frac{m^2 M^2}{2q_0 p_{10} p_{20} r_{10} r_{20}} \right)^{1/2} T_{\pi}, \quad (1)$$

где $r_1, p_1 (r_2, p_2)$ - 4-импульсы начальных (конечных) электрона и нуклона; q - 4-импульс π -мезона; m и M - массы электрона и нуклона.

В 1-ом порядке по константе тонкой структуры α матричный элемент T_{π} можно представить в виде^{/11/}

$$\langle p_2 q r_2 | T | p_1 r_1 \rangle = \frac{e g}{(2\pi)^{15/2}} \langle p_2 q | \int_{\mu}^{(0)} | p_1 \rangle \epsilon^{\mu}, \quad (3)$$

где

$$\epsilon_{\mu} = \frac{e \bar{u}(r_2) \gamma_{\mu} u(r_1)}{(r_1 - r_2)^2} \quad - \text{ "поляризация" виртуального фотона}$$

$$g^2 = f^2 (2M)^2, \quad f^2 = 0,08.$$

Здесь и всюду ниже нами используется система единиц, в которой масса π -мезона $m_{\pi} = 1$.

Вследствие сохранения электромагнитного тока \int_{μ}

$$\langle p_2 q | \int_{\mu}^{(0)} | p_1 \rangle k^{\mu} = 0, \quad (4)$$

где

$$k_{\mu} = (r_1 - r_2)_{\mu}.$$

Это условие позволяет исключить скалярные фотоны заменой

$$\epsilon_{\mu} \rightarrow a_{\mu} = \epsilon_{\mu} - \frac{\epsilon_0}{k_0} k_{\mu} \quad (5)$$

В резонансной модели амплитуда (3) может быть представлена в виде суммы двух частей^{1,12/}:

а) борновского члена

$$\int_{\mu}^B \epsilon^{\mu} = \sqrt{2} \bar{u}(p_2) \gamma_{\delta} \left[\frac{F_{\pi}}{k^2 - 2kq} (2q - k)_{\mu} + \frac{F_{\pi} - F_{1p}}{k^2} k_{\mu} + \frac{F_{1p}}{W^2 - M^2} \hat{q} \gamma_{\mu} \right] u(p_1) \epsilon^{\mu} \quad (6)$$

б) магнитно-дипольной резонансной амплитуды, которая в с.ц.и. конечных мезона и нуклона имеет вид^{1/}:

$$\int_M \vec{\epsilon} = - \frac{\sqrt{2} D W}{2 M^2} \langle f | 2 [\vec{q} \vec{k}] \epsilon - i (\vec{\sigma} \vec{k}) (\vec{q} \vec{\epsilon}) + i (\vec{\sigma} \vec{\epsilon}) (\vec{k} \vec{q}) | i \rangle \quad (7)$$

Здесь

$$W^2 = (p_2 + q)^2$$

F_{1p} - дираковский электромагнитный формфактор протона. Из опытов по упругому рассеянию электронов протонами следует, что электромагнитный радиус протона $r_p = 0,79$ ф. F_{π} - электромагнитный формфактор π - мезона, зависящий от двух инвариантов k^2 , $p^2 = (p_1 - p_2)^2$ (см.рис. 1)

$$D = \frac{F_{1p}}{2 M} \frac{(1 + \Delta\mu_p - \Delta\mu_n)}{6 f^2 |\vec{q}|^3} e^{i\delta_{88}} \sin \delta_{88}$$

δ_{88} - фаза упругого рассеяния мезонов нуклонами

$$\Delta\mu_p = 1,79, \quad \Delta\mu_n = -1,91.$$

$|i\rangle, |f\rangle$ - двухкомпонентные спиноры начального и конечного нуклонов.

Отметим, что амплитуды (6) и (7) по отдельности калибровочно-инвариантны.

Диаграммы, соответствующие борновской амплитуде (6), изображены на рис. 1.

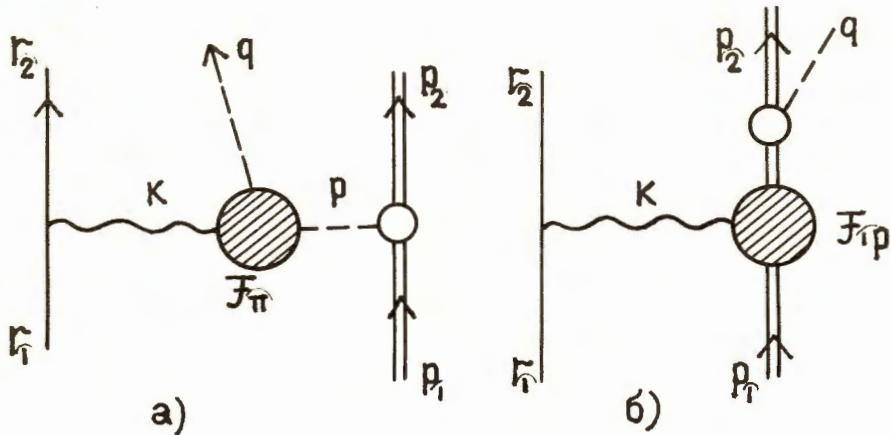


Рис. 1.

Из рис. 1 а) нетрудно видеть, что так как $p^2 \neq 1$, то электромагнитный формфактор π -мезона F_π зависит от двух кинематических инвариантов k^2 и p^2

Мы будем рассматривать процесс электророждения при условии, что π -мезоны вылетают в направлении импульса виртуального фотона

$$\vec{q} \parallel \vec{k} \quad (8)$$

Благодаря условию (8) значение пропагатора $p^2 - 1$ становится минимальным. Это приводит к увеличению вклада мезонного борновского члена. Кроме того, поправка к формфактору $F_\pi(k^2, p^2)$, пропорциональная $p^2 - 1$, становится незначительной, что позволяет сделать замену

$$F_\pi(k^2, p^2) \longrightarrow F_\pi(k^2, p^2 = 1) = F_\pi(k^2). \quad (9)$$

Вычислим асимметрию на поляризованной протонной мишени в рассматриваемом процессе электророждения. Нековариантная матрица плотности начального состояния нуклонов имеет вид:

$$\rho_0 = \frac{1}{2} (I + \vec{\sigma} \vec{P}_0). \quad (10)$$

Выберем поляризацию начальных нуклонов \vec{P}_0 направленной по \vec{n} , где псевдовектор \vec{n} определяется следующим образом:

$$\vec{n} = \frac{[\vec{k} \quad \vec{r}_1]}{|[\vec{k} \quad \vec{r}_1]|}. \quad (11)$$

Сечение процесса (1) в случае, когда поляризация протонов равна \vec{P}_0 , имеет вид:

$$\sigma_{\vec{P}_0} = \sigma_0 \left(1 + P_0 \frac{\text{Sp} T (\vec{\sigma} \vec{n}) T^\dagger}{\text{Sp} T T^\dagger} \right), \quad (12)$$

где амплитуда T определяется формулой (3). Сечение на неполяризованной мишени σ_0 в л.с. имеет вид:

$$\sigma_0 = \frac{d^3 \sigma_0}{d r_{20}^L d \Omega_q d \Omega_{r_2}} = \frac{\alpha^2 g^2}{(2\pi)^3 (-k^2)} \frac{r_{20}^L}{T_L} \frac{|\vec{q}'|}{\left(k_0^L + M - \frac{|\vec{k}_L \cdot \vec{q}'|}{|\vec{q}'|} \right)} \left(\frac{M}{W} \right)^2 \Phi, \quad (13)$$

где T_L - кинетическая энергия налетающих электронов в л.с.

$$k_0^L = \frac{W^2 - M^2 - k^2}{2M} \quad (14)$$

$$k^2 = -2 T_L r_{20}^L (1 - \cos \theta_L)$$

$q' = \sqrt{\vec{q}'^2 + 1}$ и определяется из уравнения

$$q'_0 + \sqrt{\vec{k}_L^2 + \vec{q}'^2 - 2|\vec{k}_L||\vec{q}'| + M^2} = k_0^L + M \quad (15)$$

$$|\vec{k}_L^*| = \sqrt{T_L^2 + (r_{20}^L)^2 - 2T_L r_{20}^L \cos \theta_L} \quad (16)$$

Лоренц-инвариантная величина Φ приведена в работе/12/ (см. формулы 3.14 - 3.16).

Асимметрия процесса на поляризованном нуклоне равна

$$Y = \frac{\sigma_{+\vec{P}_0} - \sigma_{-\vec{P}_0}}{\sigma_{+\vec{P}_0} + \sigma_{-\vec{P}_0}} = AP_0 \quad (17)$$

Здесь $\sigma_{\pm \vec{P}_0}$ - сечение электророждения на мишени с поляризацией $\pm \vec{P}_0$.

С помощью формул (3), (6), (7), (12), (17) можно показать, что вклад в асимметрию дает только интерференция борновской (6) и резонансной (7) амплитуд. В результате из (17) получим

$$A = \frac{a(D - D^*)}{D} \frac{\text{Sp}[(f_i^B)^+ \int_k^M \sigma[\vec{m} \vec{\ell}]]}{\Phi} \theta_{ik} \quad (18)$$

Здесь

$$a = \frac{(2M)^2}{2(-k^2)} \left(\frac{M}{W} \right)^2$$

$$\vec{m} = \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|}$$

$$\vec{\ell} = \frac{\vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} \quad (19)$$

θ_{1k} - лептонный шпур

$$\theta_{1k} = 2|\vec{r}_1|^2 \left[\ell_1 \ell_k - \frac{|\vec{k}|}{k_0} (m_1 \ell_k + m_k \ell_1) + \frac{|\vec{k}|^2}{k_0^2} m_1 m_k \right] + \frac{k^2}{2} \left(\frac{|\vec{k}|^2}{k_0^2} m_1 m_k - \delta_{1k} \right). \quad (20)$$

Подставляя (6) и (7) в (18), окончательно получим в с.п.и.конечных мезона и нуклона

$$A = a_1 b_1 (T_L) \frac{[BF_{\pi}(k^2) + CF_{1p}(k^2)]}{\Phi}, \quad (21)$$

где

$$B = \left(\frac{|\vec{q}|}{2MV_2^2} - \frac{|\vec{k}|}{2MV_1^2} \right) \left[\frac{2|\vec{q}| - |\vec{k}|}{k^2 - 2kq} + \frac{|\vec{k}|}{k^2} \right] \quad (22)$$

$$C = - \left(\frac{|\vec{q}|}{2MV_2^2} - \frac{|\vec{k}|}{2MV_1^2} \right) \frac{|\vec{k}|}{k^2} + \frac{1}{W^2 - M^2} \left(q_0 + \frac{\vec{q}^2}{2MV_2^2} \right) - \frac{|\vec{k}| |\vec{q}|}{(W - M) 4M^2 V_1^2 V_2^2} \quad (23)$$

$$a_1 = \frac{4 \text{Im} D (2M)^2 |\vec{k}| |\vec{q}| V_1 V_2}{k^2 W} \quad (24)$$

$$V_{1,2} = \sqrt{\frac{p_{0,1,2}^2 + M^2}{2M}}, \quad q_0 = \sqrt{\vec{q}^2 + 1}$$

$$b_1(T_L) = |\vec{r}_1|^2 \sqrt{1 - (\vec{m} \vec{\ell}')^2} \left[\vec{m} \vec{\ell}' - \frac{|\vec{k}|}{k_0} \right] \quad (25)$$

$$\vec{m} \vec{\ell}' = \frac{\gamma T_L}{|\vec{r}_1|} \left(\frac{\vec{k}_L^2 + T_L^2 - (r_{20}^L)^2}{2 |\vec{k}_L| T_L} - \beta \right) \quad (26)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{|\vec{k}_L|}{M + T_L - r_{20}^L}$$

$$\vec{m} \vec{\ell}' = \frac{\vec{k}_L^2 + T_L^2 - (r_{20}^L)^2}{2 |\vec{k}_L| T_L} \quad (26')$$

в л.с.

Импульс налетающего электрона в с.ц.и. конечных мезона и нуклона

$$|\vec{r}_1| = \frac{M T_L + \frac{k^2}{2}}{W} \quad (27)$$

На рис. 2,3 приведены значения асимметрии $A \cdot 10^2$ и величины Φ в зависимости от кинетической энергии налетающего электрона. Численные расчёты проводились при $W = 1236$ МэВ, $\delta_{\pi\pi} = \frac{\pi}{2}$, $-k^2 = 2,96 \phi^{-2}$. Из сравнения рис. 2,3 видно, что асимметрия на поляризованной протонной мишени более чувствительна к выбору величины формфактора π -мезона, чем сечение на неполяризованной мишени, особенно в области больших значений электромагнитного радиуса r_π

Из опытов по рассеянию π^+ - и π^- -мезонов α -частицами^{/6/} было получено значение $r_\pi = 1,8 \pm 0,8 \phi$, т.е. важность указанной выше области значений радиуса π -мезона очевидна.

При выбираемых кинематических условиях, и, например, для $r_{\pi} \approx 1\phi$ асимметрия, как видно из рис. 2, достаточно велика ($\approx 60\%$).

III. Здесь мы укажем возможные эксперименты для проверки используемой нами модели Фубини, Намбу, Ватагина^{/1/}. Такая проверка позволила бы также установить правильность предположений, на основе которых анализировались экспериментальные результаты в работе^{/2/}.

На основании общих требований инвариантности, с учётом условия (8), амплитуда процесса (1) может быть представлена в виде:

$$T = i \zeta [\phi_1 (\vec{\sigma} \vec{m}) (\vec{m} \vec{a}) + \phi_2 (\vec{\sigma} \vec{a})], \quad (28)$$

где \vec{a} - определяется формулой (5), \vec{m} - определяется формулой (19), ϕ_1 и ϕ_2 - комплексные функции двух кинематических инвариантов W^2 и k^2 .

$$\zeta = \frac{e}{(2\pi)^{15/2}}. \quad (29)$$

Введем обозначения

$$\operatorname{Re} \phi_1 = x \quad \operatorname{Im} \phi_1 = u \quad (30)$$

$$\operatorname{Re} \phi_2 = y \quad \operatorname{Im} \phi_2 = v.$$

Используя (28), (30), вычислим сечение на неполяризованной мишени.

В л.с. имеем

$$\frac{d^3 \sigma_0}{d r_{20}^L d \Omega_{r_2} d \Omega_q} = \frac{\alpha^2}{(2\pi)^8} \frac{r_{20}^L}{T_L} \frac{|\vec{q}'|}{(k_0 + M - \frac{|\vec{k}_L| q_0}{|\vec{q}'|}) k^4} \frac{\theta_{1k}}{k^4} [(y^2 + v^2) \delta_{1k} + (x^2 + u^2 + 2xy + 2uv) m_l m_k]. \quad (31)$$

Асимметрия на поляризованной мишени в л.с. имеет вид

$$A = \frac{a_2(xv - yu)}{\kappa \frac{T_L}{r_{20}} \sigma_0(T_L)}, \quad (32)$$

где

$$a_2 = 4 T_L^2 [1 - (\vec{m} \cdot \vec{\ell}')^2] \left[\frac{|\vec{k}_L|}{k_0^L} - \vec{m} \cdot \vec{\ell}' \right] \quad (33)$$

$$\kappa = \frac{(2\pi)^3 k^4 (k_0^L + M - \frac{|\vec{k}_L| q_0'}{|\vec{q}'|})}{\alpha^2 |\vec{q}'|} \quad (34)$$

$$\sigma_0(T_L) = \frac{d^3 \sigma_0}{d r_{20}^L d \Omega_{r_2} d \Omega_q} \quad (35)$$

$\vec{m} \cdot \vec{\ell}'$ определяется формулой (26'). Заметим, что при выполнении условия (8)

$$A = -P, \quad (36)$$

где P - поляризация конечных нуклонов, если мишень неполяризована. Два измерения сечения (31) при разных значениях энергии падающего электрона T_L , но при фиксированных W^2 и k^2 , вместе с асимметрией дают систему уравнений

$$\begin{aligned} x^2 + u^2 + 2xy + 2uv &= \lambda_1(\sigma_0) \\ y^2 + v^2 &= \lambda_2(\sigma_0) \\ xv - yu &= \lambda_3(\sigma_0 A), \end{aligned} \quad (37)$$

где

$$\lambda_1(\sigma_0) = \frac{\kappa}{\Delta} \left[\frac{T'_L}{r_{L'}^{20}} \sigma_0(T'_L) \nu(T''_L) - \frac{T''_L}{r_{L''}^{20}} \sigma_0(T''_L) \nu(T'_L) \right] \quad (38)$$

$$\lambda_2(\sigma_0) = \frac{\kappa}{\Delta} \left[\frac{T''_L}{r_{L''}^{20}} \sigma_0(T''_L) \eta(T'_L) - \frac{T'_L}{r_{L'}^{20}} \sigma_0(T'_L) \eta(T''_L) \right] \quad (39)$$

$$\lambda_3(\sigma_0 A) = \frac{\kappa}{a_2} \frac{T_L}{r_L^{20}} \sigma_0(T_L) A \quad (40)$$

$$\nu(T_L) = \theta_{ik} \delta_{ik} = 2T_L^2 \left[1 - 2\vec{m} \cdot \vec{\ell}' \frac{|\vec{k}_L|}{k_0^L} + \frac{\vec{k}_L^2}{(k_0^L)^2} \right] + \frac{k^2}{2} \left(\frac{\vec{k}_L^2}{(k_0^L)^2} - 3 \right) \quad (41)$$

$$\eta(T_L) = \theta_{ik} m_i m_k = 2T_L^2 \left[\vec{m} \cdot \vec{\ell}' - \frac{|\vec{k}_L|}{k_0^L} \right]^2 - \frac{k^4}{2(k_0^L)^2} \quad (42)$$

$$\Delta = \eta(T'_L) \nu(T''_L) - \eta(T''_L) \nu(T'_L). \quad (43)$$

До сих пор мы не делали никаких динамических предположений.

В резонансной модели^{/1/} выполняется соотношение

$$u = -v = \frac{\sqrt{2W}}{2M^2} |\vec{q}| |\vec{k}| \text{Im} D, \quad (44)$$

причём $\text{Im } D$ зависит от фазы $\delta_{\pi\pi}$ и от электромагнитного формфактора протона F_p , но не зависит от формфактора π -мезона $F_\pi (k^2)$.

С учётом (44) из системы (37) получаем:

$$u^2 = \frac{\lambda_3^2(\sigma_0 \Lambda)}{\lambda_1(\sigma_0) + \lambda_2(\sigma_0)} \quad (45)$$

Соотношение (45) является следствием модели Фубини и др./1/. Правая часть (45) может быть определена из опыта. Для этого требуются эксперименты по электророждению на поляризованной мишени. Левая часть (45) определяется фазой πN - рассеяния $\delta_{\pi\pi}$ и электромагнитным формфактором протона. В общем случае (45) не имеет места. Таким образом, его проверка представляет собой проверку модели Фубини/1/.

Мы выражаем глубокую благодарность С.М.Биленькому и Р.М.Рындину за полезные обсуждения и ценные критические замечания.

Л и т е р а т у р а

1. AS.Fubini, Y.Nambu, V.Watagin. *Phys. Rev.*, 111, 329 (1958).
2. C.W.Arerlof, W.W.Ash, K.Berkelman, C.A.Lichtenstein. *Phys. Rev. Lett.*, 16, 147 1(1966).
3. P.Dennery. *Phys. Rev.*, 124, 2000 (1961).
4. Zagury. *Phys. Rev.*, 145, 1172 (1966).
5. M.M.Sternheim, R.Hofstadter. *Nuovo Cim.*, 38, 1854 (1965).
6. M.E.Nordberg, K.F.Kinsey. *Phys. Lett.*, 20, 692 (1966).
7. F.S.Crowford. *Phys. Rev.*, 117, 1119 (1960).
8. В.Г.Гришин, Э.П.Кистенев, Му Цзюнь, *Ядерная физика* 2, 886 (1965).
9. Л.Д.Окунь, И.Б.Хрипловнич. *ЯФ.* 6 вып. 4 (1967).
10. С.М.Биленький, В.Б.Семикоз. *ЯФ.* 7 вып. 1 (1968).
11. R.H.Dalitz, D.R.Yennie. *Phys. Rev.*, 105, 1598 (1959).
12. W.Frazer. *Phys. Rev.*, 115, 1763 (1959).

Рукопись поступила в издательский отдел

20 марта 1968 года.

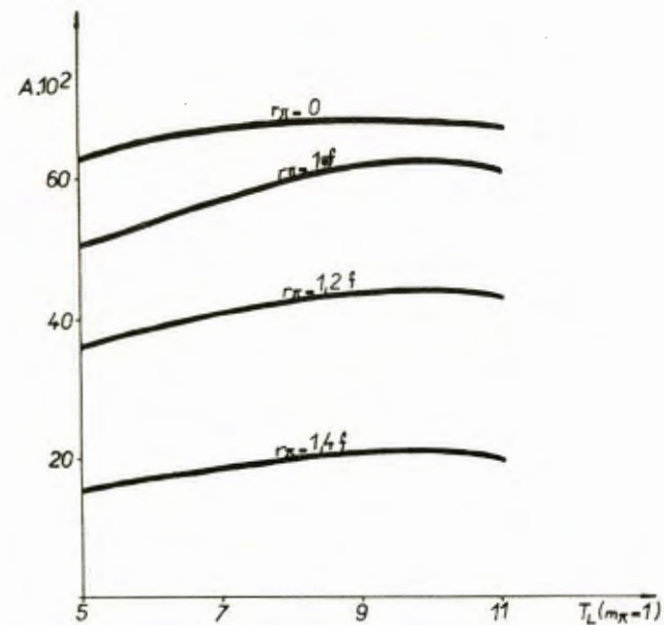


Рис. 2.

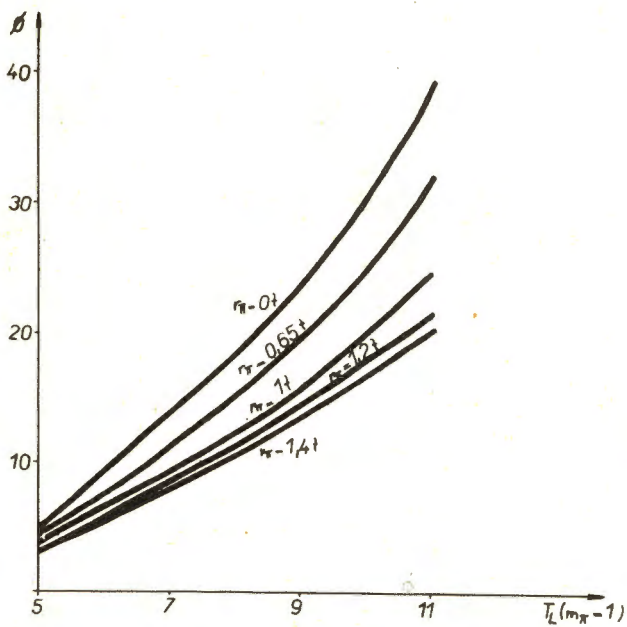


Рис. 3.