ЯФ, 1968, т.8, N5, с. 914-919

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2 - 3619

Доан Нхыонг

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ $\pi+d \to \pi+d$

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1967 г.

Р2 - 3619

Доан Нхыонг

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ $\pi + d \to \pi + d$

Направлено в ЯФ

Введение

Упругое рассеяние π-мезона на дейтоне было рассмотрено ранее с различных точек зрения. В частности, в /1/ авторы довольно подробно рассмотрели эту реакцию в рамках дисперсионных соотношений и провели сравнение теоретических результатов с опытом. В /2/ выполнены расчеты вклада квадратной диаграммы с виртуальной изобарой Δ_{33} в амплитуду этого процесса. В настоящей работе мы изучаем этот процесс феноменологическим образом, без дополнительных физических предположений. Укажем, что на основе измерений поляризационных параметров дейтона в конечном состоянии можно прямо восстановить амплитуду рассеяния.

Из общих соображений инвариантности относительно вращений и отражений общее выражение для матрицы этой реакции имеет вид /3/

$$M = A + B\vec{S}\vec{n} + C(\vec{S}\vec{n}) + \frac{1}{2} D\{\vec{S}\vec{k}^0\ \vec{S}\vec{k} + \vec{S}\vec{k}\,.\,\vec{S}\vec{k}^0\}, \tag{1}$$

где $\vec{n} = \frac{[\vec{k}^0\vec{k}]}{\sin\theta}$ $\vec{k}^0$, $\vec{k}$ - единичные векторы на направлениях импульсов дейтона в СЦМ до и после рассеяния, A, B, C, D - функции энергии и угла рассеяния в СЦМ. $\vec{S}$ - оператор спина дейтона.

2. *Состояние поляризации дейтона*

Поляризация дейтона характеризуется матрицей плотности /4/

$$\rho = \frac{1}{3}\{1 + \frac{3}{2}(\vec{P}\vec{S}) + \frac{3}{2} < T_{ik} > (S_i S_k + S_k S_i)\}, \tag{2}$$

где $\vec{P} = <\vec{S}>$ – среднее значение вектора спина, T_{ik} – симметричный спиновый тензор с нулевым следом, выражающийся через вектор спина посредством

$$T_{ik} = \frac{1}{2}(S_i S_k + S_k S_i) - \frac{2}{3}\delta_{ik},$$

описывающий так называемую выстроенность дейтона.

Из (2) сразу следует, что

$$\vec{P} = \mathrm{Sp}(\vec{S}\rho), \quad <T_{ik}> = \mathrm{Sp}\{[\frac{1}{2}(S_i S_k + S_k S_i) - \frac{2}{3}\delta_{ik}]\rho\}. \tag{3}$$

С помощью (3) и конкретного выражения для матрицы плотности мы можем посчитать поляризационные параметры $\vec{P}$ и $<T_{ik}>$. С другой стороны, поляризация дейтона в конечном состоянии, как доказал Лакин/5/, определяется угловым распределением при его рассеянии на неполяризованной мишени в форме

$$I(\theta_2, \phi) = I_0(\theta_2) + <T_{20}> E(\theta_2) + [<T_{21}> F(\theta_2) + <iT_{11}> G(\theta_2)] \sin\theta_2 \cos\phi + <T_{22}> H(\theta_2) \sin^2\theta_2 \cos 2\phi. \tag{4}$$

Здесь I_0, E, F, G, H – полиномы от $\cos\theta_2$, θ_2 – угол анализирующего рассеяния, ϕ – азимутальный угол, отсчитываемый от плоскости первой реакции. Тензоры T_{1m} и T_{2m} выражаются через S_i и T_{ik} следующей формулой/5,6/:

$$T_{1\pm1} = \mp\frac{\sqrt{3}}{2}(S_x \pm iS_y),$$

$$T_{10} = \sqrt{\frac{3}{2}} S_z, \tag{5}$$

$$2T_{2\pm2} = \sqrt{3}\{(T_{xx} - T_{yy}) \pm 2iT_{xy}\},$$

$$T_{2\pm1} = \mp\sqrt{3}(T_{xz} \pm iT_{yz}),$$

$$\sqrt{2}\, T_{20} = T_{zz}.$$

При рассеянии на неполяризованной мишени нормированная матрица плотности дейтона отдачи имеет вид

$$\rho_0^f = \frac{\frac{1}{3} M M^+}{\frac{1}{3} \mathrm{Sp}\, M M^+} = \frac{1}{3} M M^+ / I_0 , \tag{6}$$

I_0 – дифференциальное сечение, а на чистой поляризованной мишени (когда $\langle T_{1k} \rangle_1 = 0$) —

$$\rho_{\vec{P}}^f = \frac{\frac{1}{3} M (1 + \vec{P}_1 \vec{S}) M^+}{I = \frac{1}{3} \mathrm{Sp}\, M (1 + \vec{P}_1 \vec{S}) M^+} , \tag{7}$$

I – дифференциальное сечение при рассеянии на мишени с вектором поляризации $\vec{P}_1$.

3. Наблюдаемые величины[x)]

Дифференциальное сечение при рассеянии на неполяризованной мишени

$$I_0 = \frac{1}{3} \mathrm{Sp}\, M M^+ =$$

$$= N_1 = |A|^2 + \frac{2}{3} (|B|^2 + |C|^2) + \frac{1}{2} (\cos^2\theta + \frac{1}{3}) |D|^2 + \tag{8}$$

$$+ \frac{2}{3} \cos\theta \ \mathrm{Re}\, C D^* + \frac{4}{3} \ \mathrm{Re}\ A (C + D \cos\theta)^* ,$$

а на мишени, поляризованной перпендикулярно к плоскости реакции -

$$I = \frac{1}{3} \mathrm{Sp}\, M (1 + \vec{P}_1 \vec{S}) M^+ ,$$

$$I - I_0 = 2 \vec{P}_1 \vec{n} \ \mathrm{Re}\, (A + C + \frac{D}{2} \cos\theta) B^* .$$

Отсюда лево-правая асимметрия равна

$$e^{LR} = \frac{I^L - I^R}{I^L + I^R} = P_1 \lambda , \tag{9}$$

где

x) Результаты, соответствующие случаю неполяризованной мишени, были найдены впервые Чейшвили[3].

$$N_2 = \frac{I_0\lambda}{2} = \mathrm{Re}\,(A + C + \frac{D}{2}\cos\theta)\,B^* . \qquad (9)$$

Выберем систему осей так, чтобы ось z была направлена по импульсу дейтона отдачи в СЦМ, ось y - по нормали к плоскости реакции. Тогда из (3), (5), (6) и (7) имеем следующие наблюдаемые величины, выражающиеся через поляризованные параметры дейтона отдачи

$$N_3 = -2\sqrt{3}\, I_0 < T^0_{2\pm 2} > = |B|^2 + |C|^2 + \frac{1}{4}\sin^2\theta\,|D|^2 + $$
$$+ 2\,\mathrm{Re}\; C\,(A + D\cos\theta)^* + \sin\theta\;\mathrm{Im}\;D\,B^* , \qquad (10)$$

$$N_4 = 3\sqrt{2}\; I_0 < T^0_{20} > + 2I_0 = 2|A|^2 + |B|^2 + |C|^2 + \frac{1}{4}(1 + 7\cos^2\theta)\,|D|^2 + $$
$$+ \sin\theta\;\mathrm{Im}\;D\,B^* + 2\,\mathrm{Re}\;C\,(A + D\cos\theta)^* + \qquad (11)$$
$$+ 4\cos\theta\;\mathrm{Re}\;A\,D^* ,$$

$$N_5 = \frac{2}{\sqrt{3}\,P_1}[\,I < i\,T^{\perp}_{1\pm 1} > - \frac{2}{3} I_0\lambda\,] = $$
$$= |A|^2 + |B|^2 + |C|^2 - \frac{1}{4}\sin^2\theta\,|D|^2 + 2\,\mathrm{Re}\;AC^* + \cos\theta\;\mathrm{Re}\;D(A + C)^* , \qquad (12)$$

$$N_6 = \frac{1}{P_1}[\sqrt{2}\,I < T^{\perp}_{20} > - \sqrt{2}\,I_0 < T^0_{20} > + \frac{2}{3}P_1 I_0\lambda\,] = $$
$$= \mathrm{Re}\;BC^* + \mathrm{Re}\;B\,(A + D\cos\theta)^* + \frac{\sin\theta}{2}\,\mathrm{Im}\;D(A + C)^* , \qquad (13)$$

$$N_7 = \frac{2I_0}{\sqrt{3}\,P_1} < T^{\parallel}_{2\pm 1} > = \sin\theta\;\;\mathrm{Re}\;\;B\,(A + D\cos\theta)^* + $$
$$+ \cos\theta\;\mathrm{Im}\;C\,(A + D\cos\theta)^* + \frac{\sin^2\theta}{2}\,\mathrm{Im}\,D\,A^* . \qquad (14)$$

Здесь знаки $0, \perp, \|$ у $\langle T_{1m} \rangle$ и $\langle T_{2m} \rangle$ указывают, что мишень не поляризована, поляризована перпендикулярно к плоскости реакции или параллельно ее импульсу в СЦМ, соответственно.

4. Восстановление амплитуды

Из (8)-(14) имеем

$$M_1 = | c_1 |^2 ,$$

$$M_2 = | c_2 |^2 ,$$

$$M_3 = | c_3 |^2 + \sin\theta \, \mathrm{Im} \, c_1 c_3^* ,$$

$$M_4 = \cos\theta \, \mathrm{Re} \, c_1 c_3^* + \sin\theta \, \mathrm{Im} \, c_1 c_3^* ,$$

$$M_5 = | c_4 |^2 - \sin\theta \, \mathrm{Im} \, c_1 c_4^* ,$$

$$M_6 = \cos\theta \, \mathrm{Re} \, c_1 c_4^* - \sin\theta \, \mathrm{Im} \, c_1 c_4^* ,$$

$$M_7 = \cos\theta \, \mathrm{Im} \, c_2 (c_3 + c_4)^* - \sin^2\theta \, \mathrm{Im} \, c_1 c_2^* - \sin\theta \, \mathrm{Re} \, c_2 (c_3 - c_4)^* .$$

Формулы, выражающие M_i через N_i и A, B, C, D через c_i, даются в приложении.

Так как общая фаза не может быть восстановлена, считаем c_1 вещественным. Положив

$$c_1 = \lambda_1 , \qquad c_2 = \lambda_2 e^{i\phi_2} ,$$

$$c_3 = \lambda_3 e^{i\phi_3} , \quad c_4 = \lambda_4 e^{i\phi_4} ,$$

имеем

$$M_1 = \lambda_1^2 , \tag{15}$$

$$M_2 = \lambda_2^2 , \tag{16}$$

$$M_3 = \lambda_3^2 - \lambda_1 \lambda_3 \sin\theta \sin\phi_3 , \tag{17}$$

$$M_4 = \lambda_1 \lambda_3 \cos(\theta + \phi_3), \tag{18}$$

$$M_5 = \lambda_4^2 + \lambda_1 \lambda_4 \sin\theta \sin\phi_4 , \tag{19}$$

$$M_6 = \lambda_1 \lambda_4 \cos(\theta - \phi_4), \tag{20}$$

$$M_7 = \lambda_1 \lambda_2 \sin^2\theta \sin\phi_2 - \lambda_2 \lambda_3 \sin(\theta - \phi_2 + \phi_3) + \tag{21}$$

$$+ \lambda_2 \lambda_4 \sin(\theta + \phi_2 - \phi_4) .$$

Два первых уравнения (15) и (16) дают модули λ_1, λ_2, уравнения (17), (18) - модуль λ_3 и фазу ϕ_3, а (19), (20) - модуль λ_4 и фазу ϕ_4. Последнее уравнение (21) дает нам фазу ϕ_2. И, наконец, с помощью П(3) может найти модули и фазы функции **A**, **B**, **C**, **D**.

В заключение я искренне благодарю Нгуен Ван Хьеу за дискуссии.

ПРИЛОЖЕНИЕ

$$\begin{aligned} &M_1 = L_1 , && M_2 = L_2 , \\ &M_3 = L_2 + L_3 + L_6 , && M_4 = L_4 + L_5 , \\ &M_5 = L_2 + L_3 - L_6 , && M_6 = L_4 - L_5 , \\ &M_7 = L_7 - \sin\theta \, L_6 , && \end{aligned} \tag{П.1}$$

Здесь

$$L_1 = 3N_1 - 2N_5 + \frac{1}{2}(N_3 - N_4) ,$$

$$L_2 = \frac{1}{2}(N_4 - N_3) , \tag{П.2}$$

$$L_3 = N_3 - \frac{1}{2} \sin^2 \theta\, L_1 ,$$

$$L_4 = \frac{1}{2} (N_3 + N_4) - N_5 - \frac{1}{2} \sin^2 \theta\, L_1 ,$$

$$L_5 = 2(N_6 - N_2) ,$$

$$L_6 = 2N_6 , \qquad (\text{П}.2)$$

$$L_7 = 2(\sin \theta\, N_6 - N_7) ,$$

$$A = c_2 - \cos \theta\, c_1 ,$$

$$B = \frac{1}{2} (c_3 - c_4) , \qquad (\text{П}.3)$$

$$C = \frac{1}{2} (c_3 + c_4) - c_2 ,$$

$$D = c_1 .$$

Л и т е р а т у р а

1. D.Schiff and I.Tran thank Van. Preprint TH/212 (1967). (Там имеется полный список оригинальных работ).
2. О.Д. Далькаров. Препринт ИТЭФ 1967.
3. О.Д. Чейшвили. ЖЭТФ, 30, 1147 (1955).
4. R.Dalitz. Proc.Roy.Soc. A65, 175 (1952).
5. W.Lakin. Phys.Rev., 98, 139 (1955).
6. Л.И. Лапидус. ЖЭТФ, 33, 204 (1957).

Рукопись поступила в издательский отдел
15 декабря 1967 г.