

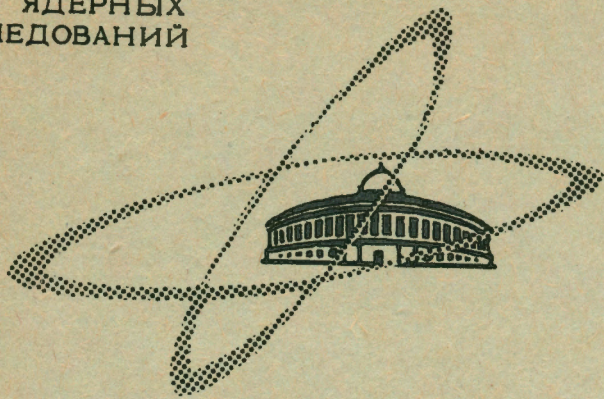
3670

ЭКЗ. ЧИТ. ЗА

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2 - 3670



Л. Д. Соловьев, А. В. Щелкачев

ОБ УЧЕТЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЭФФЕКТОВ
В ДИСПЕРСИОННЫХ СООТНОШЕНИЯХ
ДЛЯ РАССЕЯНИЯ ВПЕРЕД

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1968

P2 - 3670

Л.Д.Соловьев, А.В.Щелкачев

**ОБ УЧЕТЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЭФФЕКТОВ
В ДИСПЕРСИОННЫХ СООТНОШЕНИЯХ
ДЛЯ РАССЕЯНИЯ ВПЕРЕД**

Направлено в ЯФ

**Научно-техническая
библиотека
ОИЯИ**

В в е д е н и е

Сравнение с экспериментом дисперсионных соотношений для рассеяния вперед является важнейшим средством проверки основных принципов теории на малых расстояниях. Однако из опыта мы получаем амплитуду, которая содержит радиационные поправки. Поскольку в настоящее время нет безупречного способа получения чисто ядерной амплитуды из данных эксперимента, то для повышения точности проверки дисперсионных соотношений при высоких энергиях нужно использовать дисперсионные соотношения непосредственно для амплитуды, получаемой из эксперимента и включающей радиационные поправки. Необходимость учёта этих поправок уже при достигнутой точности эксперимента связана с тем, что реальная часть амплитуды при больших энергиях много меньше мнимой, и малые радиационные поправки к мнимой части могут дать относительно большой вклад в реальную часть.

В самом деле, за счёт электромагнитного взаимодействия амплитуда пион-нуклонного рассеяния может отличаться от чисто ядерной множителем $e^{i\delta}$ где фаза $\delta = a \ln \omega$ ($a = 1/137$, ω - энергия пиона в лабораторной системе ^{x/}). При $\omega = 30$ Гэв эта фаза равна 0,04, в то время как отношение реальной части амплитуды к мнимой $\beta \approx 0,1 - 0,2$ при той же энергии. Если пренебречь электромагнитным фазовым множителем, то β изменится на величину порядка δ , то-есть на 20-40%, в то время как в последних опытах Линденбаума ^{1/} ошибка в измерении β приближается к 10-20%.

^{x/} В статье используются рациональные единицы: $c = 1$; $\hbar = 1$, $m = 1$ (m - масса пиона).

Ниже мы будем в основном рассматривать электромагнитные поправки именно такого типа, содержащие кроме α большой фактор $\ln \omega$ или $\ln(1/\theta)$. Поправки порядка α пока лежат за пределами точности эксперимента. Тем не менее, в принципе нужен учёт и таких поправок. Поэтому в настоящей работе записываются сначала дисперсионные соотношения в общей форме, учитывающие все поправки порядка α (п.3). Далее в п.4 рассматриваются поправки, существенные при высоких энергиях. Это поправки двух видов. Во-первых, нужно учесть, что электромагнитные эффекты могут изменить асимптотику реальной части амплитуды $T^{(-)}$, где $T^{(\mp)} = T_{-}^{\mp} + T_{+}^{\mp}$ и нижние знаки относятся соответственно к $\pi^{-}p$ - и $\pi^{+}p$ - рассеянию. В самом деле, пусть T^n - чисто ядерная амплитуда, а δ - вещественная электромагнитная фаза. Нормируем T^n на полное сечение, так что $\text{Im} T_{\pm}^n = \sigma_{\pm}$. Тогда, если даже $\text{Re} T_n^{(-)} \rightarrow 0$ при $\omega \rightarrow \infty$, как это часто предполагается, то

$$\text{Re} T^{(-)} = \cos \delta \text{Re} T_n^{(-)} + \sin \delta \text{Im} T_n^{(+)} \rightarrow \text{Re} T_n^{(-)} + \delta [\sigma_{-}(\infty) + \sigma_{+}(\infty)].$$

Если фаза δ медленно меняется с энергией, то учёт этой поправки сводится к добавлению константы в дисперсионном соотношении для $T^{(-)}$.

Поправки второго типа - это учёт интерференции кулоновского и ядерного взаимодействий в оптической теореме, связывающей мнимую часть амплитуды с наблюдаемым полным сечением.

Далее в работе обсуждаются некоторые теоретические модели для нахождения из эксперимента чисто ядерной амплитуды (п.5), а также последние экспериментальные данные Линденбаума^{/1/} (п.6). Выводы собраны в п.6.

2. Определения амплитуд

Полную амплитуду рассеяния заряженных частиц запишем в виде

$$T_{\lambda} = T_0 + e^{F_{\lambda}} T. \quad (1)$$

Фотонная масса λ введена для устранения инфракрасных расходимостей. Кулоновская амплитуда T_0 известна, она соответствует диаграммам, в которых заряженные частицы обмениваются только фотонами. Для малых углов $T_0 \rightarrow \infty$. Амплитуда T конечна и будет рассматриваться в дальнейшем. Все расходимости при $\lambda \rightarrow 0$ собраны в факторе $\exp\{F_{\lambda}\}$. В^{/2/} было получено выражение для F_{λ} в виде фейнмановского интеграла. Нам удобнее

записать F_{λ} в дисперсионной форме^{/3/}:

$$F_{\lambda} = -z_1 z_2 \alpha \{ 2\phi_{\lambda}(s, 1, M) - 2\phi_{\lambda}(u, 1, M) + 2\phi_{\lambda}(t, M, M) + 2\phi_{\lambda}(t, 1, 1) \} \\ 2\phi_{\lambda}(s, m_1, m_2) = \beta(s, m_1, m_2) \ln(c/\lambda^2) - \epsilon(s, m_1, m_2) \quad (2)$$

$$\beta(s, m_1, m_2) = \frac{s - (m_1 - m_2)^2}{\pi (m_1 + m_2)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds_1 (s_1 - m_1^2 - m_2^2)}{K(s_1) [s_1 - (m_1 - m_2)^2] (s_1 - s - i\epsilon)}$$

Здесь s, u и t - обычные мандельштамовские переменные,

$$K(s) = \{ [s - (m_1 - m_2)^2] [s - (m_1 + m_2)^2] \}^{1/2},$$

z_1 и z_2 - заряды частиц в единицах e . Величины c и ϵ здесь, вообще говоря, не определены. Если для F_{λ} взять градиентно-инвариантное выражение в виде фейнмановского интеграла^{/2/}, как это было сделано в работе^{/4/}, то $c = m_1 \cdot m_2$

$$\epsilon(s, m_1, m_2) = \frac{s - (m_1 - m_2)^2}{\pi (m_1 + m_2)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds_1}{(s_1 - s - i\epsilon) [s_1 - (m_1 - m_2)^2]} \left\{ \frac{s_1 - m_1^2 - m_2^2}{K(s_1)} \ln \frac{m_1 m_2 s_1 + K^2(s_1)}{K^2(s_1)} + \frac{K(s_1)}{2s_1} \right\}. \quad (3)$$

Для рассеяния вперед ($t=0$) $\text{Re} F_{\lambda}$ конечна при $\lambda \rightarrow 0$ и стремится к нулю при $s \rightarrow \infty$, так что при высоких энергиях ею можно пренебречь и

$$F_{\lambda} \Big|_{t=0, s \gg M} = -\frac{iz_1 z_2 \alpha (s-1-M^2)}{[s-(M+1)^2][s-(M-1)^2]} \ln \frac{[s-(M+1)^2][s-(M-1)^2]}{s \lambda^2} = -i \eta \ln \frac{4p^2}{\lambda^2}, \quad (4)$$

где $\eta = z_1 z_2 \alpha / v$, p - импульс в системе центра масс, v - лабораторная скорость пиона. Это выражение является релятивистским обобщением расходящейся кулоновской фазы, которая возникает и при нерелятивистском рассмотрении задачи.

В определении конечной части F_λ имеется произвол. Если в качестве ϵ и ϵ' в (2) выбрать выражения

$$\epsilon^B = (1,06/a)^2; \quad \epsilon'^B(s,1,M) = 0, \quad (5)$$

где a - радиус ядерного взаимодействия, то формулы (1), (2), (5) будут соответствовать амплитуде Бете T^B [5,6,7,8], связанной с амплитудой T (1), (2), (3) - соотношением

$$T = \exp \{ 2i\eta \ln(2pa/1,06) \} T^B. \quad (6)$$

3. Дисперсионные соотношения

Как видно из (2), (3) при $t = 0$ F_λ является аналитической функцией переменной $\omega = (1/2M^2)(s - M^2 - 1)$ с вещественными разрезами $(-\infty, -1)$, $(+1, +\infty)$. $F_\lambda \rightarrow 0$ при $\omega \rightarrow \infty$ всюду, кроме действительной оси. Вдоль действительной оси $\text{Im} F_\lambda$ при больших ω пропорциональна $\ln \omega$, если использовать определение (3). При бетевском определении (5) $\text{Im} F_\lambda(\omega) \rightarrow \text{const}$ при $\omega \rightarrow \infty$. При обоих определениях F_λ удовлетворяет соотношениям перекрестной симметрии

$$F_\lambda(-\omega) \Big|_{\pi+p} = F_\lambda^*(\omega) \Big|_{\pi-p}. \quad (7)$$

Мы будем предполагать, что амплитуда $T(\omega)$ (или T_B) является с учётом электромагнитных взаимодействий при $\lambda=0$ аналитической функцией ω с разрезом вдоль вещественной оси, соответствующим унитарности (т.е. от $-\infty$ до $+1/2M$ и от $-1/2M$ до $+\infty$), и имеет ограниченную степень роста при $\omega \rightarrow \infty$. Точнее, мы предположим, что степень роста T не выше той, которая принимается в теории сильных взаимодействий (см. дисперсионные соотношения (9) ниже). Эти предположения нетрудно проверить в низших порядках теории возмущений. По-видимому, их можно доказать и в общем случае.

Используя соотношения перекрестной симметрии для функций T_λ и F_λ , получаем

$$D_+(\omega) = D_-(-\omega); \quad A_+(\omega) = -A_-(-\omega), \quad (8)$$

где $D_\pm = \text{Re} T_\pm$, $A_\pm = \text{Im} T_\pm$. (Нижние знаки относятся соответственно к π^-p - и π^+p -рассеянию).

Запишем теперь дисперсионные соотношения для

$$T^{(+)}(\omega) = 1/2 (T_-(\omega) \pm T_+(\omega)) \text{ в виде}$$

$$D^{(+)}(\omega) = D^{(+)}(1) + \frac{f^2(\omega^2-1)}{M[1-(1/2M)^2][\omega^2-(1/2M)^2]} + \frac{\omega^2-1}{\pi} \int_{-1/2M}^{\infty} \frac{d\omega_1 \omega_1 A^{(+)}(\omega_1)}{-1/2M(\omega_1^2-1)(\omega_1^2-\omega^2)} \quad (9)$$

$$D^{(-)}(\omega) = \omega C(\omega) + \frac{2f^2 \cdot \omega}{\omega^2 - (1/2M)^2} + \frac{\omega}{\pi} \int_{-1/2M}^{\infty} \frac{d\omega_1 \omega_1 A^{(-)}(\omega_1)}{\omega_1^2 - \omega^2}.$$

Мнимую часть амплитуды в ненаблюдаемой области можно представить в виде суммы по системе состояний, содержащих один нуклон и произвольное число фотонов. В первом порядке по a $\text{Im} T$ выражается в этой области через аналитическое продолжение амплитуды фоторождения (см. приложение 1). Приблизительно вклад этой области в дисперсионный интеграл можно оценить, используя для амплитуды фоторождения формулы работы [9] и учитывая вклад (3,3) резонанса и борновский член. Эти оценки показывают, что вклад ненаблюдаемой области в дисперсионные соотношения при высоких энергиях ($\omega \geq 5$ Гэв) невелик ($\sim a$), и при современной точности эксперимента им можно пренебречь.

4. Поправки при высоких энергиях

Теперь мы рассмотрим подробнее те радиационные поправки, которые существенны для проверки дисперсионных соотношений в области высоких энергий.

Во-первых, учёт электромагнитного взаимодействия ведет к изменению асимптотики амплитуды T . Соответственно меняется величина константы вычитания C в дисперсионных соотношениях для $D^{(-)}$ (9). Пусть для чисто ядерной амплитуды T_n $C = C_{st} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{D_n^{(-)}(\omega)}{\omega}$.

Пусть, далее, $T_{\pm} = e^{\pm i\delta} T_{\pm}^n$. Тогда в первом порядке по α

$$D^{(-)} = D_n^{(-)} + \omega \delta / 8\pi (\sigma_- + \sigma_+).$$

Отсюда

$$C = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{D^{(-)}(\omega)}{\omega} = C_{em} + C_{st}, \quad (10)$$

где

$$C_{em} = \delta / 8\pi (\sigma_-(\infty) + \sigma_+(\infty)).$$

Фаза δ , вообще говоря, может зависеть от энергии. Предположим, например, что в модели Бете^{5-8/} получается чисто ядерная амплитуда $T_n = T_B$ (5). Тогда T отлична от T_n . Фаза $\delta_B = 2i\eta \ln(2pa/1,06)$ (6). В рассматриваемом диапазоне энергий эту фазу можно считать константой $\delta_B = 0,049$. (В интервале энергий 10-60 Гэв максимальная абсолютная ошибка при такой замене $\Delta\delta = 0,007$ или порядка 15% δ). При этом в дисперсионных соотношениях для T

$$C_{em} = 3,8 \cdot 10^{-3}.$$

Если асимптотика $D_n^{(-)}$ определяется вкладом одного или нескольких полюсов Редже^{10/}, то $C_{st} = 0$. В общем случае при строгом математическом выводе дисперсионных соотношений для T константу C_{st} нельзя отбрасывать^{11/}.

C_{st} может быть не только константой, но и функцией ω , достаточно медленно убывающей при $\omega \rightarrow \infty$, например, $1/\ln \omega$. Приближенную оценку

C_{st} можно получить, сопоставляя результаты измерения сечения реакции перезарядки $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$ с теоретическим значением $d\sigma_{ex}/dt$, которое получается из соотношений изотопической инвариантности для чисто ядерной амплитуды. $\text{Im } T_{ex} = -1/\sqrt{2} A_n^{(-)} = \frac{\omega(\sigma_+ - \sigma_-)}{4\pi\sqrt{2}}$ при $t=0$. $\text{Re } T_{ex} = -\frac{1}{\sqrt{2}} D_n^{(-)}$ находим из дисперсионных соотношений (9), содержащих C_{st} . Учитывая ошибки измерения $d\sigma_{ex}/dt$, σ_+ и σ_- , получаем $|C_{st}| \leq 2,5 \cdot 10^{-3}$, т.е. того же порядка, что и C_{em} . При таких C_{st} можно определить амплитуду $\bar{T}^{(-)}$ так, чтобы для нее были справедливы дисперсионные соотношения без вычитаний. Для такой амплитуды $\bar{C}_{em} = C_{st}$. Однако нет никаких оснований утверждать, что эта амплитуда \bar{T} и будет чисто ядерной.

В принципе величины C и C_{st} можно оценить, используя данные по πp -рассеянию при низких энергиях. Дисперсионные соотношения с двумя вычитаниями при $\omega \rightarrow \infty$ дают^{12/}:

$$\Delta(1) - \Delta(\infty) = \frac{2f^2}{1 - (1/2M)^2} + \frac{1}{4\pi^2} \int_{-1/2M}^{\infty} \frac{d\omega}{\sqrt{\omega^2 - 1}} [A_-(\omega) - A_+(\omega)]. \quad (11)$$

Здесь

$$\Delta(\infty) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} D^{(-)}(\omega)/\omega = C; \quad \Delta(1) = 2/3 (a_1 - a_3)(1 + 1/M)$$

$(a_1 - a_3)$ - длина πN -рассеяния в s -состоянии.

Чтобы получить C_{st} , достаточно вместо A_{\pm} подставить в (11) $A_{\pm}^n = \sigma_{\pm}^n(\omega)$. Точность определения C_{st} зависит также и от удачного выбора модели, с помощью которой по данным эксперимента находится чисто ядерная длина $(a_1 - a_3)$. К сожалению, при современных ошибках измерений в области низких энергий этот метод приводит к абсолютной ошибке $\Delta C \geq 5 \cdot 10^{-3}$, превышающей ожидаемое значение константы C .

Проанализируем теперь подробно радиационные поправки в условии унитарности. Имеем в первом порядке по α ^{4/x)}

$$A = p/4\pi [\sigma_{tot}(>\theta_{min}) - \sigma_o(>\theta_{min})] + 2\eta \ln(2/\theta_{min}) D. \quad (12)$$

Для дифференциального сечения рассеяния на малые углы имеем:

$$d\sigma/d\Omega = \bar{T}_o^2 + (1 + \beta^2) A^2 + 2\bar{T}_o [\beta + 2\eta \ln(2/\theta)] A \quad (13)$$

$$\bar{T}_o = -2\eta/p\theta^2; \quad p - \text{импульс в с.ц.м.}$$

$$\beta = D/A \quad (14)$$

Для амплитуды T_B получаем аналогичные соотношения:

$$A_B = p/4\pi [\sigma_{tot}(>\theta_{min}) - \sigma_o(>\theta_{min})] + D_B 2\eta \ln(1,06/pa\theta_{min}), \quad (12a)$$

$$d\sigma/d\theta = \bar{T}_o^2 + (1 + \beta_B^2) A_B^2 + 2\bar{T}_o [\beta_B + 2\eta \ln(1,06/pa\theta)] A_B. \quad (13a)$$

^{x)} В приложении II записывается условие унитарности во всех порядках по α в нерелятивистском случае.

Величина θ_{\min} ограничена снизу из-за многократного рассеяния в материале мишени. Вместо θ_{\min} при расчетах удобнее использовать величину

$$-t_{\min} = p^2 \theta_{\min}^2,$$

так как она практически не меняется в интервале энергий 10-60 Гэв

$$-t_{\min} = 10^{-3} (\text{Гэв} / c)^2.$$

Имеем:

$$\phi_{\pm} = 2\eta \ln(2/\theta_{\min}) = \eta \ln(4p^2/-t_{\min}) \approx 0,08 \quad (15)$$

$$\phi_{\pm}^B = 2\eta \ln(1,06/pa\theta_{\min}) \approx 0,03.$$

ϕ_{\pm} при рассматриваемых энергиях можно считать константой. Теперь можно получить оценку относительной величины радиационных поправок в условии унитарности

$$2\eta \ln(2/\theta_{\min}) |D/A| \approx 1,5\%. \quad (16)$$

Статистическая ошибка измерения для A равна 0,3%.

При определении D из (13) радиационные поправки в условии унитарности можно не учитывать. При этом ошибка $\Delta\beta < 5 \cdot 10^{-4}$. Ошибка измерения $\Delta\beta \approx 2 \cdot 10^{-2}$. Однако вклад последнего члена из (12) в дисперсионный интеграл для $D^{(-)}$ приводит к поправке того же порядка, что и ошибки эксперимента:

$$\Delta D^{(-)} = \frac{\omega}{\pi} \phi_{\pm} \int_{\omega_0}^{\infty} \frac{d\omega_1 \omega_1 D^{(+)}(\omega_1)}{\omega_1^2 - \omega^2}. \quad (17)$$

При $\omega > 10$ Гэв вклад низкоэнергетической области в (17) мал, так что можно положить $\omega_0 = 5$ Гэв. Чтобы оценить порядок $\Delta D^{(-)}$, можно использовать для $D^{(+)}$ реджевские формулы, полученные в ^{10/}. Величина $\Delta D^{(-)}$ слабо зависит от энергии $\Delta D^{(-)} \approx -0,030$; $\Delta D_B^{(-)} \approx -0,010$ при $10 \text{ Гэв} \leq \omega \leq 60 \text{ Гэв}$. Экспериментальные ошибки в ^{11/} $\Delta D_{\text{экс.}}^{(-)} \approx 0,015 - 0,035$.

Таким образом, используя (10), (12) и (13), можно проверять дисперсионные соотношения непосредственно для амплитуд T или T_B с точностью, превышающей кулоновские поправки ^{x/}.

5. Теоретические модели для получения T_n .

Если мы выделяем инфракрасные расходимости четыреххвостки обычным релятивистски инвариантным методом ^{12/}, то естественно приходим к определению (1) - (4) конечной амплитуды πN -рассеяния T ^{14/}. При таком определении факторы, содержащие расходящиеся при $\lambda \rightarrow 0$ члены, просто выражаются через фейнмановские интегралы.

При низких энергиях ($\omega \ll 1$) можно записать эквивалентное (1) - (4) определение амплитуды T на языке обычной нерелятивистской квантовой механики:

$$T_{\ell} = 1/2ip \sum (2\ell + 1) \exp\{-i\eta \ln 2pr + 2i(\sigma_{\ell} + \delta_{\ell})\} P_{\ell}(\cos \theta) =$$

$$= T_0 + \exp\{-i\eta \ln 2pr + 2i\sigma_0\} T;$$

$$T_0 = -\eta(2p \sin^2 \theta/2)^{-1} \exp\{-2i\eta \ln(\sin \theta/2) - i\eta \ln 2pr + 2i\sigma_0\} =$$

$$= 1/2ip \sum (2\ell + 1) \exp\{-i\eta \ln 2pr + 2i\sigma_{\ell}\} P_{\ell}(\cos \theta);$$

^{x/} Если как-нибудь удастся определить чисто ядерное полное сечение σ_n , то из соотношений типа (12) и (13) можно найти ядерную амплитуду T_n . Пусть $T_n = \exp\{i\delta_n\} T$, где T определяется из (12) и (13). Имеем $A_{\pm}^n = p/4\pi \sigma_{\pm}^n$; $A_n^n = p/4\pi [\sigma(>\theta_{\min}) - \sigma_0(>\theta_{\min})] + \phi_n D_n$; $d\sigma/d\Omega = T_0^2 + (1 + \beta_n^2) A_n^2 + 2T_0(\beta_n + \phi_n) A_n$, где $\phi_n = \delta_n + 2\eta \ln(2/\theta_{\min})$. Из этой системы уравнений можно определить δ_n и D_n .

$$T = 1/2ip \sum_{\ell} (2\ell + 1) (e^{2i\delta_{\ell}} - 1) \exp\{2i(\sigma_{\ell} - \sigma_0)\} P_{\ell}(\cos \theta);$$

$$\exp\{2i\sigma_{\ell}\} = \frac{\Gamma(\ell + 1 + i\eta)}{\Gamma(\ell + 1 - i\eta)}.$$
(18)

Амплитуда T , вообще говоря, содержит конечные при $\lambda \rightarrow 0$ ($r \rightarrow \infty$ в нерелятивистском случае) и $i \rightarrow 0$ члены порядка α .

Сделав ряд естественных предположений, Бете^{/5/} решил в первом приближении задачу получения чисто ядерной амплитуды по данным эксперимента в случае рассеяния нерелятивистских заряженных частиц на ядрах.

$$T_r = T_0 + \exp\{-i\eta \ln 2pr + 2i\sigma_0 + 2i\eta \ln(2pa/1.06)\} T_B.$$
(19)

На основании анализа, проделанного Бете, нельзя, однако, утверждать, что простое релятивистское обобщение (1), (2), (5) формулы (19) будет давать чисто ядерную амплитуду в области энергий $\omega \geq 1$.

Для больших энергий проблема нахождения T_n подробно рассмотрена в^{/6/}. Как показали авторы этой работы, достаточно предположить, что фазы рассеяния, получаемые непосредственно из эксперимента, равны сумме чисто ядерных и кулоновских фаз, чтобы получить амплитуду, близкую к бетевской.

Эти аргументы в пользу того, что $T_n = T_B$, являются ценными и интересными, хотя и не вполне строгими. Порядок поправки за счёт неаддитивности фаз оценивался в квазиклассическом приближении только для потенциального рассеяния. Для этих оценок лучше было бы использовать комплексный потенциал, полученный в результате феноменологического анализа πp - и pp -рассеяния (см., например,^{/13/}) и не юкавский, как в^{/6/}. Вообще, взаимодействие релятивистских частиц с помощью того или иного потенциала можно описать лишь приближенно. Поэтому авторы^{/6/} рассматривают проблему и на языке квантовой теории поля в первом порядке по α . Они пришли к выводу, что учёт диаграмм, описывающих обмен фотоном между двумя начальными или двумя конечными частицами также ведет к результату $T_n = T_B$. Однако при этом пред-

положено, что основной вклад в эти диаграммы дает лишь скачок амплитуды на действительной оси, связанный с обменом фотоном лишь в начальном или конечном состоянии^{x/}.

Лохер^{/8/} рассмотрел те же диаграммы, что и авторы^{/6/}, учитывая при этом формфакторы в фотонных вершинах. Получающаяся при таком подходе чисто ядерная фаза ϕ_n также близка к ϕ_B . Коэффициент перед членом $\alpha \ln \omega$, дающим главный вклад в фазу при больших ω , и в^{/6/}, и в^{/8/} одинаков. Незначительная разница ($\approx 10-15\%$) обусловлена не зависящими от ω членами порядка α .

На основании результатов^{/8/} также нельзя сделать окончательного заключения, что $T_n = T_B$ в релятивистском случае. И в^{/6/}, и в^{/8/} не учитывается вклад внутренних фотонов, которые могут дать существенную поправку порядка $\alpha \ln \omega$.

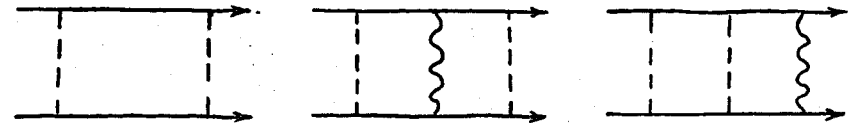


Рис. 1

Вычисляя асимптотику диаграмм, изображенных на рис. 1^{/14/}, находим, что внутренний и внешний фотоны дают одинаковый вклад в фазу, пропорциональный $\ln \omega$.

Следует еще учесть обмен фотонами между частицами в начальном и конечном состояниях. Вклад от этих диаграмм конечен при $\lambda \rightarrow 0$, но содержит члены, пропорциональные $\ln \omega$. Конечно, не исключена возможность, что при суммировании всех этих поправок мы придем к результату, незначительно отличающемуся от^{/8/}.

В заключение этого раздела отметим еще работу^{/7/}. Сделав предположение об аддитивности фаз, автор получил такой же результат, как и в^{/6/}.

^{x/}Заметим, что если в уравнении (3.10) из^{/6/} сделать подстановку $(k^2 - m^2 + i\epsilon)^{-1} \rightarrow -i\pi\delta(k^2 - m^2)$,

как предлагают авторы, то в (3.12) перед интегралом появится дополнительный множитель 1/2. Аналогичное (3.12) уравнение для мнимой части амплитуды рассеяния вперед следует из условия унитарности. Чтобы получить из него $T_n = T_B$, нужно еще допустить, что в формуле $T_n = T_0 + e^{F_n} T_n$ фактор F_n чисто мнимый.

6. Сравнение с экспериментом. Заключение

Дисперсионные соотношения проверялись для амплитуды T_B (12а) (13а) в интервале энергий 8–20 ГэВ^{1/1/}. Было установлено, что $T_B^{(+)}$ удовлетворяет дисперсионным соотношениям в пределах статистических ошибок, которые в этом эксперименте меньше главных радиационных поправок, рассмотренных в п.4. Отклонение дисперсионной кривой для $T_B^{(-)}$ от экспериментальных точек заметно превышает статистические ошибки. Такое расхождение связано, по мнению авторов^{1/1/}, с не поддающейся учёту систематической ошибкой измерения, которая может существенно изменить $T_B^{(-)}$, но не влияет на $T_B^{(+)}$. Это не единственное объяснение. Можно получить для $T_B^{(-)}$ хорошее согласие с дисперсионными соотношениями, если выбрать константу вычитания $C_B \approx 3 \cdot 10^{-3}$ и учесть также радиационные поправки в условии унитарности. Используя экспериментальные данные для T_B , легко можно найти величину амплитуды T при тех же значениях энергии. $T^{(+)}$ и $T^{(-)}$ хорошо согласуются с дисперсионными кривыми $C=0$.

Вопрос о том, совпадает ли какая-нибудь из амплитуд с чисто ядерной амплитудой T^a , можно решить, проверяя соотношения изотопической инвариантности. Результаты такого сопоставления для T и T_B с данными по перезарядке^{15/} приведены в таблице.

Как видно, соотношения изотопической инвариантности не выполняются для T , а T_B , хотя и не противоречит им, но согласуется не слишком хорошо. Разумеется, на основании этих данных нельзя делать окончательного заключения, так как ошибки слишком велики.

В настоящей работе показано, как можно проверить дисперсионные соотношения с точностью, превышающей главные радиационные поправки. Пока из-за больших систематических ошибок, приблизительно равных кулоновским поправкам, такая проверка носит предварительный характер, хотя статистические ошибки достаточно малы.

Выше, в п.4 мы убедились, что небольшое, порядка кулоновских поправок расхождение дисперсионной кривой с экспериментом можно устранить, соответствующим образом выбирая константу вычитания C . Отсюда видна важность независимого определения C . Эту константу в принципе можно определить из соотношения (11), но для этого нужны более точные эксперименты при низких энергиях. В частности, ошибка измерения длины рассеяния ($a_1 - a_2$) не должна

Таблица

ω (ГэВ)	$d\sigma^{ex}/dt \left(\frac{\text{мкб}}{(\text{ГэВ}/c)^2} \right)$	$d\sigma_B^{ex}/dt$	$d\sigma_{\text{ЭКСП}}^{ex}/dt$
8	510^{+250}_{-184}	174^{+118}_{-61}	246 ± 37
10	491^{+219}_{-165}	130^{+123}_{-27}	222 ± 29
12	377^{+175}_{-133}	103^{+62}_{-22}	186 ± 24
14	392^{+267}_{-164}	109^{+97}_{-32}	182 ± 24
16	288^{+160}_{-114}	74^{+43}_{-4}	134 ± 29
18	285^{+203}_{-137}	68^{+62}_{-6}	88 ± 34

превышать $3 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^{-3}$ (в настоящее время $\approx 7 \cdot 10^{-3} - 10^{-2}$). Для того чтобы по данным экспериментов при больших энергиях можно было надежно определить чисто ядерную амплитуду T^a , нужны более строгие модели. Пока к проверке дисперсионных соотношений следует подходить не предполагая, что мы имеем дело с чисто ядерной амплитудой.

Приложение 1

Мнимую часть амплитуды πN -рассеяния в ненаблюдаемой области можно выразить в первом порядке по α через аналитическое продолжение амплитуды фоторождения

$$A^{(+)} = \frac{1}{64\pi} \text{Sp} \left\{ \left[1 + \frac{1}{2} \gamma(p+p') \right] (U_{\rho_1 \rho_1} + U_{\rho_2 \rho_2}) \right\} \quad (1.1)$$

$$A^{(-)} = \frac{i}{64\pi} \text{Sp} \left\{ \left[1 + \frac{1}{2} \gamma(p+p') \right] \epsilon_{\rho_3 \rho_4} U_{\rho_3 \rho_4} \right\} \quad (1.2)$$

$$U_{\rho\beta\alpha}^{\vec{p}'\vec{q}'\vec{k}} = \sum_{\vec{p}\vec{q}\vec{k}} \int d\Omega \frac{2\pi^4 k}{(p_0^0 + k)(p_0^0 - k)^{1/2}} F(\vec{p}'\vec{s}', \vec{q}'\vec{\rho}' | \vec{p}^n \vec{s}^n, \vec{k}\epsilon) \times F^*(\vec{p}\vec{s}, \vec{q}\vec{\rho} | \vec{p}^n \vec{s}^n, \vec{k}\epsilon). \quad (1.3)$$

Здесь $\vec{p}' + \vec{q}' = \vec{p} + \vec{q} = \vec{p}^n + \vec{k}$. Выбрана система координат $\vec{p} + \vec{q} = 0$.

Амплитуда фоторождения определяется из соотношения

$$\langle \vec{p}\vec{s}, \vec{q}\vec{\rho} | \vec{p}^n \vec{s}^n, \vec{k}\epsilon \rangle = -i(2\pi)^4 (16p_0^0 q_0^0 p_0^0 k_0)^{1/2} \delta(\vec{p} + \vec{q} - \vec{p}^n - \vec{k}) F(\vec{p}\vec{s}, \vec{q}\vec{\rho} | \vec{p}^n \vec{s}^n, \vec{k}\epsilon). \quad (1.4)$$

Приложение II

Напишем условие унитарности для амплитуды T в нерелятивистском случае. Из соотношений (18) получаем:

$$\text{Im } T(0) = p/4\pi \int d\Omega |T(\theta)|^2 + \text{Im} \left\{ -i/2p \sum_{\ell} (2\ell + 1) (e^{2i\delta_{\ell}} - 1)(e^{2i(\sigma_{\ell} - \sigma_0)} - 1) \right\}.$$

Вводя $\bar{T}_0 = \exp\{i\eta \ln pr\} T_0$, получаем с точностью до членов порядка θ_{\min} из (18):

$$\int d\Omega |T(\theta)|^2 = \sigma(>\theta_{\min}) - \sigma_0(>\theta_{\min}) + 2 \int_{\theta_{\min}}^{\pi} d\cos\theta \int_0^{2\pi} d\phi \text{Re} \{T(\theta)\bar{T}_0^*(\theta)\}.$$

Используя соотношение $\int_0^{\pi} d\cos\theta \bar{T}_0^*(\theta) [P_{\ell}(\cos\theta) - 1] = e^{2i\delta_0} (e^{2i\delta_{\ell}} - 1)$, получаем

$$\text{Re} \left\{ \int_0^{2\pi} d\phi \int_{\theta_{\min}}^{\pi} d\cos\theta \bar{T}_0^*(\theta) [T(\theta) - T(0)] \right\} = \text{Im} \left\{ i\pi/p^2 \sum_{\ell} (2\ell + 1) (e^{2i\delta_{\ell}} - 1)(e^{2i(\sigma_{\ell} - \sigma_0)} - 1) \right\}$$

$$\text{Im } T(0) = p/4\pi [\sigma(>\theta_{\min}) - \sigma_0(>\theta_{\min})] + p \int_{\theta_{\min}}^{\pi} d\cos\theta \text{Re} \{ \bar{T}_0^*(\theta) T(0) \}$$

или

$$\text{Im } T(0) = p/4\pi [\sigma(>\theta_{\min}) - \sigma_0(>\theta_{\min})] - \text{Re} \{ iT(0) [1 - \exp(2i\eta \sin \theta_{\min} / 2)] \}.$$

Л и т е р а т у р а

1. K.J.Foley, R.S.Jones, S.J.Lindenbaum, W.A.Love, S.Osaki, E.D.Platner, C.A.Quarles and E.H.Willen. Phys.Rev.Lett., 19, 193 (1967).
2. D.K.Yennie, S.C.Frautschi and H.Suura. Ann. of Phys. 13, 379 (1961).

3. Л.Д.Соловьев. Phys. Lett., 3, 172 (1962/63).
4. Л.Д.Соловьев. ЖЭТФ 49, 292 (1965).
5. H.A.Bethe. Ann. of Phys., 3, 190 (1958).
6. J.Rix and R.M.Thaler, Phys. Rev., 152, 1357 (1966).
7. M.M.Islam. NYO-2262T/1149, Providence (1967).
8. M.P.Locher. Preprint CERN-Geneva TH 799 (1967).
9. G.F.Chew, M.L.Goldberger, F.E.Low, Y.Nambu. Phys. Rev., 106, 1337 (1957).
10. К.А.Тер-Мартirosян. Препринт ИТЭФ № 417 (1966).
11. W.S.Wolcock. Phys. Rev., 153, 1449 (1967).
12. M.L.Goldberger, H.Miyazawa and R.Oehme. Phys. Rev. 99, 986 (1955).
13. E.Predazzi. Ann. of Phys., 36, 250 (1966).
14. А.В.Ефремов. Препринт ОИЯИ P1-242, Дубна (1963); препринт ОИЯИ P-1305, Дубна (1963).
G.Tiktopoulos. Phys. Rev., 131, 480 (1963).
О.И.Завьялов. ЖЭТФ 47, 1099 (1964).
15. L.Manely, A.Bigi, R.Carrara, M.Wahling, and L.Sodickson. Phys. Rev. Lett., 14, 408 (1965).

Рукопись поступила в издательский отдел

17 января 1968 года.

З а м е ч а н и е п р и к о р р е к т у р е

В тексте работы имеются неточности, не влияющие на численные оценки и выводы данной работы. Так, (п.2) $\text{Re } F_{\lambda} \rightarrow \eta\pi/2 F_{\lambda} \neq 0$ при $\omega \rightarrow \infty$ (п.3). В формулах (9) и (17) пропущен коэффициент 2 перед интегралом. (Ошибки по вине автора).