ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 3694

Д.Ц.Стоянов

ОБ ОДНОЗНАЧНОСТИ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ "ПАРЦИАЛЬНЫХ" АМПЛИТУД В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЗАДАЧЕ ТРЕХ ЧАСТИЦ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1968

Р2 - 3694

Д.Ц.Стоянов

ОБ ОДНОЗНАЧНОСТИ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ "ПАРЦИАЛЬНЫХ" АМПЛИТУД В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЗАДАЧЕ ТРЕХ ЧАСТИЦ

Направлено в Изв. БАН

Составная модель (кварковая модель) элементарных частиц привела к рассмотрению задачи многих тел, число которых не слишком велико. Хотя эта задача в принципе не решена, все-таки некоторые простые результаты ее решения можно предугадать. Таким, например, был случай с гипотезой аддитивности кварковых амплитуд при рассеянии адронов [1,2]. Вместе с этим, однако, выяснилось, что свойство аддитивности отнюдь не зависит от конкретного характера сил взаимодействия между кварками, а есть более общее свойство самой теории многих частиц [4]. Это особенно хорошо видно на примере трех частиц [5]. Именно, пренебрегая силами, действующими между двумя частицами, образующими связанное состояние, трехчастичная амплитуда становится равной сумме двух двухчастичных. На этом примере особенно чётко видно, что аддитивность является свойством уравнений и ею можно пользоваться в любой модели. Надо отметить, что такие свойства самой теории (а не конкретного характера задачи) наблюдались и раньше. Известно, например, что уравнение Липмана-Швингера можно решить в общем виде, если потенциал взаимодействия (ядро уравнения) факторизуется по начальным и конечным координатам (или импульсам) частиц.

Исследования общих свойств данной теории (в общем виде, без конкретизации модели) имеют большое значение и они весьма плодотворны. Достаточно опять вспомнить об одной только аддитивности [1,2,6] (в последней работе содержатся ссылки на большое количество других работ по этим же вопросам).

В этой работе мы обратим внимание еще на один факт подобного рода из релятивистской теории трех частиц в случае парных взаимодействий. В.П.Шелестом и автором [5,7] было получено уравнение для "парциальных" амплитуд рассеяния частицы на связанном состоянии:

$$M_{ab} = \bar{K} - \bar{K}_a + \sum_{m\neq b} M_{am}\, g_m\, \bar{K}_m \qquad (1)$$

$$a, b, m = 0,1,2,3 \qquad \bar{K}_0 = 0 ,$$

где $\bar{K} = \bar{K}_1 + \bar{K}_2 + \bar{K}_3$, $\bar{K}_m$ - ядро, в котором две частицы взаимодействуют между собой, а m -тая проходит свободно, M_{ab} - "парциальная" амплитуда, определенная в работе [7], g_m - функция Грина трех частиц, из которых m - тая не взаимодействует с остальными. Из уравнений (1) для M_{ab} с помощью несложных выкладок можно получить

$$M_{ab}\, g_b = (\bar{K} - \bar{K}_a) G \qquad a, b = 1, 2, 3, 0 , \qquad (2)$$

где G - полная трехчастичная функция Грина [8] (напомним, что рассматривается случай, когда отсутствуют трехчастичные силы). Из равенства (2) следует, что выражения типа $M_{ab}\, g_b$ не зависят от второго индекса

$$M_{ab}\, g_b = M_{ac}\, g_c \qquad a, b, c = 0, 1, 2, 3 \qquad (3)$$

для произвольных b и c. Подставляя последнее в (1), получим

$$M_{ab} = \bar{K} - \bar{K}_a + M_{ab}\, g_b (\bar{K} - \bar{K}_b) \qquad a, b = 0,1,2,3 . \qquad (4)$$

Полученные уравнения уже являются разделенными по различным "парциальным" амплитудам и в принципе они проще, чем зацепленная система (1). Однако мы покажем, что простота уравнений (3) кажущаяся. Она не имеет однозначного решения, и для того, чтобы выбрать подходящее решение, приходится к уравнениям (3) добавлять некоторые условия.

Определим величины T_a и $\bar{T}_b$ с помощью следующих равенств соответственно:

$$g_0 T_a g_0 = g_0 \bar{K}_a G = G \bar{K}_a g_0 \qquad a = 1,2,3 \tag{4}$$

$$g_0 \bar{T}_b g_0 = g_0 \bar{K}_b g_b = g_b \bar{K}_b g_0 \qquad b = 0,1,2,3 . \tag{5}$$

Из (2) и (4) получаем

$$(\bar{K} - \bar{K}_a) G = \sum_{\alpha \neq a} T_\alpha g_0 \qquad a = 1,2,3 \quad \alpha = 0,1,2,3 \quad . \tag{6}$$

Учитывая, кроме того, еще и (5), после несложных выкладок получаем:

$$2 T_a = \sum_{\alpha=1}^{3} \epsilon_{a\alpha} M_{\alpha b} + \sum_{\alpha=1}^{3} \epsilon_{a\alpha} M_{\alpha b} g_0 \bar{T}_b \, , \tag{7}$$

где

$$\| \epsilon_{\alpha\beta} \| = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad a = 1,2,3 \quad \alpha, b = 0,1,2,3 \tag{8}$$

и еще

$$T = M_{0b} + M_{0b} g_0 \bar{T}_b \qquad b = 0,1,2,3 \, , \tag{9}$$

где T – полная трехчастичная амплитуда рассеяния.

Рассмотрим величину

$$\Delta_b = 2M_{0b} - \sum_{\alpha=1}^{3} M_{\alpha b} \qquad \alpha, b = 0,1,2,3 \quad . \tag{10}$$

Используя уравнения (3), легко получить, что Δ_b удовлетворяют следующей системе однородных уравнений

$$\Delta_b = \sum_{m \neq b} \Delta_m g_m \bar{K}_m \qquad m = 1,2,3,0 \, . \tag{11}$$

С другой стороны, используя (7) и (9) и кроме того учитывая, что

$$T = T_1 + T_2 + T_3 \;{}^{/8/}, \tag{12}$$

можно легко получить, что Δ_b должно удовлетворять еше и следуюшей системе однородных уравнений

$$\Delta_b = -\Delta_b g_0 \bar{T}_b = -\Delta_b g_b \bar{K}_b \qquad b = 0,1,2,3\ . \tag{13}$$

Из полученного равенства следует, что T_a и T определяются однозначно из M_{ab} вне зависимости от произвола, который мог бы возникнуть, если (11) имеет ненулевое решение. Действительно, уравнение (11) является, с другой стороны, однородной частью уравнения (1) и поэтому, если M_{ab} – решение (1), то $M_{ab} + \Delta_b$, тоже является решением того же уравнения. В силу, однако, (13) видно, что если в (7) и (9) вместо M_{ab} подставим $M_{ab}+\Delta_b$, то они не изменятся.

Из всех выписанных до сих пор формул можно выделить некоторые частные. Именно, если в (7) положим

$$b = 0\ , \tag{14}$$

то в силу того, что

$$\bar{T}_0 \equiv 0\ , \tag{15}$$

получаем

$$2T_a = \sum_{a=1}^{3} \epsilon_{aa} M_{a0} \qquad a = 1,2,3\ . \tag{16}$$

С другой стороны, в случае (14) и в силу (15) из (9) получаем

$$T = M_{00}\ . \tag{17}$$

Подставляя T и T_a в (12), из (16) и (17) имеем

$$2M_{00} - (M_{10} + M_{20} + M_{30}) = 0\ ,$$

т.е.

$$\Delta_0 = 0\ . \tag{18}$$

Имея в виду последнее, систему (11) можно представить в виде

$$\sum_{b=1}^{3} \epsilon_{ab} \Delta_b = 2 \Delta_a g_a \bar{K}_a \qquad a = 1,2,3 . \tag{19}$$

Используя (13) из (19), получаем, что

$$\sum_{b=1}^{3} \Delta_b = 0 . \tag{20}$$

Теперь умножим уравнение (11) ($b \neq 0$) справа на g_0 и используя тождество

$$g_m \bar{K}_m g_0 = g_m - g_0 , \tag{21}$$

имеем

$$\Delta_b g_0 = \sum_{m \neq b} \Delta_m g_m - \sum_{m \neq b} \Delta_m g_0 \qquad \begin{matrix} b = 1,2,3 \\ m = 1,2,3 \end{matrix} \tag{22}$$

или

$$\sum_{m \neq b} \Delta_m g_m = \sum_{m=1}^{3} \Delta_m g_0 \qquad b, m = 1,2,3 \tag{23}$$

и в силу (20) окончательно имеем:

$$\sum_{m \neq b} \Delta_m g_m = 0 \qquad b, m = 1,2,3 . \tag{24}$$

Легко сообразить, что из последней системы следует, что

$$\Delta_m g_m = 0 \qquad m = 1,2,3 \tag{25}$$

и, следовательно, из (11) получаем, что

$$\Delta_b = 0 . \tag{26}$$

Таким образом, мы доказали следующую теорему.

Однородная часть системы (1) имеет только нулевое решение и, следовательно, решение системы (1) (если оно существует) единственное. Кроме того вместо уравнения (1) можно пользоваться незацепленной системой (4). Эта система не имеет однозначного решения. Необходимые решения должны подбираться так, чтобы

$$\sum_{a=1}^{3} M_{ab} = 2M_{0b} \qquad b = 0,1,2,3 . \qquad (27)$$

Содержание доказанной теоремы показывает, что хотя в (4) как будто "парциальные" амплитуды и не запутываются, все-таки к (4) всегда следует добавлять (27) (для однозначности), что уже делает эту задачу ничуть не легче решения системы (1), так как из бесконечного числа решений системы (4) мы должны выбрать тринадцать, которые удовлетворяют (27). На наш взгляд, в большинстве случаев будет целесообразно пользоваться системой (1), поскольку она имеет однозначное решение.

Видно, что здесь только из вида уравнений (и в силу некоторых необходимых предположений об ограниченности и интегрируемости) без конкретной фиксации ядер интегральных уравнений добились доказательства единственности решения системы типа (1), т.е. здесь мы снова сталкиваемся со свойством теории, а не с типом взаимодействия, как это было в тех случаях, которые мы перечислили в начале этой работы.

Литература

1. Е.М.Левин, Л.Л.Франкфурт. ЖЭТФ, письма 2, 105 (1965).
2. H.I.Lipkin, F.Schek, Phys. Rev.Letters <u>86</u>, 77 (1965).
3. Н.Н.Боголюбов, Нгуен ван Хьеу, Д.Стоянов, Б.В.Струминский, А.Н.Тавхелидзе, В.П.Шелест. Препринт ОИЯИ Д-2075, Дубна (1965).
4. J.J.J. Kokkedee, L.Van Hove. Nuovo Cim. <u>42</u>, 711 (1966).
5. Д.Стоянов, В.Шелест. Ядерная физика <u>3</u>, вып. 5 (1965).
6. Р.П.Зайков, Д.Ц.Стоянов. Препринт ОИЯИ, Дубна, Р3-3359 1967.
7. V.P.Shelest and D.Stoyanov. Phys.Letters <u>13</u>, 253 (1964).
8. Д.Стоянов. Препринт ОИЯИ Р-1777, Дубна 1967.

Рукопись поступила в издательский отдел
5 февраля 1968 года.