Б-705

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 3506

Д.И. Блохинцев, В.М. Виноградов

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ПРИМЕР АКАУЗАЛЬНОЙ И УНИТАРНОЙ МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ

1967.

Р2 - 3506

5384/3 пр.

Д.И. Блохинцев, В.М. Виноградов *

ПРИМЕР АКАУЗАЛЬНОЙ И УНИТАРНОЙ МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ

* Физический факультет МГУ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

В данной заметке приводится, в предположении малости константы связи, пример акаузальной S-матрицы, которая унитарна, удовлетворяет условию макропричинности, и ее матричные элементы в координатном представлении лишены особенностей по крайней мере в рассматриваемом приближении[x/].

Построение акаузальной S-матрицы

Представим S-матрицу в виде[1]:

$$\hat{S} \equiv e^{i\hat{\eta}} = \sum \frac{i^s}{s!} \hat{\eta}^s \qquad \hat{\eta}^+ = \hat{\eta}.$$

Если теперь определить матричные элементы S-матрицы в импульсном представлении по правилу:

$$\langle p | \hat{S} | p' \rangle = \sum \frac{i^s}{s!} \langle p | \hat{\eta}^s | p' \rangle ,$$

где элементы $\langle p | \hat{\eta} | p' \rangle$ имеют форму

$$\langle p | \hat{\eta} | p' \rangle = \frac{\delta^4 (P - P') \, \eta(p, p')}{\sqrt{2p^0 \, \ldots\ldots\ldots \, 2p^{0\prime}}} ,$$

то такое построение обеспечит следующий закон умножения:

---

x/ Заметка является дополнением к препринту Д.И. Блохинцева Е3-3293, Дубна, 1967.

$$<p|\hat{\eta}^2|p'> = \int <p|\hat{\eta}|p''> d\omega(p'') <p''|\hat{\eta}|p'>,$$

где $d\omega(p'') = \frac{d^3 p}{p^0}$ – элемент объема в пространстве Лобачевского $p^0 = \sqrt{\vec{p}^{\,2} + m^2}$ и, следовательно, все матричные элементы должны браться на массовой поверхности.

Тогда оператор $\hat{\eta}$ в предположении малости константы связи с точностью до II порядка будет представлен в координатном представлении:

$$\hat{\eta}(x,x') = \frac{i}{2!} T(\alpha(x_1)\alpha(x_2)).$$

Поскольку вычитательная регуляризация не меняет существа рассмотрения, то явно ее производить не будем.

Перейдем, учитывая трансляционную инвариантность, к нелокальной матрице по следующей схеме[1,2]:

$$\hat{\eta}(x,x') \to \hat{\eta}^*(x,x') \equiv \hat{\eta}^*(y) = \int\limits_{y=x-x'} \hat{\eta}(y-\xi)\,\rho(\xi\, n)\, d^4\xi. \tag{1}$$

Здесь $\rho(\xi n)$ „функция псевдоисточника" должна быть выбрана таким образом, чтобы матричные элементы в координатном представлении не содержали особенностей и, с другой стороны, должна достаточно быстро убывать, чтобы введенное нарушение микропричинности не выводило S -матрицу за рамки требований макропричинности. Такой подход позволяет естественным образом ввести в рассмотрение элементарную длину a, если предположить, что зависимость $\rho(\xi,n)$ от координат имеет вид[2]:

$$\rho(\xi,n) = f(R/a), \qquad R = [2(n\xi)^2 - \xi^2]^{1/2},$$

где $f(R/a)$ – достаточно быстро убывающая функция, n– единичный времениподобный вектор.

Выбрав взаимодействие в виде $L = g:\phi^3:$, рассмотрим эффективность такого подхода на примере простейшей диаграммы типа (A); (другие диаграммы при учёте регуляризации могут быть рассмотрены аналогично):

В координатном представлении матричный элемент этой диаграммы в случае акаузальной S-матрицы типа (1) будет пропорционален

$$\hat{\eta}^{a}_{(A)}(x) \approx D^{oa}(x) = \int D^{o}(x-\xi)\,\rho(\xi,n)\,d^4\xi \tag{2}$$

или

$$D^{oa}(x) = \int e^{ipx}\, D^{o}(p)\,\rho(p,n)\,d^4p\,. \tag{3}$$

Тогда отсутствие особенностей матричного элемента (A) при $x=0$ будет следовать из (3), если $\rho(p,n)$ будет убывать с ростом P быстрее, чем P^{-2}, а возможные допустимые ее особенности типа полюса будут не выше степени $\kappa = 4-\epsilon$.

Поведение $D^{oa}(x)$ в других точках $x \neq 0$ можно выяснить, если воспользоваться представлением $D^{oa}(x)$ в виде однократного интеграла [3]:

$$D^{oa}(x) = \frac{i}{8\pi^2}\,\frac{m}{r}\begin{cases} \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-im(x^o\,ch\,\phi + r\,sh\,\phi)}\; sh\,\phi\,\rho(\phi,n) & x^o > 0 \\ \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{im(x^o\,ch\,\phi + r\,sh\,\phi)}\; sh\,\phi\,\rho(\phi,n) & x^o < 0 \end{cases} \tag{4}$$

$$\rho(\phi,n) = \rho(p,n)\,\Big|_{\substack{|\vec{p}| = m\,ch\,\phi \\ p^o = m\,ch\,\phi}}$$

Благодаря наличию убывающей $\rho(\phi,n)$ интеграл (4) будет сходиться абсолютно. В случае $x^o \neq 0,\ r=0$ представление типа (4) будет еще проще, откуда ясно, что допустимым типом $\rho(p,n)$ для этих двух случаев будут функции, удовлетворяющие прежним ограничениям.

Класс функции $\rho(p,n)$ с такими свойствами достаточно широк. В качестве примеров можно привести следующие $\rho(\xi,n)$ [x]:

---

[x] Часть приведенных примеров взята из [2].

$$\rho_k(\xi,n) = R^n e^{-\alpha R} \qquad \rho(p,n) = A_k \frac{d^k}{d\alpha^k}\left(\frac{\alpha}{[P^2+\alpha^2]^{5/2}}\right)$$

$$\rho_1(\xi,n) = \frac{e^{-\alpha R}}{R^2} \qquad \rho_1(p,n) = B_1 \frac{\alpha}{P^2(P + \alpha^2)^{1/2}}$$

$$\rho_2(\xi,n) = e^{-\alpha R^2} \qquad \rho_2(p,n) = B_2\, e^{-\alpha R^2}$$

$$\rho_3(\xi,n) = \int_0^{a^2} \delta(R^2 - \xi)\, d\xi \qquad \rho_3(p,n) = B_3 \frac{I_2(aP)}{P^2}$$

$$\rho_4(\xi,n) = \frac{1}{R^2+\beta^2} \qquad \rho_4(p,n) = B_4 \frac{K_1(\beta P)}{P}$$

$$\rho_5(\xi n) = \frac{1}{(R^2+\beta^2)^{1/2}} \qquad \rho_5(p n) = B_5 \frac{1}{P}\frac{d}{dP}\left(\frac{e^{-\beta P}}{P}\right)$$

Здесь : $P = [2(pn)^2 - p^2]^{1/2} \neq 0$, $\quad |\rho(0n)| \leq |\rho(p \neq 0n)| < \infty$, $k = 0, 1, 2 \ldots$

Последний пример позволяет заметить следующую особенность рассматриваемого случая. А именно: четырехмерный тип интеграла в (2) и поведение $D^o(x)$ при больших $\lambda = (x^{o2} - \vec{x}^{\,2})^{1/2}$ указывают, что в данном случае $\rho(\xi n)$ должна убывать с ростом R быстрее, чем $1/R^{3+1/4}$. На самом деле, представление $D^{oa}(x)$ в виде интеграла от произведения Фурье образов позволяет заключить, что $\rho(\xi,n)$ последнего примера в (5) является допустимой, таким образом возможно более медленное убывание функции „псевдоисточника".

Заключение

При соответствующем выборе " псевдоисточника" функция $\rho(\xi n)$ убывает достаточно быстро, и акаузальная **матрица**, рассмотренная в нашем примере, будет удовлетворять принципу макропричинности. Такой подход к теории S -матрицы является вполне естественным, так как учёт принципа причинности в теории S -матрицы приводит к необходимости рассматривать одновременно p – и x -представления S -матрицы /2/. Это обстоятельство является сильным аргументом в пользу возможного отказа от макропричинности.

Литература

1. Д.И.Блохинцев, препринт ОИЯИ Е2-3293, Дубна, 1967.
2. D.I.Blokhintsev, G.I.Kolerov. Nuovo Cim. 34, 163 (1964).
3. Н.Н.Боголюбов, Д.В. Ширков, Введение в теорию квантованных полей, М-Л., 1957.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 сентября 1967 года.