

С 3418

T-486

ЯФ, 1968, 7.7, В.4,

31/VIII-67

С. 794 - 802

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2 - 3404



Ф. Ткебучава, Г.А Чилашвили

ЗАДАЧА ДВУХ ТЕЛ,
ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С НЕЛОКАЛЬНЫМ
ФАКТОРИЗУЮЩИМСЯ ПОТЕНЦИАЛОМ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

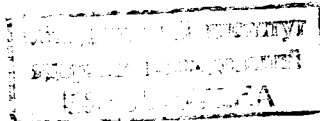
1967.

P2 - 3404

5222/1 мр.

Ф. Ткебучава, Г.А Чилашвили

**ЗАДАЧА ДВУХ ТЕЛ,
ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С НЕЛОКАЛЬНЫМ
ФАКТОРИЗУЮЩИМСЯ ПОТЕНЦИАЛОМ**



В последнее время кластерная модель атомного ядра пользуется определенным успехом. Существует целый ряд явлений, которые можно довольно просто объяснить этой моделью. Согласно этой модели, определенные виды нуклонных ассоциаций внутри ядер проявляют некоторую индивидуальность.

Так, например, легкое ядро Li^6 можно представить как комбинацию α - частицы и дейтрона ^{/1-3/}, также целый ряд свойств ядра Li^7 можно объяснить моделью $\alpha + H^3$ ^{/4,5/}. Модель ^{/6,7/} $\alpha + \alpha + n$ в последнее время успешно применяется для объяснения многих характеристик ядра Be^9 . Поэтому, естественно, изучению взаимодействий этих нуклонных ассоциаций придается большое значение при обосновании кластерного строения атомного ядра.

С другой стороны, возможно применение уравнения Фаддеева для решения проблемы трех тел с факторизующимся потенциалом. Поэтому, если изучить взаимодействие двух кластеров с помощью факторизующегося потенциала и установить параметры этого потенциала, появится возможность изучения некоторых легких ядер, состоящих из трех нуклонных ассоциаций, на базе решения уравнения Фаддеева.

Подобная задача рассмотрена, например ^{/8/}, для основного состояния ядра Li^6 , рассматриваемого как $\alpha + n + p$.

Ясно, с этой точки зрения большое значение имеет исследование $\alpha - \alpha$ взаимодействия. Изучая эту задачу, мы можем исходить из нуклон-нуклонного взаимодействия. При этом ввиду наличия обмена между нуклонами эффективный потенциал, описывающий взаимодействие между α - частицами, будет нелокальным. Поэтому изучение сложных частиц с факторизующим-

ся потенциалом имеет определенное оправдание, так как факторизующийся потенциал является частным случаем нелокального взаимодействия.

α - частица представляет собой насыщенную и плотно упакованную систему. Так как взаимодействие α - частиц в ядре происходит на низких энергиях (до 20 Мэв), то можно предположить, что они ведут себя как независимые образования без заметной поляризации и обмена между частицами, входящими в α - ассоциации. Задача α - α имеет долгую историю. Она была изучена многими авторами /9-19/. Итог изучения этой задачи следующий: между α - частицами имеет место специфическое ядерное взаимодействие, которое при $r_c < r < r_0$ имеет характер притяжения, при $r < r_c$ имеем сильное отталкивание, а при $r > r_0$ основным является кулонов - ское взаимодействие.

Нужно отметить, что не существует стабильного ядра Be^8 , т.е. две α - частицы связанного состояния не дают. По-видимому, Be^8 имеет квазистационарный уровень на $E = 94,5$ кэв, который в задаче рассеяния появляется в виде резонанса. Из эксперимента известно, что S - фаза рассеяния меняет знак. Это означает, что α - α взаимодействие на малых расстояниях имеет характер отталкивания. Было показано, что данные, полученные из рассеяния на малых энергиях, достаточны для определения трех параметров локального взаимодействия /15/. Ниже рассматриваются факторизующиеся потенциалы, способные породить отталкивание на малых расстояниях.

§1. Амплитуда рассеяния

Предположим, что кулоновского взаимодействия пока не имеется. Найдем выражение матрицы рассеяния в том случае, когда потенциал способен описать отталкивание на малых расстояниях. В этом случае, как известно, потенциальную энергию взаимодействия должны брать в следующем виде:

$$\langle \vec{p} | V | \vec{p}' \rangle = - \frac{1}{\pi \mu} \sum_{\ell m} [\lambda_{\ell} v_{\ell}(p) v_{\ell}(p') - \Lambda_{\ell} O_{\ell}(p) O_{\ell}(p')] Y_{\ell m}^*(\hat{p}) Y_{\ell m}(\hat{p}'), (1)$$

где μ - приведенная масса двух частиц, λ_ρ и Λ_ρ характеризуют глубину потенциала взаимодействия^{х)}. При одинаковых знаках этих величин существует возможность получения отталкивания на малых расстояниях. Функции $v_\rho(r)$ и $O_\rho(r)$ определяют вид взаимодействия. В дальнейшем для плоской волны используем нормировку:

$$|\vec{k}\rangle = (2\pi)^{-3/2} e^{i(\vec{k}\vec{r})}, \quad (2)$$

$$\langle \vec{k}_0 | \vec{k} \rangle = \delta(\vec{k} - \vec{k}_0).$$

Поэтому фурье-образ определен формулой

$$v_\rho(k) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{i(\vec{k}\vec{r})} v_\rho(r) d\vec{r}. \quad (3)$$

Уравнение Шредингера для связанного состояния в случае нелокального взаимодействия имеет следующий вид:

$$(\vec{p}^2 + \alpha^2) \Psi(\vec{p}) = -2\mu \int \langle \vec{p}' | V | \vec{p}' \rangle \Psi(\vec{p}') d\vec{p}', \quad (4)$$

где

$$\alpha^2 = 2\mu \epsilon, \quad (5)$$

а ϵ является энергией связи двух тел.

Подставляя выражение (1) в (4) и решая полученное интегральное уравнение для радиальной волновой функции, получаем:

$$R_\rho(p) = \frac{N_\rho \lambda_\rho}{\alpha + p} \left\{ v_\rho(p) - O_\rho(p) \frac{\Lambda_\rho h_\rho^{(1,2)}(\alpha)}{1 + \Lambda_\rho h_\rho^{(2)}(\alpha)} \right\}, \quad (6)$$

а энергия связи определяется из уравнения

$$[1 - \lambda_\rho h_\rho^{(1)}(\alpha)] [1 + \Lambda_\rho h_\rho^{(2)}(\alpha)] + \lambda_\rho \Lambda_\rho h_\rho^{(1,2)2}(\alpha) = 0. \quad (7)$$

х) Эти величины отличаются множителем $2\pi^2$ от обычно употребляемых.

В этих формулах N_ℓ - нормировочный коэффициент, а величины $h_\ell^{(1)}$, $h_\ell^{(2)}$ и $h_\ell^{(1,2)}$ определяются следующим образом:

$$h_\ell^{(1)}(\alpha) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{v_\ell^2(q) q^2 dq}{q^2 + \alpha^2}, \quad h_\ell^{(2)}(\alpha) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{O_\ell^2(q) q^2 dq}{q^2 + \alpha^2}, \quad (8)$$

$$h_\ell^{(1,2)}(\alpha) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{v_\ell(q) O_\ell(q) q^2 dq}{q^2 + \alpha^2}.$$

Ясно, что в частном случае, когда Λ_ℓ и $\ell=0$, получим решение для проблемы дейтрона /20/:

$$R_0(p) = \text{const} \frac{v_0(p)}{\alpha^2 + p^2}, \quad (9)$$

$$\lambda_0^{-1} = h_0^{(1)}(\alpha) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{v_0^2(q) q^2 dq}{\alpha^2 + q^2}. \quad (10)$$

Рассмотрим теперь задачу рассеяния. T - матрица рассеяния определяется интегральным уравнением

$$\langle \vec{p} | T(z) | \vec{p}' \rangle = \langle \vec{p} | V | \vec{p}' \rangle + 2\mu \int \frac{\langle \vec{p} | V | \vec{q} \rangle \langle \vec{q} | T(z) | \vec{p}' \rangle d\vec{q}}{k^2 - q^2 + i\epsilon}. \quad (11)$$

Если матрицу рассеяния разложить по сферическим функциям

$$\langle \vec{p} | T(z) | \vec{p}' \rangle = 4\pi \sum_{\ell m} \langle p | T_\ell(z) | p' \rangle Y_{\ell m}^*(\hat{p}) Y_{\ell m}(\hat{p}') \quad (12)$$

и вспомнить определение амплитуды рассеяния с помощью T - матрицы, получим

$$\frac{1}{k} e^{i\delta_\ell} \sin \delta_\ell = -4\pi^2 \mu \langle p | T(z) | p' \rangle_{p^2 = p'^2 = 2\mu z}. \quad (13)$$

Подставляя потенциал (1) в формулу (11), легко найти матрицу рассеяния, а применяя равенство (13), непосредственно получим формулу, пригодную для проведения фазового анализа:

$$k \cotg \delta_{\ell} = \frac{\Phi(k; \lambda_{\ell}, \Lambda_{\ell}, a, b)}{\Psi(k; \lambda_{\ell}, \Lambda_{\ell}, a, b)}, \quad (14)$$

где

$$\Phi = [1 + \lambda_{\ell} x_{\ell}(k)] [1 - \Lambda_{\ell} y_{\ell}(k)] + \lambda_{\ell} \Lambda_{\ell} z_{\ell}(k), \quad (15)$$

$$\Psi = \lambda_{\ell} v_{\ell}(k) - \Lambda_{\ell} O_{\ell}^2(k) - \lambda_{\ell} \Lambda_{\ell} [y_{\ell}(k) v_{\ell}^2(k) + x_{\ell}(k) O_{\ell}^2(k) - 2v_{\ell}(k) O_{\ell}(k) z_{\ell}(k)].$$

В этих формулах a и b - величины, имеющие размерность, обратную длине, характеризуют радиус потенциала взаимодействия; x_{ℓ} , y_{ℓ} и z_{ℓ} определяются формулами

$$\begin{aligned} x_{\ell}(k) &= \frac{2}{\pi} p \int_0^{\infty} \frac{v_{\ell}^2(q) q^2 dq}{k^2 - q^2} = -h_{\ell}^{(1)}(ik), \\ y_{\ell}(k) &= \frac{2}{\pi} p \int_0^{\infty} \frac{O_{\ell}^2(q) q^2 dq}{k^2 - q^2} = -h_{\ell}^{(2)}(ik), \\ z_{\ell}(k) &= \frac{2}{\pi} p \int_0^{\infty} \frac{v_{\ell}(q) O_{\ell}(q) q^2 dq}{k^2 - q^2} = -h_{\ell}^{(1,2)}(ik). \end{aligned} \quad (16)$$

В частном случае $\Lambda_0 = -\lambda_0$ и $2\lambda_0 \rightarrow \lambda_0$ формула (14) дает

$$k \cotg \delta_0 = \frac{1}{v_0^2(k)} \left\{ \frac{1}{\lambda_0} + \frac{2}{\pi} p \int_0^{\infty} \frac{v_0^2(q) q^2 dq}{k^2 - q^2} \right\}. \quad (17)$$

Если в качестве $v_0(k)$ брать взаимодействие Юкавы $v_0(k) = (a^2 + k^2)^{-1}$, то /20/

$$k \cotg \delta_0 = -a + \frac{a^2 + k^2}{2a} + \frac{(a^2 + k^2)^2}{\lambda_0}. \quad (18)$$

Рассмотрим теперь некоторые частные случаи.

1. Допустим, что $l=0$ и в (1) как $v_0(k)$, так и $O_0(k)$ представляют потенциалы Юкавы:

$$v_0(k) = \frac{1}{k^2 + a^2}, \quad O_0(k) = \frac{1}{k^2 + b^2}. \quad (19)$$

Ясно, что когда $\lambda_0 \Lambda_0 > 0$ и $a \neq b$, на малых расстояниях потенциал (1) порождает отталкивание. В этом случае применяются вышеполученные формулы, где

$$z_0(k) = \frac{1}{b^2 - a^2} \left[\frac{b}{k^2 + b^2} - \frac{a}{k^2 + a^2} \right], \quad (20)$$

а $x_0(k)$ и $y_0(k)$ получаются заменой в $z_0(k)$ $a \rightarrow b$.

Аналогично

$$h_0^{(1,2)}(a) = [(a+a)(b+a)(b+a)]^{-1}, \quad (21)$$

а $h_0^{(1)}(a)$ и $h_0^{(2)}(a)$ получаются заменой в $h_0^{(1,2)}(a)$ $a \rightarrow b$.

2. Рассмотрим случай, когда

$$v_0(k) = \frac{1}{a^2 + k^2}, \quad O_0(k) = \frac{1}{k} \sin k r_c, \quad (22)$$

второй член соответствует потенциальной стенке, координатное представление которой имеет вид /21/

$$\lim_{\Lambda_0 \rightarrow \infty} \frac{\Lambda_0}{8\pi\mu} \frac{\delta(r-r_c)}{r} \frac{\delta(r'-r_c)}{r'}. \quad (23)$$

В этом случае потенциал порождает бесконечное отталкивание в точке $r = r_c$.

Применяя формулы (16), получим

$$x_0(k) = \frac{1}{2a(k^2 + a^2)} \left[1 - \frac{2a^2}{a^2 + k^2} \right], \quad y_0(k) = -\frac{\sin 2kr_c}{2k}, \quad (24)$$

$$z_0(k) = \frac{e^{-\alpha r_c} - \cos k r_c}{k^2 + a^2},$$

что, согласно формулам (14) и (15), даст /21/:

$$k \cotg \delta = \frac{\epsilon}{Q} - k \cotg k r_c, \quad (25)$$

где

$$\Theta = \frac{k}{\sin k r_c} e^{-2\alpha r_c}, \quad (26)$$

$$Q = 2 e^{-\alpha r_c} - \cos k r_c - \frac{\sin k r_c}{k} \left[\frac{(k^2 + a^2)^2}{\lambda_0} - \frac{a}{2} + \frac{k^2}{2a} \right]. \quad (27)$$

А энергия связи определяется из условия

$$1 - \frac{\lambda_0}{2a(a+a)^2} \left[1 - \frac{4aa}{(a-a)^2} \frac{(e^{-\alpha r_c} - e^{-\alpha r_c})^2}{1 - e^{-2\alpha r_c}} \right] = 0, \quad (28)$$

поскольку

$$h_0^{(1)} = \frac{1}{2a(a+a)^2}, \quad h_0^{(2)} = \frac{1 - e^{-2\alpha r_c}}{2a}, \quad h_0^{(1,2)} = \frac{e^{-\alpha r_c} - e^{-\alpha r_c}}{a^2 - a^2}. \quad (29)$$

Волновая функция будет иметь вид (8), что в координатном представлении даст:

$$R_0(r) = \frac{\text{const}}{r} \left\{ \frac{e^{-\alpha r} - e^{-\alpha r}}{a^2 - a^2} - \frac{h_0^{(1,2)}(a)}{h_0^{(2)}(a)} \frac{e^{-\alpha |r - r_c|} - e^{-\alpha (r + r_c)}}{2a} \right\}. \quad (30)$$

Ясно, что волновая функция в точке $r = r_c$ обращается в нуль, $R(r_c) = 0$.

В проблему двух тел так же легко можно включить спин-орбитальное взаимодействие. Например, мы можем взять взаимодействие нуклона с безспинной частицей в следующем виде:

$$\langle \vec{p} | V | \vec{p}' \rangle = - \frac{1}{\pi \mu} \sum_{\ell m} v_{\ell}(p) v_{\ell}(p') Y_{\ell m}^*(\hat{p}) [\lambda_{\ell} + \Lambda_{\ell}(\vec{\sigma} \vec{\ell})] Y_{\ell m}(\hat{p}'). \quad (31)$$

при этом $\Lambda_0 = 0$ (так как в состоянии $\ell=0$ спин-орбитального взаимодействия нет). Для матрицы рассеяния получаем формулу:

$$\langle \vec{p} | T(z) | \vec{p}' \rangle = - \frac{1}{\pi \mu} \sum_{\ell j m_j} v_{\ell}(p) t_{\ell j}(z) v_{\ell}(p') Y_{\ell 1/2}^{j m_j}(\hat{p}) Y_{\ell 1/2}^{j m_j}(\hat{p}'). \quad (32)$$

Выражение $t_{\ell j}(z)$ определяется следующим образом:

$$t_{\ell j}(z) = \frac{A_{\ell j}}{1 + \frac{2 A_{\ell j}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{v_{\ell}^2(q) q^2 dq}{k^2 - q^2 + i\epsilon}}, \quad (33)$$

где

$$\Lambda_{\ell j} = \lambda_{\ell} + \Lambda_{\ell}^{\alpha} \ell_j, \quad (34)$$

$$^{\alpha} \ell_j = \begin{cases} \ell, & j = \ell + 1/2, \\ -(\ell + 1), & j = \ell - 1/2. \end{cases}$$

$y_{\ell 1/2}^{jm_j}(\rho')$ известная функция

$$y_{\ell 1/2}^{jm_j}(\hat{\rho}) = \sum_{m_{\ell} m_s} \langle \ell 1/2 m_{\ell} m_s | j m_j \rangle y_{\ell m_{\ell}}(\hat{\rho}) \chi_{1/2 m_s}. \quad (35)$$

Учитывая формулу

$$\frac{1}{k} e^{i\delta_{\ell j}} \sin \delta_{\ell j} = v_{\ell}^2(k) t_{\ell j}(z), \quad (36)$$

окончательно получаем

$$k \cotg \delta_{\ell j} = \frac{1}{v_{\ell}^2(k)} \left\{ \frac{1}{\Lambda_{\ell j}} + \frac{2}{\pi} p \int_0^{\infty} \frac{v_{\ell}^2(q) q^2 dq}{k^2 - q^2} \right\}. \quad (37)$$

В частном случае $\ell = 1$ формула (37) совпадает с полученной в работе /22/ формулой.

§2. Учет кулоновского взаимодействия

Допустим теперь, что частицы имеют заряд. В этом случае в уравнение Шредингера, кроме потенциала (1), надо включить кулоновское взаимодействие. При наличии кулоновского поля задачу удобно решать в координатном представлении. При этом взаимодействие (1) в координатном представлении имеет вид

$$\langle \vec{r} | V | \vec{r}' \rangle = -\frac{1}{2\mu} \sum_{\ell m} \left[\lambda_{\ell} \frac{v_{\ell}(r)}{r} \frac{v_{\ell}(r')}{r'} - \Lambda_{\ell} \frac{O_{\ell}(r)}{r} \frac{O_{\ell}(r')}{r'} \right] Y_{\ell m}^*(\hat{r}) Y_{\ell m}(\hat{r}'). \quad (38)$$

Уравнение Шредингера для локального $V(r)$ потенциала пишется следующим образом:

$$\left[-\frac{d^2}{dr^2} - k^2 + \frac{1}{Dr} + \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] \chi_\ell(r) = -V(r)\chi_\ell(r), \quad (39)$$

где $R_\ell(r) = r^{-1} \chi_\ell(r)$ - радиальная волновая функция, а D - известный параметр

$$D = \frac{1}{2\mu z_1 z_2 e^2}. \quad (40)$$

Чтобы написать уравнение (39) для случая взаимодействия, определенно-го формулой (38), достаточно произвести следующую замену:

$$V(r)\chi_\ell(r) = -\lambda v_\ell(r)\bar{\chi}_\ell^{(1)} + \Lambda_\ell O_\ell(r)\bar{\chi}_\ell^{(2)}, \quad (41)$$

где

$$\bar{\chi}_\ell^{(1)} = \int_0^\infty v_\ell(r)\chi_\ell(r)dr, \quad \bar{\chi}_\ell^{(2)} = \int_0^\infty O_\ell(r)\chi_\ell(r)dr. \quad (42)$$

Рассмотрим частный случай $\ell = 0$ (рассмотрение случая $\ell \neq 0$ не представляет трудности). Опуская индекс $\ell = 0$, получаем

$$\left(-\frac{d^2}{dr^2} - k^2 + \frac{1}{Dr} \right) \chi(r) = f(r), \quad (43)$$

где

$$f(r) = \lambda v(r)\bar{\chi}^{(1)} - \Lambda O(r)\bar{\chi}^{(2)}. \quad (43')$$

На больших расстояниях ядерный потенциал быстро уничтожается, поэтому асимптотическое решение удовлетворяет следующему уравнению:

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \left(k^2 - \frac{1}{Dr} \right) u = 0. \quad (44)$$

Решение уравнения (43) при $r \rightarrow \infty$ должно иметь следующий вид:

$$\chi(r) \underset{r \rightarrow \infty}{\rightarrow} u(r) = \frac{C(\eta)}{\sin \delta} \sin(kr - \eta \ln 2kr + \sigma + \delta), \quad (45)$$

где

$$C^2(\eta) = \frac{2\pi\eta}{e^{2\pi\eta} - 1}, \quad \eta = \frac{z_1 z_2 \mu e^2}{k}. \quad (46)$$

σ - фаза кулоновского, а δ - ядерного рассеяния. Асимптотическое решение для всех r принимает вид

$$\chi(r) = C G(r) + C \operatorname{ctg} \delta F(r), \quad (47)$$

где $F(r)$ и $G(r)$ - известные, регулярная и нерегулярная, кулоновские функции, причем $F(0) = 0$, а $G(0)C(\eta) = 1$. С помощью функции Грина уравнение (43) можно переписать в виде следующего интегрального уравнения:

$$\chi(r) = C \operatorname{ctg} \delta F(r) + \int_0^\infty K(r, r') f(r') dr'. \quad (48)$$

Функция Грина, удовлетворяющая условию $\chi(0) = 0$, определяется следующим образом:

$$k K(r, r') = \begin{cases} F(r) G(r'), & r < r'; \\ G(r) F(r'), & r > r'. \end{cases} \quad (49)$$

Подставляя (49) и (43) в (43), получим

$$\begin{aligned} \chi(r) = & C \operatorname{ctg} \delta F(r) + \frac{1}{k} \{ \lambda \bar{X}^{-(2)} \int_r^\infty G(r') v(r') dr' - \\ & - \lambda \bar{X}^{-(2)} \int_0^r G(r') O(r') dr' \} + \frac{1}{k} G(r) \{ \lambda \bar{X}^{-(1)} \int_0^r F(r') v(r') dr' - \\ & - \lambda \bar{X}^{-(2)} \int_0^r F(r') O(r') dr' \}. \end{aligned} \quad (50)$$

Применяя теперь условие на бесконечности и формулу (42), получим

$$\operatorname{Ctg} \delta = \frac{L(k; \ell_1, \ell_2, a, b)}{M(k; \ell_1, \ell_2, a, b)}, \quad (51)$$

где

$$L = 1 + 2(\ell_2 D_{22} - \ell_1 D_{11}) + 4\ell_1 \ell_2 (D_{12}^2 - D_{11} D_{22}), \quad (52)$$

$$M = (\ell_1 \nu_a^2 - \ell_2 \nu_b^2) + 2\ell_1 \ell_2 (\nu_a^2 D_{22} + \nu_b^2 D_{11} - 2\nu_a \nu_b D_{12}),$$

$$\ell_1 = \frac{\lambda}{a^3}, \quad \ell_2 = \frac{\Lambda}{a^3} - \quad (53)$$

безразмерные величины; D_{1k} определяются формулами

$$D_{11} = \frac{a^3}{k^3} \int_0^\infty G(\rho) v\left(\frac{\rho}{k}\right) d\rho \int_0^\infty F(x) v\left(\frac{x}{k}\right) dx,$$

$$D_{22} = \frac{a^3}{k^3} \int_0^\infty G(\rho) O\left(\frac{\rho}{k}\right) d\rho \int_0^\infty F(x) O\left(\frac{x}{k}\right) dx,$$

$$D_{12} = \frac{a^3}{2k^3} \left\{ \int_0^\infty G(\rho) O\left(\frac{\rho}{k}\right) d\rho \int_0^\rho F(x) v\left(\frac{x}{k}\right) dx + \right. \\ \left. + \int_0^\infty G(\rho) v\left(\frac{\rho}{k}\right) d\rho \int_0^\rho F(x) O\left(\frac{x}{k}\right) dx \right\}, \quad (54)$$

а величины ν_a, ν_b определены следующим образом:

$$\nu_a = \left(\frac{a}{k}\right)^{3/2} \int_0^\infty F(x) v\left(\frac{x}{k}\right) dx, \quad \nu_b = \left(\frac{a}{k}\right)^{3/2} \int_0^\infty F(x) O\left(\frac{x}{k}\right) dx. \quad (55)$$

Поскольку имеются превосходные таблицы кулоновских функций с нулевым значением ℓ для довольно широкого интервала значений η и ρ , формула (51) может быть применена для проведения фазового анализа в случае конкретного типа нелокального факторизирующегося взаимодействия.

В частном случае, когда $a = b$, $\ell_1 = -\ell_2$, $2\ell_1 \rightarrow \ell$, формула (51) принимает следующий вид [24]:

$$\cotg \delta = \frac{1 - 2\ell D_{11}}{\ell \nu_a^2}. \quad (56)$$

Рассмотрим теперь случай потенциальной стенки, т.е. случай, когда, кроме юкавовского притяжения и кулоновского отталкивания, на $r = r_c$ имеется потенциальная стенка, определяемая формулой (30). Ясно, что при $\ell_2 \rightarrow \infty$ формула (51) дает

$$\cotg \delta = \frac{2D_{22} + 4\ell_1 (D_{12}^2 - D_{11} D_{22})}{2\ell_1 (\nu_a^2 D_{22} + \nu_b^2 D_{11} - 2\nu_a \nu_b D_{12}) - \nu_b^2}, \quad (57)$$

где

$$\nu_a = \left(\frac{a}{k}\right)^{3/2} \int_0^\infty e^{-\frac{\alpha}{k}\rho} F(\rho) d\rho, \quad \nu_b = \left(\frac{a}{k}\right)^{3/2} F(kr_c), \quad (58)$$

а

$$D_{11} = \frac{a^3}{k^3} \int_0^\infty G(\rho) e^{-\frac{\alpha}{k}\rho} d\rho \int_0^\rho F(x) e^{-\frac{\alpha}{k}x} dx, \\ D_{22} = \frac{1}{2} \left(\frac{a^3}{k^3}\right) G(kr_c) F(kr_c), \quad (59)$$

$$D_{12} = \frac{a^3}{2k^3} \left\{ F(kr_c) \int_{kr_c}^\infty G(\rho) e^{-\frac{\alpha}{k}\rho} d\rho + G(kr_c) \int_0^{kr_c} F(\rho) e^{-\frac{\alpha}{k}\rho} d\rho \right\}.$$

В случае, когда кулоновское взаимодействие отсутствует, $\eta = 0$, $C(0) = 1$, $F(kr) = \sin kr$, $G(kr) = \cos kr$ и формула (57) переходит в формулу (32), что и следовало ожидать.

83. Фазовый анализ для $\alpha - \alpha$ рассеяния

Применим полученные выше формулы для фазового анализа $\alpha - \alpha$ рассеяния. Конкретно мы рассмотрим взаимодействие в S - состоянии. Зависимость S - фазы рассеяния от энергии получена многими авторами. Мы пользуемся значениями фазы в интервале энергий $0,2 \leq E_\alpha \leq 10$ Мэв ^{/25-28/}. Формула (16) недавно была применена в работе ^{/29/} для проведения фазового анализа $\alpha - \alpha$ рассеяния с нелокальным факторизующимся потенциалом, без учета кулоновского поля. В этой работе для параметров λ и a приводятся следующие значения:

$$\ell = \frac{\lambda}{a^3} = 5,90, \quad a = 0,736 \text{ F}^{-1}. \quad (60)$$

Ясно, что для радиуса потенциала α - α взаимодействия получается слишком малая величина, равная $a^{-1} = 1,37 \text{ F}$. Кроме того, вид теоретической кривой довольно плохо описывает экспериментальные точки, особенно при сравнительно малых энергиях (см. кривую I на рисунке).

Мы провели фазовый анализ в случае взаимодействия (28), т.е. в случае, когда в отличие от работы /29/, кроме юкавовского притяжения имеется потенциальная стенка в точке $r = r_c$, опять-таки без учета кулоновского взаимодействия.

Для параметров потенциала взаимодействия получаются следующие значения:

$$l = 8,810, \quad a = 0,306 \text{ F}^{-1}, \quad r_c = a^{-1}, \quad (61)$$

при этом теоретическая кривая довольно хорошо передает все черты поведения экспериментальных точек (кривая II на рисунке).

Кроме того, есть возможность учета резонанса α - α рассеяния. Допустим для простоты, что резонанс имеется около нулевой энергии. Условие наличия уровня с энергией связи $\epsilon = 0$ получится из формулы (28), а именно:

$$l = \frac{2}{1 - \frac{2}{a r_c} (1 - e^{-a r_c})^2}. \quad (62)$$

Проведение фазового анализа с дополнительным условием (62), выражающим отсутствие связанного состояния, дает следующее значение для параметров

$$l = 10,010; \quad a = 0,325; \quad r_c = 3,160. \quad (63)$$

При этом теоретическая кривая на сравнительно больших энергиях немного отклоняется от правильного экспериментального хода.

Таким образом, α - α - рассеяние можно довольно хорошо описать с помощью взаимодействия (30). Нам кажется, что учет кулоновского взаимодействия между α -частицами не сильно изменит значения параметров. Соответствующий анализ проводится нами в настоящее время. Проводится также анализ с применением других видов потенциалов взаимодействия.

В заключение авторы выражают благодарность И.Н.Силину за ценные обсуждения, связанные с фазовым анализом.

Л и т е р а т у р а

1. И.Ш.Вашакидзе, Г.А.Чилашвили. ЖЭТФ, 26, 254 (1954).
2. Т.И.Копалейшвили, И.Ш.Вашакидзе, В.И.Мамасахлисов, Г.А.Чилашвили. ЖЭТФ, 38, 1758 (1960).
3. В.И. Мамасахлисов. Известия АН СССР, 38, 1550 (1964).
4. Г.А.Чилашвили. Сообщения АН ГССР, 18, №3 (1957).
5. В.И.Мамасахлисов, Г.А.Чилашвили. ЖЭТФ, 806 (1957).
6. J.S.Blair, E.M.Henley. Phys.Rev., 112, 2029 (1958).
7. И.Ш.Вашакидзе, Т.И.Копалейшвили, В.И.Мамасахлисов, Г.А.Чилашвили, ЖЭТФ, 38, 937 (1960).
8. Г.А.Чилашвили. Сообщения АН ГССР, 43:2,297 (1964).
9. H.M.Taylor. Proc.Roy.Soc. A134,103 (1931);A136,605 (1932).
10. J.A.Wheeler. Phys.Rev., 59, 16 (1941).
11. H.Margenau. Phys.Rev., 59, 37 (1941),
12. R.Haefner. Rev. Mod.Phys., 23, 228 (1951).
13. S.F.Edwards. Proc.Camb. Phil.Soc., 48, 652(1952).
14. A.Herzenberg. Nuovo Cim., 1, 986 (1955).
15. E.Van der Spuy, H.J.Piensaar. Nucl. Phys., 7, 397 (1958).
16. E.Van der Spuy. Nucl.Phys., 11, 615 (1959).
17. I.Shimodaye, R.Tamagaki, H.Tanaka. Progr.Theor. Phys., 25, 853 (1961); 27, 793 (1962).
18. E.W.Schmid, K.Wildermath. Nucl.Phys., 26, 463 (1961).
19. S.Ali, A.R.Bodmer. Nucl. Phys., 80, 99 (1966).
20. Y.Yamaguchi. Phys. Rev., 95, 1628 (1954).
21. R.D.Puff. Ann. Phys., 13, 317 (1961).
22. A.N.Mitra, V.S.Bhasin, B.S.Bhakar. Nucl. Phys., 38, 316 (1962).
23. A.Tubis. Tables of Nonrelativistic Coulomb Wave Functions. LA-2150, Los Alamos Scientific Labor., April, 4, 1958.
24. О.Г.Ситенко, О.В.Дробченко. УФЖ, 8, 5 (1963).
25. J.L.Russell, G.C.Phillips, C.W.Reich. Phys.Rev., 104, 135 (1956).
26. N.P.Heydenburg, G.M.Temmer. Phys.Rev., 104, 123 (1956).

27. R.Nilson, W.K.Jentschke, G.R.Briggs, R.O.Kerman, J.N.Snyder. Phys. Rev., 109, 850 (1958).
28. N.Berk, F.E.Steigert, G.L.Salinger. Phys.Rev., 117, 531 (1960).
29. David R.Harrington. Phys.Rev., 147, 685 (1960).

Рукопись поступила в издательский отдел
22 июня 1967 года

