ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 3763

В.Л. Любошиц, М.И. Подгорецкий

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ НЕТОЖДЕСТВЕННЫХ ЧАСТИЦ

1968

P2 - 3763

В.Л. Любошиц, М.И. Подгорецкий

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ НЕТОЖДЕСТВЕННЫХ ЧАСТИЦ

Направлено в ЖЭТФ

Введение

Во многих монографиях и руководствах по квантовой механике часто встречается утверждение о принципиальном различии поведения систем тождественных и нетождественных частиц и о наличии резкого скачка при переходе от одних систем к другим. Мы считаем, что это утверждение, вообще говоря, является неправильным. Многочисленные факты своеобразного поведения коллектива тождественных частиц еще не дают оснований для категорического вывода об отсутствии непрерывного перехода от нетождественных частиц к тождественным. Попытки оправдать существование непреодолимой грани между тождественными и нетождественными частицами некоторыми специфическими особенностями квантовой механики, по нашему мнению, нельзя признать состоятельными как по существу, так и с логической точки зрения. В связи с этим мы считаем, что необходим более детальный анализ понятий неразличимости, тождественности и нетождественности, а также конкретных явлений, в которых проявляются характерные свойства тождественных частиц. Этому анализу и посвящена настоящая работа.

Наше рассмотрение основано на общем квантово-механическом принципе интерференции амплитуд неразличимых процессов. Руководствуясь этим принципом, Р.Фейнман в своих лекциях по квантовой механике /1/ дал глубокую и оригинальную трактовку проблемы тождественности.

Данная работа представляет собой попытку дальнейшего развития и обобщения фейнмановского подхода.

§1. Принцип интерференции и проблема тождественности

Своеобразие законов квантовой механики в конечном счёте связано с явлением интерференции. Один из аспектов принципа интерференции заключается в следующем.

Предположим, что квантовомеханическая система может перейти из некоторого состояния $|I\rangle$ в целый ряд состояний $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$..x/. Пусть в данных конкретных условиях при регистрации нашей системы прибором эти состояния нельзя принципиально отличить друг от друга. Иначе говоря, мы не можем однозначно указать на определенный процесс, соответствующий данному акту измерения. Тогда полная амплитуда регистрации равна сумме амплитуд вероятности этих процессов:

$$F = \sum_{i=1}^{n} F^{(i)}, \qquad (1)$$

где $F^{(i)} = \langle i|A|I\rangle T_i$, $\langle i|A|I\rangle$ – амплитуда перехода из состояния $|I\rangle$ в состояние $|i\rangle$, T_i – амплитуда регистрации прибором состояния $|i\rangle$.

При этом полная вероятность регистрации нашей системы

$$P = \Big|\sum_{i=1}^{n} F^{(i)}\Big|^2 . \qquad (2)$$

Если же условия регистрации системы прибором таковы, что после каждого акта измерения мы в принципе можем различить состояния $|1\rangle$, $|2\rangle$... $|n\rangle$, и, следовательно, каждый акт регистрации можно связать с соответствующим конкретным процессом, интерференция не имеет места, и полная вероятность регистрации равна

x/ Ниже везде для векторов состояний используются обозначения Дирака (см./1/).

$$P = \sum_{i=1}^{n} |F^{(i)}|^2 . \qquad (3)$$

Заметим, что сама по себе принципиальная возможность (или невозможность) каждому акту регистрации сопоставить один из процессов перехода $I \to 1$, $I \to 2$, . . . или $I \to n$, вовсе не предполагает, что такое сопоставление обязательно проводится в реальном опыте.

На самом деле мы обычно интересуемся статистическим результатом большого числа измерений. Принцип интерференции утверждает, что в зависимости от конкретных условий наблюдения среднее число актов регистрации системы прибором пропорционально или выражению (2), или выражению (3). Следует отметить тесную связь между принципом интерференции амплитуд неразличимых процессов и принципом суперпозиции квантово-механических состояний. Действительно, в рассмотренном выше случае состояние, которое образуется до измерения, представляет собой, по определению, когерентную суперпозицию состояний $|1\rangle$, $|2\rangle$ ... $|n\rangle$

$$|\psi\rangle = \sum_{i=1}^{n} \langle i|A|I\rangle\, |i\rangle . \qquad (4)$$

Если в данных условиях состояния $|1\rangle$, $|2\rangle$... $|n\rangle$ неразличимы, в результате измерения выделяется состояние, которое также является когерентной суперпозицией состояний $|1\rangle$, $|2\rangle$, ... $|n\rangle$.

При решении вопроса о том, в каких условиях различимы или неразличимы данные состояния, важную роль играет принцип неопределенности. Действительно, если в процессе измерения мы фиксируем координату частицы с точностью Δx, то, согласно принципу неопределенности, амплитуды перехода в состояния со значениями импульсов, лежащих в интервале $\Delta P < \frac{\hbar}{\Delta x}$, должны интерферировать. В то же время состояния с разностью импульсов $\Delta P \gg \hbar / \Delta x$ в этих же условиях различимы, и соответствующие амплитуды перехода практически не интерферируют. Предположим теперь, что время каждого акта измерения имеет порядок величины Δt. Тогда, согласно принципу неопределенности для энергии и времени, амплитуды перехода, соответствующие состояниям с разностью энергий $\Delta E \lesssim \frac{\hbar}{\Delta t}$, интерферируют; при $\Delta E \gg \frac{\hbar}{\Delta t}$ интерференционные члены крайне малы. Аналогичная связь имеет место и в других случаях, например, между точностью определения угла рассеяния частицы и интерференцией амплитуд перехода в состояния с различными моментами количества движения.

Рассмотрим теперь непосредственно проблему тождественности. С точки зрения квантовой механики тождественные частицы с одинаковыми квантовыми числами принципиально неразличимы. Рассмотрим известный эксперимент по рассеянию двух "истинно"x/ тождественных частиц. Легко видеть, что процесс, в результате которого в данный счётчик попадает первая частица, нельзя отличить от процесса, в результате которого в этот же счётчик попадает вторая частица. Пусть в системе центра инерции амплитуда первого процесса равна $f(\theta)$, где θ – угол рассеяния одной из частиц. Тогда амплитуда второго процесса (амплитуда обмена) равна $f(\pi-\theta)\,e^{i\delta}$. Согласно принципу интерференции, амплитуда рассеяния имеет вид/2,3/:

$$A(\theta) = f(\theta) + f(\pi-\theta)\,e^{i\delta}. \tag{5}$$

Опыт показывает, что для частиц с целым спином фазу δ следует положить равной нулю, а в случае частиц с полуцелым спином – равной π. В рамках квантовой механики этот факт можно принять как постулат, который находит свое последующее обоснование в квантовой теории поля.

Таким образом, дифференциальное сечение рассеяния тождественных частиц/2,3/:

---

x/ "Истинно" тождественными частицами мы называем частицы, все внутренние квантовые числа которых совпадают. Электроны с противоположными значениями проекций спина с этой точки зрения не являются "истинно" тождественными частицами.

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = |f(\theta) \pm f(\pi-\theta)|^2. \tag{6}$$

Заметим, что формула (6) (при другой нормировке) описывает также вероятность регистрации двух тождественных частиц двумя счётчиками, работающими по схеме совпадений.

Аналогичным образом можно рассмотреть распад на тождественные частицы. В самом общем случае, если две или несколько тождественных частиц образуются в результате одного и того же акта столкновения или распада, при любом способе регистрации этих частиц всегда имеет место интерференция. При этом амплитуда такого процесса либо симметрична, либо антисимметрична относительно перестановки любой пары тождественных частицx/.

Перейдем к нетождественным частицам. Из принципа интерференции следует, что если обе частицы обладают разными внутренними квантовыми числами (зарядом, спином, барионным числом и т.д.), и эти квантовые числа в процессе измерения сохраняются, амплитуда прямого процесса и амплитуда обмена не могут интерферировать. Вероятность регистрации таких частиц как одним детектором, так и двумя счётчиками, включенными по схеме совпадений, пропорциональна величине

$$\sigma(\theta) = |f(\theta)|^2 + |f(\pi-\theta)|^2, \tag{7}$$

---

x/ Известно, что тождественные частицы далеко не всегда интерферируют друг с другом. Например, если две тождественные частицы d образуются в результате различных реакций

$$C + D \to E + F + \ldots a \qquad c + d \to e + f + \ldots a,$$

интерференция при регистрации этих частиц не имеет места, поскольку, наблюдая после акта регистрации за частицами E, F.. или e, f..., мы в принципе можем определить, какую из тождественных частиц зарегистрировал прибор. Соответствующий анализ показывает, что интерференцию тождественных частиц, которые рождаются в ходе независимых друг от друга процессов, можно все же наблюдать, но только в корреляционных экспериментах при строго определенных условиях (опыт Брауна-Твиса с фотонами/4/). Дальнейшее рассмотрение этого вопроса выходит за рамки настоящей работы.

где $f(\theta)$ – амплитуда рассеяния. Можно, однако, привести многочисленные примеры, когда в процессе измерения различающиеся квантовые числа первой и второй частиц не сохраняются. Возникает вопрос: чего следует ожидать в этом случае?

В качестве методического примера рассмотрим рассеяние двух электронов с противоположными значениями проекций спина на направление магнитного поля H. Ясно, что если электроны после рассеяния регистрируются с помощью двух включенных по схеме совпадений счётчиков-фильтров, один из которых фиксирует проекцию спина $m_H = +1/2$, а другой – проекцию спина $m_H = -1/2$, интерференция не имеет места, и электроны ведут себя как различные частицы. Пусть теперь каждый из счётчиков-фильтров регистрирует состояние с проекцией спина, равной + 1/2, на ось x, перпендикулярную направлению магнитного поля H. Состояние $|+x\rangle$ является нестационарным и представляет собой суперпозицию состояний $|+H\rangle$ и $|-H\rangle$ [1]:

$$|+x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+H\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-H\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}. \qquad (8)$$

Легко видеть, что при регистрации совпадений отсчётов таких счётчиков, когда 1-й счётчик срабатывает в момент t_1, а 2-й – в момент t_2, прямой процесс и процесс обмена неразличимы, и их амплитуды должны интерферировать. При этом число запаздывающих совпадений пропорционально величине

$$p(t_1 t_2) = \Big| f(\theta) e^{-i\frac{\mu H}{\hbar}t_1} e^{i\frac{\mu H}{\hbar}t_2} \langle +x|+H\rangle\langle +x|-H\rangle -$$
$$- f(\pi-\theta) e^{-i\frac{\mu H}{\hbar}t_2} e^{i\frac{\mu H}{\hbar}t_1} \langle +x|-H\rangle\langle +x|+H\rangle\Big|^2 = \qquad (9)$$
$$= \frac{1}{4}\left\{ |f(\theta)|^2 + |f(\pi-\theta)|^2 - 2\,\mathrm{Re}\left[f(\theta) f^*(\pi-\theta) e^{2i\frac{\mu H}{\hbar}t} \right] \right\},$$

где μ – магнитный момент электрона, $t = t_2 - t_1$ – время запаздывания (детали вычислений будут ясны из дальнейшего). Знак "–" в выражении (9) соответствует тому, что электроны обладают полуцелым спином; в сходном эксперименте с бозонами наблюдалась бы интерференция со знаком "+". Заметим, что если разрешающее время совпадений $\tau \gg \frac{\hbar}{\mu H}$, то интерференционный член в выражении (9) исчезает из-за усреднения по времени. Отсутствие второго детектора, очевидно, равносильно тому, что выражение (9) усредняется по бесконечно большому времени t_2. Следовательно, при регистрации электронов с противоположными спинами одним счётчиком интерференцию принципиально нельзя наблюдать. Этот вывод понятен с точки зрения сформулированного выше принципа интерференции. Действительно, наблюдая сколь угодно большое время за вторым электроном, мы можем определить, в каком стационарном состоянии он находится, и тем самым однозначно указать, какое значение m_H соответствует электрону, вошедшему в прибор.

Итак, частицы, которые в одних условиях ведут себя как различные, в других могут интерферировать друг с другом. Правда, электроны с противоположными значениями проекций спина обычно считают тождественными, хотя и не "истинно" тождественными частицами. В следующих разделах мы рассмотрим условия интерференции частиц, которые с общепринятой точки зрения являются заведомо нетождественными.

§2. Условия интерференции при регистрации нетождественных частиц в корреляционных экспериментах

Из предыдущего раздела ясно, что необходимым, (хотя и не достаточным) условием наблюдения интерференции нетождественных частиц A и B является несохранение различающихся внутренних квантовых чисел этих частиц в процессе измерения. Это означает, что каждый из счетчиков должен представлять собой некоторый фильтр, выделяющий по продуктам взаимодействия или распада определенную суперпозицию частиц A и B. Для первого и второго счётчиков эти суперпозиции пмогут быть, вообще говоря, различными. Если массы частиц A и B не равны, то состояния, которые фиксируются счётчиками, являются нестационарными. По аналогии с рассмотренным выше случаем двух электронов в магнитном поле, мы можем ожидать, что будет иметь место временная (а также пространственная или пространственно-временная) корреляция отсчётов двух счётчиков, обусловленная интерференцией амплитуд прямого и обменного процессов. Прямым мы будем называть процесс, в результате которого частица A попадает в счётчик 1, а частица B – в счётчик 2, а обменным – процесс, в результате которого частица B попадает в счётчик 1, а частица A – в счётчик 2.

Рассмотрим этот вопрос более детально. Пусть счётчик 1 по продуктам распада или взаимодействия выделяет состояние C, а счётчик 2 – состояние D. Амплитуды перехода $\langle C|A\rangle, \langle C|B\rangle, \langle D|A\rangle, \langle D|B\rangle$ обозначим соответственно A_1, A_2, A_1', A_2'. При этом

$$|C\rangle = A_1|A\rangle + A_2|B\rangle , \tag{10}$$

$$|D\rangle = A_1'|A\rangle + A_2'|B\rangle .$$

Будем для простоты считать, что каждая из частиц обладает строго определенным импульсом, причём лабораторная система координат совпадает с системой центра масс частиц A и B. Тогда

$$\vec{p}_A = -\vec{p}_B , \quad E_A = c\sqrt{p^2 + m_A^2 c^2} , \quad E_B = c\sqrt{p^2 + m_B^2 c^2} ,$$

где $p = |\vec{p}_A| = |\vec{p}_B|$. Обозначим через $\vec{x}_1$ и $\vec{x}_2$ координаты счётчиков, а через t_1 и t_2 – моменты регистрации частиц первым и вторым счётчиками. Пусть при этом 1-й счётчик регистрирует частицы с импульсом $\vec{p}$, а 2-й – с импульсом $(-\vec{p})$.

Амплитуда прямого процесса, в соответствии с законами квантовой механики/1/, должна иметь вид

$$F_1(\vec{p}, t_1 t_2) = A_1 A_2' f(1,2) e^{i(\vec{p}, \vec{x}_1 - \vec{x}_2)/\hbar} e^{-i\frac{E_A t_1}{\hbar}} e^{-i\frac{E_B t_2}{\hbar}} , \tag{11}$$

а амплитуда обменного процесса

$$F_2(\vec{p}, t_1 t_2) = A_2 A_1' f(2,1) e^{i(\vec{p}, \vec{x}_1 - \vec{x}_2)/\hbar} e^{-i\frac{E_A t_2}{\hbar}} e^{-i\frac{E_B t_1}{\hbar}} \tag{12}$$

Здесь $f(1,2) = f(\vec{p})$ – амплитуда образования частицы A с импульсом $\vec{p}$ и частицы B с импульсом $(-\vec{p})$, $f(2,1) = f(-\vec{p})$ – амплитуда, соответствующая образованию частицы A с импульсом $(-\vec{p})$ и частицы B с импульсом $\vec{p}$.

Согласно принципу интерференции, амплитуда регистрации частиц A и B двумя счётчиками, включенными по схеме запаздывающих совпадений с точностью до нормировки, равна

$$\begin{aligned} F(\vec{p}\; t_1 t_2) &= F_1(\vec{p}\; t_1 t_2) + e^{i\delta} F_2(\vec{p}\; t_1 t_2) = \\ &= A_1 A_2' f(1,2) \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(E_A t_1 + E_B t_2)\right] + \\ &+ e^{i\delta} A_2 A_1' f(2,1) \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(E_A t_2 + E_B t_1)\right] \end{aligned} \tag{13}$$

(общий фазовый множитель $\exp(i\vec{p}\vec{x}_1 - i\vec{p}\vec{x}_2)/\hbar$, не отражающийся на наблюдаемых величинах, опущен).

Примем в качестве постулата, что $e^{i\delta} = +1$, если частицы A и B обладают целым спином, и $e^{i\delta} = -1$, если частицы A и B обладают полуцелым спином (в § 3 вопрос о знаке интерференции будет рассмотрен более подробно).

Считая разрешающее время совпадений r малым по сравнению с величиной $|\hbar / 2(E_B - E_A)|$, мы получим для числа запаздывающих совпадений в единицу времени выражение:

$$
\begin{aligned}
p(t_1 t_2) = r\,[\,&|A_1 A_2' f(1,2)|^2 + |A_1 A_2' f(2,1)|^2 \pm \\
&\pm 2\,\mathrm{Re}(A_1' A_2 A_2^* A_1'^* f(1,2) f^*(2,1)\, e^{-\frac{i}{\hbar}(E_B - E_A)t}\,],
\end{aligned}
\tag{14}
$$

где $t = t_2 - t_1$ – время запаздывания ($t > r$). В формуле (14) знак "+" соответствует бозонам, а знак "–" фермионам[x].

Мы видим, что в данном случае, когда $|\vec{p}_A| = |\vec{p}_B|$, вероятность регистрации частиц не зависит от координат, а следовательно, и от размеров счётчиков. При $r \gg |\frac{\hbar}{2(E_B - E_A)}|$ прямой и обменный процессы различимы, поскольку в течение длительного времени возможно достаточно точное измерение энергии; соответственно, после интегрирования по t интерференционный член в формуле (14) становится исчезающе малым. Если $r < t < |\frac{\hbar}{2(E_B - E_A)}|$, частицы A и B ведут себя как тождественные. Заметим, что если отношение масс частиц A и B стремится к единице, то величина $|\hbar / 2(E_B - E_A)| \to \infty$ и время запаздывания t, удовлетворяющее последнему неравенству, может быть выбрано в принципе сколь угодно большим.

---

[x] Если первый и второй счётчики совершенно одинаковы ($A_1 = A_1'$, $A_2 = A_2'$), выражение (14) имеет ту же структуру, что и формула (9) для электронов с противоположными спинами.

Легко понять, что в общем случае регистрации монохроматических частиц, когда лабораторная система не совпадает с системой центра масс, при одном и том же направлении импульсов частиц A и B их абсолютные величины $|\vec{p}_A|$ и $|\vec{p}_B|$ не равны друг другу. Интерференционный член содержит тогда "биения" не только по времени запаздывания, но и по разности координат двух счётчиков. При этом ясно, что интерференция наблюдается, если на размеры счётчиков наложено ограничение

$$
\Delta R \ll \left| \frac{\hbar}{|\vec{p}_A| - |\vec{p}_B|} \right| .
$$

Если же $\Delta R \gg \left|\frac{\hbar}{|\vec{p}_A| - |\vec{p}_B|}\right|$, интерференционный член после интегрирования по $\vec{x}_1$ и $\vec{x}_2$ исчезает. При $m_A \to m_B$ имеем: $E_A \to E_B$ и $|\vec{p}_A| \to |\vec{p}_B|$; экспонента в интерференционном члене, очевидно, стремится к единице, и мы получим те же формулы, что и для тождественных частиц.

Перейдем теперь к менее академическому случаю, когда частицы A и B представлены квантово-механическими пакетами с эффективными размерами $\Delta x \approx \frac{\hbar}{\Delta p}$, где Δp – неопределенность импульса. При этом область столкновения рассматриваемых частиц (или область их рождения), очевидно, также локализована с точностью $\approx \Delta x$. Будем считать, что величина Δx гораздо меньше размеров счётчиков и их расстояний от эффективной области столкновения.

Известно, что координатная волновая пакета имеет вид[5]:

$$
\psi(\vec{R} - \vec{v}t) = e^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\vec{R} - Et)} f(\vec{R} - \vec{v}t), \tag{15}
$$

где $\vec{p}$ – средний импульс, $E = c\sqrt{p^2 + (mc)^2}$, $v = \frac{pc^2}{E}$ –групповая скорость пакета, $f(\vec{R} - \vec{v}t)$ – острая функция аргумента

$(\vec{R} - \vec{v}t)$ x/. Пренебрегая размерами пакета, можно утверждать, что координата пакета связана со временем, прошедшим с момента его образования, классическим соотношением. Легко видеть, что экспонента в формуле (15) при $\vec{R} = \vec{v}t$ имеет вид

$$\exp\left(-i\frac{Mc^2}{\hbar}\;\frac{R}{v\gamma}\right), \tag{15a}$$

где $R = |\vec{R}|$, $v = |\vec{v}|$, M – масса частицы, γ – ее лоренцовский фактор; при этом величина $\frac{R}{v\gamma}$ имеет смысл собственного времени частицы. В случае нестабильных частиц M следует считать комплексной величиной: $M = m - i\frac{\Gamma\hbar}{2c^2}$, где Γ – постоянная распада.

Обозначим средние импульсы частиц A и B, проходящих через первый счётчик, соответственно $p_A^{(1)}$ и $p_B^{(1)}$, а средние импульсы частиц A и B, проходящих через второй счётчик – $p_A^{(2)}$ и $p_B^{(2)}$ $(|\vec{p}^{(1)}| = p^{(1)}$, $|\vec{p}^{(2)}| = p^{(2)})$. Чтобы при регистрации пакетов A и B двумя счётчиками имела место интерференция, необходимо выполнение следующих условий:

α) частицы A и B имеют, по крайней мере, один общий канал распада или взаимодействия, причём в результате измерения обе частицы исчезают или переходят в одинаковые состояния.

β) пакеты частиц A и B, проходящие через счётчики, перекрываются во времени и пространстве, и, следовательно, их групповые скорости почти совпадают $(v_A^{(1)} \approx v_B^{(1)}$, $v_A^{(2)} \approx v_B^{(2)}$ с точностью до величины порядка $v^{(1),(2)}\frac{\Delta x}{R_{1(2)}})$;

---

x/Для простоты мы не учитываем расплывания пакета, которым в реальных случаях часто можно пренебречь (см./5/).

γ) разности средних импульсов

$$|p_A^{(1)} - p_B^{(1)}| \approx |p_A^{(2)} - p_B^{(2)}| \ll \frac{\hbar}{\Delta x}.$$

Последнее требование связано с принципом неопределенности, определяющим условия различимости пакетов. При $|p_A - p_B| \gg \frac{\hbar}{\Delta x}$ относительная фаза пакетов A и B, регистрируемых счётчиками в каждом акте, становится неопределенной из-за конечных размеров пакета, и интерференция отсутствует. Иными словами, при нарушении условия γ) интерференционный член, содержащий пространственные биения (см.выше), исчезает уже при усреднении по размерам пакета.

При выполнении сформулированных выше условий амплитуда регистрации может быть представлена в виде:

$$F = F_1 \pm F_2 ,$$

где F_1 – амплитуда прямого процесса:

$$F_1 = A_1 A_2' f(1,2) \exp\left[-\left(i\frac{m_A c^2}{\hbar} + \frac{\Gamma_A}{2}\right)\frac{R_1}{v^{(1)}\gamma^{(1)}}\right] \exp\left[-\left(i\frac{m_B c^2}{\hbar} + \frac{\Gamma_B}{2}\right)\frac{R_2}{v^{(2)}\gamma^{(2)}}\right], \tag{16}$$

а F_2 – амплитуда обменного процесса

$$F_2 = A_2 A_1' f(2,1) \exp\left[-\left(i\frac{m_B c^2}{\hbar} + \frac{\Gamma_B}{2}\right)\frac{R_1}{v^{(1)}\gamma^{(1)}}\right] \exp\left[-\left(i\frac{m_A c^2}{\hbar} + \frac{\Gamma_A}{2}\right)\frac{R_2}{v^{(2)}\gamma^{(2)}}\right] \tag{17}$$

Здесь $f(i,k)$ $(i,k = 1,2, i \neq k)$ – амплитуда рассеяния (или рождения) частиц A и B, соответствующая вылету частицы A в направлении i-счётчика, а частицы B – в направлении k-счётчика, амплитуды A_1, A_1', A_2, A_2' имеют тот же смысл, что и выше (см. формулы (11÷14)), R_1 и R_2 – расстояния счётчиков от области рассеяния (или рождения) частиц A и B. Время запаздывания при этом, очевидно, равно

$$t = \left| \frac{R_1}{v^{(1)}} - \frac{R_2}{v^{(2)}} \right| .$$

Нетрудно показать, что условия $(\alpha - \gamma)$ в принципе могут быть выполнены одновременно. За исключением ультрарелятивистского предела, о котором , речь будет идти ниже, из условий β и γ автоматически следует, что разность масс $\Delta m < \frac{\hbar}{\Delta x v} \ll m_A \approx m_B$.

С учётом соотношений (16) и (17) для вероятности запаздывающих совпадений при регистрации частиц A и B мы получим следующее выражение:

$$P = \int_{\Delta R_1} \int_{\Delta R_2} P(R_1 R_2)\, dR_1\, dR_2 \ ,$$

где

$$P(R_1 R_2) = |F|^2 = |A_1 A_2'\, f(1,2)|^2\, e^{-(\Gamma_A r_1 + \Gamma_B r_2)} +$$

$$+ |A_2 A_1'\, f(2,1)|^2\, e^{-(\Gamma_A r_2 + \Gamma_B r_1)} \ \pm \qquad (18)$$

$$\pm 2\,\mathrm{Re}\{ A_1 A_2' A_1^{*\prime} A_2^* f(1,2) f^*(2,1) \exp [- \frac{\Gamma_A + \Gamma_B}{2}(r_1 + r_2) - \frac{i(m_A - m_B)c^2}{\hbar}(r_1 - r_2)] \},$$

$r_1 = \frac{R_1}{v^{(1)}\gamma^{(1)}}$, $r_2 = \frac{R_2}{v^{(2)}\gamma^{(2)}}$, – интервалы ΔR_1 и ΔR_2 определяют эффективную "область наблюдения"[x].

---

[x] "Областью наблюдения" мы будем называть пространственную область, которую занимает реальный счётчик, представляющий собой макроприбор. Любой такой счётчик фактически состоит из большого числа "микросчётчиков" , регистрирующих частицы /1/. Чтобы найти вероятность регистрации частиц A и B двумя "макросчётчиками", необходимо просуммировать результаты показаний составляющих их "микросчётчиков", или, иными словами, проинтегрировать выражение (18) по эффективным размерам 1 и 2 счётчиков. Можно, конечно, "областью наблюдения" считать любую пространственную область, размеры которой больше размеров "макросчётчиков". Интегрирование по такой области дает (с точностью до нормировки) число отсчётов "макросчётчиков", усредненное по всем возможным их положениям внутри "области наблюдения".

Если "область наблюдения" имеет размеры

$$\Delta R_{1(2)} \gg \frac{\hbar\, v_{1(2)} \gamma_{1(2)}}{|\Delta m|\, c^2} \ ,$$

интерференционный член в формуле (18) после интегрирования исчезает. Величины

$$\ell_{1(2)} = \frac{\hbar\, v_{1(2)} \gamma_{1(2)}}{|\Delta m|\, c^2} \qquad (19)$$

имеют, очевидно, смысл периодов пространственных биений по координатам R_1 и R_2 (фактически речь идет о пространственно-временных "биениях").

Легко видеть, что если $A_1 = A_1'$ и $A_2 = A_2'$, то при $R_1 \ll \ell_1$, $R_2 \ll \ell_2$ и $|(\Gamma_A - \Gamma_B)(r_1 - r_2)| \ll 1$ мы получим выражение

$$P(R_1 R_2) \approx |f(1,2) \pm f(2,1)|^2 \ ,$$

совпадающее с соответствующей формулой для тождественных частиц.

Если разность масс стремится к нулю, периоды пространственных биений неограниченно возрастают. Следовательно, мы можем утверждать, что в случае корреляционных экспериментов с детекторами, каждый из которых регистрирует некоторую суперпозицию частиц A и B , разность комплексных масс представляет собой некоторый параметр для перехода от нетождественных частиц к тождественным. При $\Delta m - i\frac{\Delta\Gamma\hbar}{2c^2} \to 0$ нетождественные частицы интерферируют так же, как и тождественные.

Можно проследить и другую линию перехода от нетождественных частиц к тождественным. Рассмотрим ультрарелятивистский предел. Анализ показывает, что в этом случае интерференцию в принципе можно наблюдать при любой разности масс. Необходимо только, чтобы импульсы частиц A и B , попадающих в данный детектор, были приближенно

равны друг другу, а их групповые скорости близки к скорости света[x/].
При конечной разности масс m_A и m_B с помощью простых вычислений нетрудно получить следующие выражения для периодов пространственных биений

$$\ell_1 = \frac{2p_1\hbar}{|m_A^2 - m_B^2|\,c^2}, \quad \ell_2 = \frac{2p_2\hbar}{|m_A^2 - m_B^2|\,c^2}, \tag{20}$$

где p_1 –импульс частиц A и B, попадающих в первый счётчик, а p_2–импульс частиц A и B, попадающих во второй счётчик[xx/].

[x/] Заметим, что для частиц, образующихся в результате какого-либо процесса фиксированного типа (например, в результате рассеяния), эти условия при $E_A \to \infty$, $E_B \to \infty$ автоматически выполняются.

[xx/] В ультрарелятивистском пределе экспоненту $e^{i\frac{1}{\hbar}(pR - Et)}$ при $t = \frac{R}{c}$ можно представить в виде $\exp\left(-i\frac{M^2c^2}{2p\hbar}R\right)$. В соответствии с этим формулы (16) и (17) несколько видоизменяются:

$$F_1 \approx A_1 A_2' f(1,2) \exp\left(-\frac{im_A^2\frac{c^2}{\hbar} + \frac{\Gamma_A m_A}{2}}{2p_1} R_1\right) \times$$

$$\times \exp\left(-\frac{im_B^2\frac{c^2}{\hbar} + \frac{\Gamma_B m_B}{2}}{2p_2} R_2\right),$$

$$F_2 \approx A_2 A_1' f(2,1) \exp\left(-\frac{im_A^2\frac{c^2}{\hbar} + \frac{\Gamma_A m_A}{2}}{2p_2} R_2\right) \times$$

$$\times \exp\left(-\frac{im_B^2\frac{c^2}{\hbar} + \frac{\Gamma_B m_B}{2}}{2p_1} R_1\right)$$

При $\Delta m \ll m_A \approx m_B$ выражения (20) переходят в (19). Легко видеть, что при очень больших энергиях ($p_1, p_2 \to \infty$) периоды биений ℓ_1 и ℓ_2 (а также распадные длины пробега) становятся сколь угодно большими за счёт релятивистского эффекта замедления времени. Это означает, что в ультрарелятивистском пределе корреляции между нетождественными частицами имеют такой же характер, как и в случае тождественных частиц (при любом различии величин m_A и m_B).

Заметим, что корреляции типа (18) рассматривались ранее при изучении свойств пар $K^0\bar{K}^0$ – мезонов[6]. При образовании пары $K^0\bar{K}^0$ роль частицы A играет короткоживущий K_1 – мезон, а роль частицы B – долгоживущий K_2– мезон.

Согласно[6], интерференция имеет место в случае, когда детекторы фиксируют линейные суперпозиции K_1 и K_2–$K^0 = \frac{K_1 + K_2}{\sqrt{2}}$ или $\bar{K}^0 = \frac{K_1 - K_2}{\sqrt{2}}$ – в полном соответствии с выводами данного раздела.

Кроме K_1 и K_2, роль частиц A и B в корреляционных опытах могут играть и другие элементарные частицы, например, π и η, ρ и ω и т.д., а также ядра, атомы и молекулы с различными возбужденными уровнями. Обычно, однако, разность масс $m_A - m_B$ настолько велика, что интерференция может иметь место лишь при сверхвысоких, практически недостижимых энергиях. Исключение (помимо нейтральных K– мезонов) составляют атомы или молекулы с близкими энергетическими уровнями, относящимися к различным компонентам сверхтонкого, штарковского или зеемановского расщеплений. Интерференция при регистрации рассеяния таких атомов или молекул двумя детекторами является вполне реальным эффектом и может быть замечена на опыте. При этом существенно, что с помощью внешних электрических и магнитных полей можно изменять разность энергии близких друг к другу уровней, или, иными словами, разность масс $m_A - m_B$, и, в частности, сделать эту разность сколь угодно малой (пересечение уровней). Мы не будем здесь касаться деталей соответствующих конкретных ситуаций, так как этот вопрос требует специального рассмотрения.

В заключение данного раздела подчеркнем, что если суперпозиция частиц A и B физически не реализуется в природе (т.е. не существует приборов, с помощью которых можно было бы наблюдать состояние $c_1|A> + c_2|B>$ при $c_1, c_2 \neq 0$), интерференция в корреляционных опытах с такими частицами в принципе отсутствует. В этом случае обычно говорят, что переходы между частицами абсолютно запрещены правилом суперотбора. В настоящее время известны три более или менее твердо установленных правила суперотбора: для частиц с разными электрическими зарядами; для частиц с разными барионными квантовыми числами; для частиц с целым и полуцелым спином (разными унивалентностями

$F = (-1)^{2s+1}$ [7]) x/. Частицы с одинаковыми зарядами, барионными числами и унивалентностями могут, вообще говоря, интерферировать, даже если их спины различны. Необходимо только, чтобы детекторы фиксировали продукты распада или взаимодействия в узком интервале углов. В случае неравных спинов после усреднения по углам интерференция исчезает.

---

x/ Недавно появились работы /8,9/, в которых справедливость правила суперотбора для электрического заряда подвергается сомнению. Мы не можем здесь подробно обсуждать этот вопрос.

§3. Симметрия полной волновой функции двух нетождественных частиц

С чисто формальной точки зрения всегда можно трактовать любые нетождественные частицы A и B как два состояния одной и той же частицы, которым соответствуют различные значения некоторой дискретной переменной (см., например, теорию изотопического спина /2/ или работу /10/).

Поэтому для любой системы нетождественных частиц мы можем ввести понятие полной волновой функции, зависящей от пространственных и "внутренних" координат x/. В предыдущем разделе мы показали, что если частицы A и B интерферируют в корреляционном опыте, амплитуда их регистрации может быть представлена в форме

$$F(1,2) = A_1 A'_2\, g(1,2) \pm A_2 A'_1\, g(2,1), \qquad (21)$$

где $g(1,2)$ – некоторая функция координат и масс двух частиц (см. формулы (16)-(17)). Ясно, что полная волновая функция ∂_0 измерения в этом случае имеет вид:

$$|\psi(1,2)> = g(1,2)|A>^{(1)}|B>^{(2)} \pm g(2,1)|B>^{(1)}|A>^{(2)}, \qquad (22)$$

где $|A>$ и $|B>$ – "внутренние" волновые функции, а индексы 1 и 2 нумеруют частицы (ср. /10/). Заметим, что выражение (22) носит более общий характер, чем (21), поскольку оно не зависит от типа регистри-

---

x/ К внутренним переменным относятся спин, заряд, масса и т.д.

рующих приборов. Полная волновая функция (22), очевидно, симметрична или антисимметрична относительно полной перестановки пространственных и внутренних координат частиц, которая сводится к замене индексов $1 \to 2$. Из сформулированного выше постулата о знаке интерференции амплитуд прямого и обменного процессов (см. формулы (13) и (18)) следует, что полная волновая функция

а) симметрична, если частицы A и B обладают целым спином;

б) антисимметрична, если частицы A и B обладают полуцелым спином[x/].

Подчеркнем, что в данном случае речь идет о частицах, суперпозиция которых в принципе может быть реализована в природе. Для таких частиц утверждение о характере симметрии полной волновой функции можно доказать следующим образом.

Пусть $g(1,2)$ – амплитуда прямого процесса, тогда очевидно, что $g(2,1)$ с точностью до фазы совпадает с амплитудой обменного процесса. Следовательно, по аналогии с соотношением (13) мы можем написать:

$$|\psi(1,2)\rangle = g(1,2)|A\rangle^{(1)}|B\rangle^{(2)} + e^{i\delta} g(2,1)|A\rangle^{(2)}|B\rangle^{(1)} \tag{23}$$

[x/] На языке квантовой теории поля полная волновая функция частиц A и B симметрична, если операторы полей A и B коммутируют, и антисимметрична, если операторы A и B антикоммутируют в пространственно-разделенных точках. На основе общих теорем локальной теории поля/7,11,12/ можно показать, что в большинстве случаев (в частности, если суперпозиция частиц A и B в принципе наблюдаема) коммутационные соотношения между операторами полей A и B обязательно носят нормальный характер, т.е. при целых спинах s_A и s_B операторы A и B коммутируют, при полуцелых – антикоммутируют, а при полуцелом значении $s_A + s_B$ – коммутируют. Таким образом, постулат о знаке интерференции амплитуд прямого и обменного процессов может быть обоснован с помощью квантовой теории поля.

С другой стороны ясно, что

$$|\psi(1,2)\rangle = e^{i\epsilon}|\psi(2,1)\rangle = e^{i\epsilon}\left(e^{i\delta} g(1,2)|A\rangle^{(1)}|B\rangle^{(2)} + g(2,1)|A\rangle^{(2)}|B\rangle^{(1)}\right) \tag{24}$$

Сравнивая (23) и (24), мы получим, что $e^{i\delta} = e^{i\epsilon}$, $e^{i(\delta+\epsilon)} = 1$. Отсюда следует, что $e^{i\delta} = \pm 1$. Разумеется, это доказательство в полной мере относится и к тождественным частицам[x/].

В разделе 3 мы анализировали корреляционные опыты, в ходе которых регистрация продуктов распада или взаимодействия частиц A и B имеет место только в случае прямого попадания частицы в прибор. В работе/10/, посвященной резонансному взаимодействию частиц через поле излучения, были рассмотрены другие явления, также связанные с характером симметрии полной волновой функции. Мы не будем здесь на них специально останавливаться (см. § 4 работы/10/), но подчеркнем, что и в этом случае проблема знака симметрии полной волновой функции не является академической, поскольку знак симметрии отражается на различных наблюдаемых величинах и, следовательно, может быть определен опытным путем.

Следуя работе/10/, представим полную волновую функцию частиц A и B в виде:

$$|\psi(1,2)\rangle = \left[g(\vec{R}_1 - \vec{R}_2)|A\rangle^{(1)}|B\rangle^{(2)} \pm g(\vec{R}_2 - \vec{R}_1)|A\rangle^{(2)}|B\rangle^{(1)}\right]\chi(\vec{R}_{\text{ц.и.}}), \tag{25}$$

[x/] Стандартное доказательство симметричности или антисимметричности волновых функций тождественных частиц (см. например,/1-3/), по-видимому, нельзя признать вполне последовательным, так как в его основе лежит априорное предположение о том, что двойная перестановка не меняет фазы волновой функции.

где $g(\vec{R})$ – волновая функция относительного движения, а $\chi(R_{ц.и.})$ – волновая функция, описывающая движение центра инерции. Функция χ, очевидно, симметрична относительно полной перестановки двух частиц:

$$\vec{R}_1 \to \vec{R}_2, \quad m_1 \to m_2 \quad (|m_1 - m_2| = |m_A - m_B|).$$

Предположим теперь, что в результате какого-либо процесса рождаются частицы A и B, у которых все внутренние квантовые числа, кроме массы (спин, чётность, заряд, барионное число, странность, изотопический спин и т.д.) совпадают. Ясно, что если разность масс таких частиц очень мала, их взаимодействия с любыми другими частицами должны быть почти одинаковыми. Следовательно, условия рождения частиц A и B в результате какого-либо процесса должны совпадать с условиями образования в этом же процессе пар тождественных частиц AA или BB. Это означает, что координатно-спиновая волновая функция рассмотренных выше частиц в данном случае обладает той же симметрией, что и волновая функция тождественных частиц: в случае целого спина она симметрична, а в случае полуцелого – антисимметрична относительно перестановки пространственных и спиновых координат частиц A и B. В частности, если спин у частиц A и B равен нулю, координатная волновая функция оказывается симметричной по отношению к замене $\vec{R}_1 \to \vec{R}_2$, т.е. в формуле (25)

$$g(\vec{R}_1 - \vec{R}_2) = g(\vec{R}_2 - \vec{R}_1).$$

Таким образом, при $\Delta m \to 0$ вероятность образования системы частиц с одинаковыми внутренними квантовыми числами в состояниях, которые для тождественных частиц абсолютно запрещены, становится исчезающе малой величиной. Мы видим, что и с этой точки зрения параметр Δm играет принципиально важную роль при непрерывном переходе от системы близких друг другу частиц к тождественным[x/].

[x/] Если квантовые числа частиц A и B различны, указанное выше соответствие между волновой функцией этих частиц в пределе $\Delta m \to 0$ и волновой функцией тождественных частиц, вообще говоря, не имеет места. Например, пара $K^0\bar{K}^0$ (разные странности) может обладать как чётными, так и нечётными орбитальными моментами[6].

§4. Интерференция при регистрации нестабильных частиц одним детектором

В § 3 мы проанализировали условия, выполнение которых делает возможным наблюдение интерференции при регистрации нетождественных частиц в корреляционных опытах. Мы установили, что для одних и тех же частиц наличие или отсутствие интерференции зависит от типа приборов. Интерференция имеет место, если в процессе измерения по распадам или взаимодействию фиксируется некоторая суперпозиция частиц $|A\rangle$ и $|B\rangle$, т.е. сами состояния $|A\rangle$ и $|B\rangle$ исчезают. Если же счётчики регистрируют непосредственно состояния $|A\rangle$ и $|B\rangle$, вопрос об интерференции требует специального рассмотрения. В этом случае вероятность совпадений отсчётов двух счётчиков, очевидно, пропорциональна квадрату модуля полной волновой функции (22), просуммированному по внутренним переменным:

$$P(1,2) = \langle \psi(1,2) | \psi(1,2) \rangle = \qquad (26)$$
$$= |g(1,2)|^2 + |g(2,1)|^2 \pm 2\,\mathrm{Re}\,(g(1,2)g^*(2,1))|\langle A|B\rangle|^2.$$

Когда мы говорим, что частицы A и B нетождественны, мы обычно подразумеваем, что в принципе существует способ, который позволяет их полностью различить. Но если такой способ существует, то, согласно аппарату квантовой механики, состояния $|A\rangle$ и $|B\rangle$ должны быть ортогональны друг другу, т.е.

$$|\langle A|B\rangle| = 0. \qquad (27)$$

Следовательно, если счётчики регистрируют различимые состояния A или B, а не их суперпозиции, интерференция в корреляционных опытах не наблюдается (что, впрочем, ясно с самого начала из принципа интерференции, см. §§1-2). Подчеркнем теперь, что полное соответствие между понятиями нетождественности и различимости имеет место, строго говоря, только для стабильных частиц. Конечно, если нестабильные частицы обладают различными квантовыми числами, которые сохраняются в процессах распада, то эти частицы в принципе различимы, и соотношение ортогональности (27) выполняется и для них.

Предположим, однако, что две нестабильных частицы A и B обладают одними и теми же сохраняющимися квантовыми числами, имеют общие каналы распада, но отличаются массами и временами жизни. В случае стабильных частиц с одинаковыми внутренними квантовыми числами, но разными, хотя и близкими друг к другу массами, мы имеем в своем распоряжении в принципе бесконечно большое время для того, чтобы определить массы частиц A и B и тем самым идентифицировать эти частицы. Для нестабильных частиц ситуация несколько иная: время измерения массы ограничено временем жизни. Нетрудно показать, что при этом внутренние состояния частиц A и B, вообще говоря, неортогональны:

$$\langle A | B \rangle = \frac{\sum_n f_{A\to n} f^*_{B\to n}}{\frac{1}{2}(\Gamma_A + \Gamma_B) + i\,\frac{(m_A - m_B)c^2}{\hbar}} \tag{28}$$

Здесь $\Gamma_A = \sum_n |f_{A\to n}|^2$, $\Gamma_B = \sum_n |f_{B\to n}|^2$, $f_{A\to n}(f_{B\to n})$ – амплитуда распада частицы $A(B)$, соответствующая переходу в состояние $|n\rangle$; знак суммы включает также интегрирование по углам^x/.

---

^x/ Формула (28) для нейтральных K^0– мезонов была получена в работе /13/. При этом роль A играл короткоживущий мезон K_S, а роль B – долгоживущий мезон K_L. Если CP – чётность сохраняется $\sum_n f_{K_S\to n} f_{K_L\to n} = 0$ и $\langle K_S | K_L \rangle = 0$; при нарушении CP -инвариантности /13/, вообще говоря, $\langle K_L | K_S \rangle \neq 0$. Легко понять, что формула (28) справедлива для любых нестабильных частиц A и B (подробнее этот вопрос мы обсудим в другой работе).

Существенно, что в случае нестабильных частиц с одинаковыми сохраняющимися квантовыми числами:

$$\sum_n f_{A\to n} f^*_{B\to n} \neq 0 \quad \text{и} \quad \langle A | B \rangle \neq 0.$$

При этом интерференционный член в формуле (28) не равен нулю. Это означает, что такие частицы не полностью различимы.

Нестабильные частицы, для которых выполняется неравенство

$$0 < |\langle A | B \rangle|^2 < 1$$

(мы считаем, что $\langle A | A \rangle = \langle B | B \rangle = 1$), будем называть "квазитождественными" частицами.

Обратим внимание на то, что при $|m_A - m_B| \ll \Gamma_A, \Gamma_B$, $\Gamma_A \to \Gamma_B$ и $f_{A\to n} \to f_{B\to n}$, имеет место соотношение

$$\langle A | B \rangle = 1.$$

Следовательно, при стремлении разности комплексных масс частиц A и B к нулю $\left(\Delta m - i\,\frac{\Delta\Gamma\hbar}{2c^2} \to 0\right)$, "квазитождественные" частицы переходят в "истинно" тождественные (см. § 1), для которых, по определению, $\langle A | B \rangle = 1$.

С другой стороны, если частицы стабильны, то, согласно (28), при любой отличной от нуля разности масс состояния $|A\rangle$ и $|B\rangle$ ортогональны ($\langle A | B \rangle = 0$) в полном соответствии с принципом интерференции.

Перейдем теперь к анализу процесса регистрации частиц A и B одним счётчиком. Легко понять, что если частицы A и B в принципе различимы, интерференция не имеет места. Действительно, наблюдая после акта измерения за частицей, которая не прошла через прибор, мы можем ее идентифицировать и тем самым однозначно указать, какую из частиц – A или B – прибор зарегистрировал. С математической точки зрения, частицы в счётчике не интерферируют, если их состояния ортогональны (см. ниже). Важно подчеркнуть, что, хотя при регистрации таких частиц в корреляционных опытах мы в определенных условиях можем наблюдать интерференцию (см. § 2), в случае удаления второго детектора при любом способе регистрации интерференционный член становится тождественно равным нулю.

Что же касается упомянутых выше "квазитождественных" частиц, то их состояния неортогональны, и поэтому можно ожидать наличия интерференции при регистрации этих частиц одним счётчиком. Рассмотрим этот вопрос подробнее. Предположим, что мы наблюдаем рассеяние частиц A и B в системе центра инерции. Будем по-прежнему считать, что амплитуды регистрации частиц A и B рассмотренным выше счётчиком - фильтром (см. § 2) пропорциональны A_1 и A_2. Обозначим $f(\theta)$ амплитуду рассеяния частицы A на угол θ. Непосредственно после рассеяния полная волновая функция системы AB, очевидно, пропорциональна:

$$|\psi_{AB}(0)\rangle = f(\theta)\,|A\rangle^{(1)}|B\rangle^{(2)} \pm f(\pi-\theta)\,|A\rangle^{(2)}|B\rangle^{(1)}. \tag{29}$$

Прохождению какой-либо частицы через счётчик, находящийся на расстоянии R от области рассеяния, соответствует состояние:

$$|\psi_{AB}(r)\rangle \approx f(\theta)\,|A\rangle^{(1)}\,|B\rangle^{(2)} \exp\left[-\left(i\frac{m_A c^2}{\hbar}+\frac{\Gamma_A}{2}\right)r\right] \pm$$

$$\pm f(\pi-\theta)\,|B\rangle^{(1)}|A\rangle^{(2)} \exp\left[-\left(i\frac{m_B c^2}{\hbar}+\frac{\Gamma_B}{2}\right)r\right]. \tag{30}$$

Здесь $r = \frac{R}{v\gamma}$, $v = v_A = v_B$ - скорости частиц A и B, γ -лоренцовский фактор (см. (16)-(17)).

Отсюда с точностью до нормировки полная вероятность регистрации частиц A или B данным счётчиком, очевидно, равна

$$P(1) = |A_1|^2\,|f(\theta)|^2\,e^{-\frac{1}{v\gamma}\Gamma_A R} + |A_2|^2\,|f(\pi-\theta)|^2\,e^{-\frac{1}{v\gamma}\Gamma_B R} \pm$$

$$\pm 2\,\mathrm{Re}\left\{f(\theta)f^*(\pi-\theta)\,A_1 A_2^* \exp\left[-\frac{R}{v\gamma}\left(\frac{i(m_A-m_B)c^2}{\hbar}+\frac{\Gamma_A+\Gamma_B}{2}\right)\right]\langle A|B\rangle\right\}. \tag{31}$$

Если $\langle A|B\rangle = 0$, при $A_1 = A_2$ мы получим известную формулу для нетождественных частиц:

$$P(1) = |f(\theta)|^2 + |f(\pi-\theta)|^2.$$

Однако при $m_A - i\frac{\Gamma_A\hbar}{2c^2} \to m_B - i\frac{\Gamma_B\hbar}{2c^2}$ величина $\langle A|B\rangle \to 1$, и мы получаем формулу для сечения рассеяния тождественных частиц:

$$P(1) = |f(\theta)|^2 + |f(\pi-\theta)|^2 \pm 2\,\mathrm{Re}\,f(\theta)\,f^*(\pi-\theta)$$

Итак, в случае нестабильных частиц с одинаковыми сохраняющимися внутренними квантовыми числами понятия нетождественности частиц или их тождественности не имеют того абсолютного значения, к которому мы привыкли. Такие частицы, и только такие (!), интерферируют при их регистрации одним детектором[x/].

[x/] Если CP - инвариантность нарушается, состояния K_L и K_S вообще говоря, неортогональны /13/. При этом, как показано в работе /14/, имеет место интерференция при регистрации нейтральных K-мезонов, образующих систему $K_L\ K_S$, одним детектором - в полном соответствии с выражением (31).

З а к л ю ч е н и е

Различия в поведении систем тождественных и нетождественных частиц представляются абсолютными только при рассмотрении этого вопроса, без анализа в каждом отдельном случае специфических особенностей именно данной конкретной ситуации. Выше было показано, что такой анализ выявляет существование разнообразных интерференционных явлений и связанного с ними непрерывного перехода от частиц различающихся к частицам тождественным. Критерием, определяющим этот переход, является соотношение между разностью масс Δm и характерной длительностью рассматриваемого процесса: чем меньше величина Δm, тем больше тот интервал времени, в течение которого поведение различающихся частиц сходно с поведением частиц тождественных.

В связи с изложенным возникают некоторые дополнительные вопросы, заслуживающие специального обсуждения. Один из них касается особенностей квантовой статистики систем, содержащих частицы с близкими массами. Свойства равновесного состояния таких систем во многих случаях такие же, как и для систем нетождественных частиц. Можно, однако, думать, что процесс установления равновесия проходит два этапа: сначала достигается промежуточное квазиравновесное состояние – такое же, как для частиц тождественных – которое затем постепенно переходит к окончательному равновесию, причём тем медленнее, чем меньше величина Δm.

Другой вопрос относится к симметрии волновой функции различающихся частиц. В § 3 он был кратко рассмотрен применительно к случаю, когда обе частицы возникают одновременно в ходе одного и того же процесса. Случай генерации в различных независимых друг от друга процессах обладает рядом дополнительных интересных особенностей, и мы предполагаем обсудить его в следующей работе.

Авторы благодарят В.Г.Барышевского и Б.Н.Валуева за участие в обсуждениях. Один из нас (М.П.) сердечно благодарит проф. М.Даныша, дискуссии с которым способствовали постановке ряда вопросов, рассмотренных в настоящей публикации.

Л и т е р а т у р а

1. Р.Фейнман, Р.Лейтон, М.Сэндс. Фейнмановские лекции по физике, т.8, Квантовая механика, Изд. "Мир", 1966.
2. Л.Д.Ландау и Е.М.Лифшиц. Квантовая механика, ГИФМЛ, 1963.
3. Л.Шифф, Квантовая механика, Изд. ин.лит., 1957.
4. Р.Глаубер. Оптическая когерентность и статистика фотонов в книге „Квантовая оптика и квантовая радиофизика", изд. "Мир", 1966.
5. М.Гольдбергер и К.Ватсон. Теория столкновений, Изд. "Мир", 1967.
6. В.И.Огиевецкий и М.И.Подгорецкий. ЖЭТФ, 43, 1362, 1962.
7. Р.Стриттер и А.Вайтман, РСТ, спин, статистика и все такое. Изд. "Наука", 1966.
8. Y.Aharonov and L.Susshind. Phys. Rev., 155, 1428 (1967).
9. W.B.Rolnick, Phys. Rev. Lett., 19, 717 (1967).
10. В.Л.Любошиц, ЖЭТФ, 53, 1630, 1967.
11. G.Luders, Zs.Naturforsch, 13a, 254 (1958).
12. H.Araki, J.Math. Phys. 2, 267 (1961).
13. Bell S. and J.Steinberger, Oxford International Conference,1965.
14. В.Л.Любошиц, ЯФ, 3, 895, 1966.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 марта 1968 года.