ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 3554

Б.В. Струминский

SU(3)-СИММЕТРИЯ И КИРАЛЬНАЯ ДИНАМИКА ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ МЕЗОНОВ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1967.

P2 - 3554

Б.В. Струминский

SU(3)-СИММЕТРИЯ И КИРАЛЬНАЯ ДИНАМИКА ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ МЕЗОНОВ

Обычно следствия киральной группы $SU(2) \times SU(2)$ и частичного сохранения аксиального тока (PCAC) изучаются на основе алгебры токов.

Недавно для исследования этих вопросов была предложена другая техника, основанная на использовании эффективных лагранжианов взаимодействия, которые правильно описывают феноменологию сильных взаимодействий при низких энергиях [1,2]. До сих пор этот метод был использован только для описания взаимодействия нестранных частиц. Цель этой заметки - получить феноменологический лагранжиан для псевдоскалярных мезонов, инвариантный относительно киральной группы $U(3) \times U(3)$. Для вывода этого лагранжиана мы сначала обобщим киральное преобразование Швингера π - мезонного поля на группу $U(3) \times U(3)$.

Согласно Швингеру [2], преобразование π -мезонного поля относительно бесконечно малых киральных преобразований дается формулами

$$\delta \pi = -\delta \omega \times \pi , \tag{1}$$

$$\delta \pi = \delta \phi + \left(\frac{f_0}{m_\pi} \right)^2 \left(2\pi (\pi \delta \phi) - \delta \phi \, \pi^2 \right), \tag{2}$$

где f_0 - безразмерная константа.

Преобразование (1) есть обычный изотопический поворот и обобщение его на случай группы внутренних симметрий тривиально. Для того чтобы обобщить преобразование (2) на группу $U(3)$, мы запишем его в другом виде, воспользовавшись тождеством:

$$\tau_i \tau_j \tau_k = \delta_{ij} \tau_k + \delta_{jk} \tau_i - \delta_{ik} \tau_j + i \epsilon_{ijk} . \tag{3}$$

Преобразование (2) примет вид

$$\delta \pi = \delta \phi + \left(\frac{f_0}{m_\pi} \right)^2 \pi \delta \phi \pi . \tag{2^1}$$

Преобразование (1) удобно записать в виде:

$$\delta \pi = \frac{i}{2} [\delta \omega \pi] . \tag{1^1}$$

Преобразования π -мезонного поля, записанные в виде (1^1), (2^1), непосредственно обобщаются на группу $U(3) \times U(3)$:

$$\delta P = \frac{i}{2} [\delta \omega P] \tag{4}$$

$$\delta P = \delta \phi + \left(\frac{f_0}{m_\pi} \right)^2 P \delta \phi P , \tag{5}$$

где параметры преобразований $\delta \omega$, $\delta \phi$ и поле псевдоскалярных мезонов есть матрицы 3×3. Вычислим результат скобочной операции для преобразования (5)

$$P(\delta\phi_1\delta\phi_2) - P(\delta\phi_2 \delta\phi_1) = \left(\frac{f_0}{m_\pi}\right)^2 [P \delta \phi_2 \delta \phi_1 + \left(\frac{f_0}{m_\pi}\right)^2 P \delta\phi_2 P \delta\phi_1 P + \tag{6}$$

$$+ \delta\phi_1 \delta\phi_2 P + \left(\frac{f_0}{m_\pi}\right)^2 P \delta\phi_1 P \delta\phi_2 P] - (1 \rightarrow 2) = \left(\frac{f_0}{m_\pi}\right)^2 [[\delta\phi_1 \delta\phi_2] P] ,$$

то есть мы получили обычное $U(3)$ преобразование. Заметим, что мы обязаны рассматривать группу $U(3) \times U(3)$ потому, что преобразование (5) не удовлетворяет условию $Sp\, \delta P = 0$.

Для построения лагранжиана, инвариантного относительно киральной группы, удобно ввести величину

$$\Phi = \frac{1 + i(f_0/m_\pi)P}{1 - i(f_0/m_\pi)P} . \qquad (7)$$

Разложив Φ по степеням P, нетрудно найти, как преобразуется Φ относительно (4), (5):

$$\delta_\omega \Phi = \frac{i}{2} [\delta\omega \Phi] \qquad (8)$$

$$\delta_\phi \Phi = \frac{i f_0}{m_\pi} \{\delta\phi \Phi\} . \qquad (9)$$

Нетрудно проверить, что $Sp\, \Phi^+ \Phi$ инвариантен относительно киральной группы $U(3) \times U(3)$. Киральная инвариантность нарушается массовым числом в лагранжиане псевдоскалярных мезонов. Мы построим этот член таким образом, чтобы дивергенция аксильного тока была пропорциональна полю псевдоскалярных мезонов (PCAC).

Рассмотрим величину

$$Sp \ln \left(1 + \left(\frac{f_0}{m_\pi}\right)^2 P^2\right) . \qquad (10)$$

Она очевидным образом инвариантна относительно преобразований (4). Найдем ее вариацию относительно преобразований (5):

$$\delta_{\phi}\, Sp \ln\left(1+\left(\frac{f_0}{m_\pi}\right)^2 P^2\right)=\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\left(\frac{f_0}{m_\pi}\right)^{2n}\frac{1}{n}\,\delta\, Sp\, P^{2n}= \tag{11}$$

$$=2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\left(\frac{f_0}{m_\pi}\right)^{2n} Sp\left(P^{2n-1}\delta\phi\right)+2\sum_{n=1}(-1)^{n+1}\left(\frac{f_0}{m_\pi}\right)^{2(n+1)} Sp\left(P^{2n+1}\delta\phi\right)=$$

$$=2\left(\frac{f_0}{m_\pi}\right)^2 Sp\, P\,\delta\phi\,.$$

Теперь мы можем построить лагранжиан для псевдоскалярных мезонов. Мы строим его таким образом, что киральная инвариантность нарушается только массовым членом, причём так, чтобы было выполнено условие PCAC и квадратичные члены по полю P давали бы свободный лагранжиан псевдоскалярных мезонов. Нетрудно видеть, что лагранжиан вида

$$L=-\frac{m_\pi^2}{8f_0^2}\, Sp\,\partial_\mu\Phi^+\partial_\mu\Phi-\frac{m_\pi^4}{2f_0^2}\, Sp\ln\left(1+\left(\frac{f_0}{m_\pi}\right)^2 P^+P\right) \tag{12}$$

удовлетворяет всем этим требованиям. Действительно, первый член инвариантен относительно группы $U(3)\times U(3)$, а вариация второго члена относительно преобразований (5) пропорциональна P. Разложение лагранжиана (12) по степеням поля P имеет вид:

$$L=-\frac{1}{2}\, Sp\, P_\mu^+ P_\mu-\frac{m_\pi^2}{2}\, Sp\, P^+P-\frac{f_0^2}{2m_\pi^2}\, Sp\{P^+P_\mu^+\}\{PP_\mu\}+$$

$$+\frac{f_0^2}{4}\, Sp\, P^+PP^+P+\frac{f_0^2}{2m_\pi^2}\, Sp\left(P_\mu^+(\partial_\mu P^3)+(\partial_\mu P^{+3})P_\mu\right). \tag{13}$$

Таким образом, мы убедились, что лагранжиан (12) удовлетворяет всм перечисленным выше требованиям. Последние два члена в (13) описывают мезон-ное взаимодействие

$$L_{PP}=-\frac{f_0^2}{2m_\pi^2}\, Sp\{P^+P_\mu^+\}\{PP_\mu\}+\frac{f_0^2}{4}\, Sp\, P^+PP^+P+ \tag{14}$$

$$+\frac{f_0^2}{2m_\pi^2}\, Sp\left(P_\mu^+\partial_\mu P^3+\partial_\mu P^{+3}P_\mu\right).$$

Вычислив вариацию лагранжиана относительно преобразований (4), (5) с параметрами, зависящими от координат, мы можем найти векторный и аксиальный токи и их дивергенции

$$\delta L = -\frac{i m_\pi^2}{4 f_0^2} \mathrm{Sp}\{ ([\Phi\Phi_\mu^+] + [\Phi^+\Phi_\mu]) \partial_\mu \delta\omega \} - \\ - \frac{i m_\pi}{8 f_0} \mathrm{Sp}((\{\Phi\Phi_\mu^+\} - \{\Phi^+\Phi_\mu\}) \partial_\mu \delta\phi) - m_\pi^2 \mathrm{Sp}(P \delta\phi) . \tag{15}$$

Токи и их дивергенции, как известно, определяются выражениями

$$j_\alpha = -\frac{\delta L}{\delta \partial_\alpha \omega} \tag{16}$$

$$\partial_\alpha j_\alpha = -\frac{\delta L}{\partial \omega} . \tag{17}$$

Сравнивая эти выражения с (15), находим

$$V_\mu = \frac{i m_\pi^2}{4 f^2} ([\Phi\Phi_\mu^+] + [\Phi^+\Phi_\mu]) \tag{18}$$

$$A_\mu = \frac{i m_\pi}{8 f_0} (\{\Phi\Phi_\mu^+\} - \{\Phi^+\Phi_\mu\}) \tag{19}$$

$$\partial_\mu A_\mu = m_\pi^2 P . \tag{20}$$

Используя формулы (8), (9) для преобразования Φ нетрудно найти, что токи V_μ и A_μ преобразуются относительно киральной группы следующим образом:

$$\delta_\omega V_\mu = \frac{i}{2} [\delta\omega\ V_\mu]$$

$$\delta_\omega A_\mu = \frac{i}{2} [\delta\omega\ A_\mu]$$

$$\delta_\phi V_\mu = i \frac{f_0}{m_\pi} [\delta\phi\ A_\mu]$$

$$\delta_\phi A_\mu = i \frac{f_0}{m_\pi} [\delta\phi\ V_\mu] .$$

Разлагая токи V_μ и A_μ по степеням P, мы можем получить выражение для матричных элементов различных лептонных распадов мезонов. Очевидной следующей задачей является построение $U(3) \times U(3)$ инвариантного лагранжиана, включающего векторные и аксиальные мезоны, а также барионы. Этот вопрос будет рассмотрен в следующей работе.

В заключение мне хотелось бы поблагодарить проф. А.Н.Тавхелидзе за внимание и нитерес к работе.

Л и т е р а т у р а

1. S. Weinberg. Phys. Rev. Letters 18, 188 (1967).
2, I.Schwinger. Phys. Letters 24 B, 473 (1967).

Рукопись поступила в издательский отдел
18 октября 1967 года.