ЖЭТФ, письма в ред. 31/VIII-67
1967 г. 6, в. 4, с. 604-606

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

Р2 - 3391

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

А.Н. Заславский, В.И. Огиевецкий, В. Тыбор

НАРУШЕННАЯ СИММЕТРИЯ $SU_w(6)$ И ДЕВЯТЫЙ ПСЕВДОСКАЛЯРНЫЙ МЕЗОН

1967 г.

Р2 - 3391

А.Н. Заславский, В.И. Огиевецкий, В. Тыбор

НАРУШЕННАЯ СИММЕТРИЯ $SU_w(6)$ И ДЕВЯТЫЙ ПСЕВДОСКАЛЯРНЫЙ МЕЗОН

Направлено в "Acta Physika Polonika"

1. Существует точка зрения , что свойства симметрии ослабляются при переходе от статического случая к коллинеарным и, далее, к компланарным процессам (иерархии подгрупп)[1]. В работе[2] была предложена группа $SU_s(6)$, содержащая группу $SU_W(6)$ [3] как коллинеарный предел, оставляющая инвариантными свободные уравнения движения и применимая к бинарным реакциям общего вида. Это позволяет выдвинуть другую гипотезу : классификацию частиц и резонансов, их массы, вершины и амплитуды бинарных реакций можно рассматривать единым релятивистским образом на основе группы $SU_x(6)$. Однако в мультиплетах разности масс велики, и ясно, что мы будем иметь дело с нарушенной симметрией . И действительно[4], предсказания точной $SU_W(6)$ значительно расходятся с экспериментальными данными по мезон-барионным столкновениям. Нам известно, что то же относится и к предсказаниям точной $SU_x(6)$ для неколлинеарных процессов. Такая ситуация не нова, точная унитарная симметрия $SU(3)$ также не согласуется с опытом, и ее успехи связаны с удачным выбором ее нарушений (3-3 компонента октета). При учёте октетного шпуриона не только в массовом операторе, но и в амплитудах реакций были найдены результаты, менее ограничительные, чем в точной $SU(3)$, но согласующиеся с опытом[5].

В настоящей работе исследуются возможные нарушения группы $SU_W(6)$, и в качестве первого шага найдены массовые формулы. При анализе нарушений (шпурионов) мы опираемся на следующие естественные требования:

1) для сохранения релятивистской инвариантности и чётности шпурион должен быть скаляром с положительной чётностью;

2) для сохранения изоспина и гиперзаряда шпурион должен преобразовываться как синглет или как 3-3 компонента октета относительно SU(3).

В соответствии с принятой формой нарушений в SU(3) мы не будем учитывать вкладов от представлений 27 и более высоких.

Далее, кроме этих требований есть еще одно - специфическое для исследуемой группы условие. В ней имеются представления двух типов. В одном из них (x -типа) состояния классифицируются по x -спину, или, в коллинеарном случае, по W - спину. В частности, мезоны 0^- и 1^- описываются представлением x -типа размерности 36 (вместо 35 в статической SU(6)). В представлениях s -типа (например, барионный 56-плет) классификация идет по обычному спину. Шпурионы возникают из представлений обоих типов. В определение обоих типов входят базисные векторы e^i_μ /2/, построенные из импульсов частиц, участвующих в реакции. Эти векторы не должны входить в массовые формулы, массы частиц из мультиплета должны расщепляться по обычному спину, расщепление масс по W или x -спину бессмысленно. Отсюда вытекает третье условие:

3) Шпурион должен быть таким, чтобы массовый оператор не зависел от базисных векторов e^i_μ .

Наконец, структура шпуриона должна быть единой, и, в частности, одинаковой для мезонов и барионов. Мезоны описываются величиной с одним верхним и одним нижним индексом, и мы ограничимся поэтому шпурионами с двумя верхними и двумя нижними индексами.

Наиболее общая структура шпуриона, удовлетворяющая этим трем условиям, приведена в параграфе 2 (формула (6)), где без каких-либо дополнительных ограничений доказано, что в общем случае для мезонов должны соблюдаться две массовые формулы:

$$\chi + \eta + \pi = \omega + \phi + \rho , \qquad (A)$$

т.е. суммы квадратов масс нестранных мезонов в псевдоскалярном и векторном нонетах одинаковы и

$$\{[4K^* - \rho][3(\omega+\phi)-(4K^*-\rho)] - 9\,\phi\omega\}^{1/2} -$$

$$-\{[4K-\pi][3(\chi+\eta)-(4K-\pi)] - 9\eta\chi\}^{1/2} = \sqrt{2}[(K-\pi)-(K^*-\rho)], \qquad (B)$$

где символами частиц обозначены квадраты их масс, а χ девятый псевдоскалярный мезон. Отметим, что формула (A) остается справедливой даже при учёте вклада от T^{33}_{33} компоненты 27-плета из высших представлений $SU_x(6)$.

Формулы (A) и (B) можно рассматривать как систему уравнений для определения неизвестной массы χ -мезона и массы ρ -мезона (ширина ρ -мезона велика (160 Мэв) и значение массы ρ -мезона зависит от способа обработки экспериментальных данных). Тогда, беря массы других частиц из таблиц [7], мы находим, что масса χ -мезона равна 1400 Мэв,[x] а ρ -мезона - 790 Мэв. Отсюда следует, что формулы (A) и (B) хорошо выполняются, если считать девятой псевдоскалярной частицей E (1420) -мезон, у которого по новым экспериментальным данным [6] наиболее предпочтительное значение спин-чётности оказывается 0^-. Угол смешивания η- и E-мезонов равен - 6,5°.

Мезон X^0 не укладывается в нонет 0^- из $SU_W(6)$. Отметим, что псевдоскалярность X^0 -мезона нельзя считать твердо установленной [9]. При определении его спин-чётности по распаду $X^0 \to \rho + \gamma$ [10] авторы пользовались только простейшими матричными элементами и не учитывали высшие мультипольные переходы, что не убедительно при большом (≈ 200 Мэв) энерговыделении. Если учесть эти переходы, то угловая корреляция $\sin^2\theta$ появляется не только для спин-чётности 0^-, но и для 1^+; 2^- и т.д. Определение спин-чётности X^0 -мезона по диаграмме Далитца для распада $X^0 \to \eta\, 2\pi$ также не однозначно, так как не позволяет отличить значения 0^- и 2^- [11]. Кроме того, для этого распада на диаграмме Далитца нет хороших запретов, и поэтому спин- чётность определялась по поведению простейших матричных элементов, что нельзя считать вполне убедительным.

---

[x] Отметим, что из формулы Швингера [8] по таблицам Розенфельда [7] для девятого псевдоскалярного мезона получается значение массы ≈ 1,6 Гэв.

Шпурион (6), дающий для 36-плета мезонов массовые формулы (A) и (B), в применении к 56-плету барионов приводит к обычным массовым формулам, известным из статической SU(6) [12].

2.Перейдем к доказательству массовых формул (A) и (B).

а) Октет барионов $\frac{1}{2}^{+}$ и декуплет $\frac{3}{2}^{+}$ с импульсом p в рамках SU (6) укладываются в представление 56 [2].

$$B^{\alpha\beta\gamma}(p)=\frac{1}{\sqrt{2}}\psi^{ABG}_{\mu,\alpha}(p)(\gamma_\mu\Lambda_- C)_{bq}+$$

$$+\frac{1}{3\sqrt{2}}[\epsilon^{ABD}\psi^{G}_{qD}(p)(\gamma_5\Lambda_-C)_{ab}+\epsilon^{BGD}\psi^{A}_{aD}(\gamma_5\Lambda_-C)_{bq}+$$

$$+\epsilon^{GAD}\psi^{B}_{bD}(\gamma_5\Lambda_-C)_{qa}],$$

где $\Lambda_-=\frac{ip\gamma+M}{2M}$.

Два нонета мезонов 0^- и 1^- с импульсом q принадлежат к 36-плету [2].

$$M^{\alpha}_{\beta}(q)=\frac{1}{\sqrt{2}}\{i\gamma_\nu\gamma_5(b^{A}_{\nu B}(q)+\frac{1}{\sqrt{3}}\delta^{A}_{B}b_\nu(q))-(\phi^{A}_{B}(q)+\frac{1}{\sqrt{3}}\delta^{A}_{B}\phi(q))\}\Lambda_+ie^{3}_{\mu}\gamma_\mu\gamma_5=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\{S^{x}_{i}(b^{iA}_{B}+\frac{1}{\sqrt{3}}\delta^{A}_{B}b^{i})+(\phi^{A}_{B}+\frac{1}{\sqrt{3}}\delta^{A}_{B}\phi)\}S^{x}_{3}, \quad (2)$$

где

$$b^i = e^i_\mu \, b_\mu \quad .$$

Матрицы x –спина:

$$S^x_i = - i \Lambda_+ \, e^i_\nu \gamma_\nu \gamma_5 \, , \, (\Lambda_+ = \frac{-iq\gamma + m}{2m}) \tag{3}$$

образуют алгебру $SU(2)$ (см. Приложение). Базисные векторы e^i_μ строятся из импульсов частиц, входящих в реакцию [2].

Мультиплет мезонов (2) принадлежит к представлению x –типа. Примером представления, принадлежащего к s –типу, может служить следующий 36–плет:

$$M'^{\alpha}_{\beta}(q) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ i\gamma_\nu \gamma_5 (b^A_{\nu B}(q) + \frac{1}{\sqrt{3}} \delta^A_B b_\nu(q)) - (\phi^A_B(q) + \frac{1}{\sqrt{3}} \delta^A_B \phi(q)) \} \Lambda_+ \, . \tag{4}$$

б) В точной симметрии массовый член для 36–плета мезонов имеет вид

$$m^2_0 \bar{M}^\alpha_\beta M^\beta_\alpha \, .$$

Переходя к нарушенной симметрии нужно добавить члены, в которых индексы волновых функций 36–плета суммируются всеми возможными способами с индексами шпурионов. Отсюда ясно, что шпурионы, дающие вклад в массовый оператор для мезонов, не могут иметь больше двух верхних и двух нижних индекса. Поэтому шпурионы с большим числом индексов здесь рассматриваться не будут. Шпурионы удобно выбирать из приводимых представлений 441 или 225, т.е. пользоваться величинами с отличным от нуля следом. Это приводит к специфическому дополнительному учёту нарушений с трансформационными свойствами 35–плета.

Наиболее общий шпурион, удовлетворяющий требованиям 1 и 2 из § 1, т.е. являющийся лоренц-скаляром с положительной чётностью и содержащий синглетные и октетные нарушения, с учётом тождества (П3) можно записать в виде[x/]:

$$a_0 [35_s(8)] +$$

$$+ a_1 [441_s (1+)] + a_1' [441_x (1+)] + b_1 [225_s (1-)] +$$

$$+ a_2 [441_s (1-)] + b_2 [225_s (1+)] + c_2 [225_x (1+)] +$$

$$+ a_3 [441_s (8+)] + a_3' [441_x (8+)] + b_3 [225_s (8-)] +$$

$$+ a_4 [441_s (8-)] + b_4 [225_s (8+)] + c_4 [225_x (8+)] .$$

Здесь числа 1 и 8 обозначают унитарное содержание шпурионов, а знаки (+) и (-) соответствуют симметрии спиновой части шпуриона, например,

$$[441_s (1\pm)] = [(\Lambda_+)_{ba} (\Lambda_+)_{dc} \pm (\Lambda_+)_{da} (\Lambda_+)_{bc}][\delta_A^B \delta_C^D \pm \delta_A^D \delta_C^B],$$

$$[225_x (8+)] = [(S_3^x)_{ba} (S_3^x)_{dc} + (S_3^x)_{da} (S_3^x)_{bc}][T_A^B \delta_C^D + T_C^D \delta_A^B - T_C^B \delta_A^D - T_A^D \delta_C^B],$$

где

$$T_A^B = \delta_A^3 \delta_3^B - \frac{1}{3} \delta_A^B = -\frac{1}{\sqrt{3}} (\lambda_8)_A^B$$

[x/] Отметим, что шпурион a_0 $SU_W(6)$ рассматривал Гупта /13/.

(λ_8 –матрица Гелл–Манна). Первый шпурион принадлежит к представлению s –типа, а второй – x –типа.

Учитывая условие 3 (из §1), т.е. требование, чтобы массы частиц расщеплялись в зависимости от обычного спина, а не по x –спину, получаем шпурион

$$S^{\alpha\beta}_{\gamma\delta} = a_1 \{[441_s(1+)] - [225_s(1-)]\} +$$

$$+ a_2 \{[441_s(1-)] - [225_x(1+)]\} + \tag{6}$$

$$+ b_2 \{[225_s(1+)] - [225_x(1+)]\} +$$

$$+ a_3 \{[441_s(8+)] - [225_s(8-)]\} +$$

$$+ a_4 \{[441_s(8-)] - [225_x(8+)]\} +$$

$$+ b_4 \{[225_s(8+)] - [225_x(8+)]\}.$$

Отметим, что представления 225 не дают вклада в массовые формулы для барионов. Очевидно, что шпурион (6) не может содержать представление 441_x, иначе нарушалось бы условие 3 для барионов. Шпурион 35_s также опущен, так как его вклад в массовые формулы мезонов и барионов сводится в вкладу высших представлений. Кроме того, определенная линейная комбинация первых трех шпурионов приводит к инварианту $SU_x(6)$, и поэтому в дальнейшем мы будем опускать шпурион, пропорциональный b_2.

в) Матричные элементы массового оператора для 36–плета мезонов 0^- и 1^-, соответствующие шпуриону (6), приведены в таблице.

Таблица

Коэффициенты при / квадраты масс	m_0^2	a_1	a_2	a_3	a_4	b_4
π	1	2	4	$-4/3$	$-8/3$	$-4/3$
K	1	2	4	$2/3$	$4/3$	$2/3$
η_0	1	2	4	$4/3$	$8/3$	$4/3$
χ_0	1	2	28	0	0	0
$(\eta\chi)_0=(\chi\eta)_0$	0	0	0	$\frac{-10\sqrt{2}}{3}$	$\frac{-10\sqrt{2}}{3}$	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$
ρ	1	2	0	$-4/3$	0	$4/3$
K*	1	2	0	$2/3$	0	$-2/3$
ϕ_0	1	2	0	$4/3$	0	$-4/3$
ω_0	1	8	0	0	0	0
$(\phi\omega)_0=(\omega\phi)_0$	0	0	0	$\frac{-10\sqrt{2}}{3}$	0	$\frac{-2\sqrt{2}}{3}$

где ϕ_0, ω_0, η_0 и χ_0 –квадраты масс нефизических состояний, $(\phi\omega)_0$ и $(\chi\eta)_0$ –смешивания.

Связь между физическими и нефизическими величинами для векторных частиц дается равенствами (см., например, /14/)

$$\phi+\omega=\phi_0+\omega_0\,,\ \phi\omega=\phi_0\omega_0-[(\phi\omega)_0]^2\,,$$

$$\mathrm{tg}\,\theta_V=\frac{\omega-\omega_0}{(\phi\omega)_0}\,, \qquad (7)$$

где θ_V –угол смешивания, и аналогично – для псевдоскалярных мезонов.

Считая массы частиц известными, можно определить параметры m_0^2 ,

a_1 и b_4. Массовые формулы получаются при этом как условия совместности переопределенной системы линейных уравнений. Используя таблицу, легко получить линейную массовую формулу (A). Кроме того, есть еще одно соотношение

$$(\eta\chi)_0 - (\phi\omega)_0 = \frac{\sqrt{2}}{3}\,[\,(K-\pi) - (K^* - \rho)\,]\,, \tag{8}$$

связывающее смешивания для псевдоскалярных и векторных частиц. Так же, как и соотношение (A), формула (8) сохраняется даже с учётом вклада 27-плета $SU(3)$ из высших представлений $SU_x(6)$. Система уравнений (A) и (8) имеет четыре решения, соответствующие различным знакам смешиваний для псевдоскалярных и векторных частиц:

1) если $(\eta\chi)_0 < 0$ и $(\phi\omega)_0 < 0$, то
m_ρ = 790 Мэв,
m_χ =1400 Мэв;

2) если $(\eta\chi)_0 > 0$ и $(\phi\omega)_0 > 0$, то
m_ρ = 720 Мэв,
m_χ =1360 Мэв;

3) если $(\eta\chi)_0 < 0$ и $(\phi\omega)_0 > 0$, то
m_ρ = 320 Мэв,
m_χ =1200 Мэв;

4) если $(\eta\chi)_0 > 0$ и $(\phi\omega)_0 < 0$, то
m_ρ =1120 Мэв,
m_χ =1600 Мэв.

Два последних решения дают неправильные значения массы ρ -мезона и должны быть отброшены. Поскольку экспериментальные данные и кварковая модель /9/ указывают на отрицательное значение смешивания для векторных частиц, то физическим следует считать только первое решение. Формула (B) как раз соответствует отрицательным значениям смешиваний. Приведем численные значения параметров m_0^2, a_1 и b_4:

для 36-плета мезонов

$m_0^2 \approx 719$ (Гэв)^2, $a_1 \approx 0{,}010$ (Гэв)^2, $a_2 \approx -0{,}142$ (Гэв)^2,
$a_3 \approx 0{,}051$ (Гэв)^2, $a_4 \approx 0{,}048$ (Гэв)^2, $b_4 \approx -0{,}034$ (Гэв)^2,

а для 56-плета барионов

$M_0 + 4a_1 \approx 1{,}383$ Гэв, $a_3 \approx 0{,}055$ Гэв,
$M_0 - 2(a_1 + a_2) \approx 1{,}154$ Гэв, $a_4 \approx 0{,}105$ Гэв,

где M_0 -масса барионов в точной симметрии. Отметим, что для мезонов нарушающие члены малы по сравнению с большой массой мезонов m_0^2 в точной симметрии. Такая ситуация может иметь место и для 56-плета, но для барионов нельзя сделать окончательный вывод, так как в этом случае значения параметров M_0, a_1 и a_2 в отдельности не определены.

Имея в виду дальнейшее применение шпуриона (6) к вершинам и амплитудам реакций, желательно уменьшить число параметров в (6), предполагая те или иные соотношения между ними. В этом случае получаются соответствующие дополнительные массовые формулы. Приведем несколько примеров:

1) Если положить $a_3 = a_4$, то получаются две массовые формулы:

$$9\omega\phi = [4K^* - \rho][3(\omega+\phi) - (4K^*-\rho)] - \frac{1}{2}[3(K-\pi) + (K^*-\rho)]^2 \tag{9}$$

и

$$9\eta\chi = [4K-\pi][3(\eta+\chi) - (4K-\pi)] - \frac{1}{2}[3(K^*-\rho) + (K-\pi)]^2. \tag{10}$$

Отметим, что условие $a_3 = a_4$ в случае барионов ведет к равенству масс Σ- и Λ- гиперонов.

2) Если положить $b_4 = -a_3$, то получается формула Швингера для векторных мезонов:

$$9\omega\phi = [4K^* - \rho][3(\omega+\phi) - (4K^*-\rho)] - 8(K^*-\rho)^2 \qquad (11Ж$$

и еще одна квадратичная формула:

$$9\chi\eta = [4K-\pi][3(\eta+\chi) - (4K-\pi)] - 2[(K-\pi) - 3(K^*-\rho)]^2. \tag{12}$$

3) Если $b_4 = 3a_3 - 4a_4$, то получаются следующие формулы:

$$9\,\omega\phi = [4K^* - \rho][3(\omega + \phi) - (4K^* - \rho)] - 8(K - \pi)^2 \tag{13}$$

и

$$9\chi\eta = [4K - \pi][3(\eta + \chi) - (4K - \pi)] - 2[(K - \pi) + (K^* - \rho)]^2 \,. \tag{14}$$

Все эти формулы в большей или меньшей степени согласуются с экспериментальными данными. Количество таких дополнительных формул можно было бы увеличить. Однако экспериментальные значения масс не позволяют предпочесть одни частные массовые формулы другими. Для выбора разумных связей между формфакторами при шпурионах понадобится анализ нарушений в амплитудах реакций.

Общий шпурион (6) ведет к обычным формулам для барионов, известным из статической SU(6) /12/, так как для барионов W –спин совпадает с обычным спином.

3. Таким образом, при перечисленных в параграфе 1 предположениях о нарушении симметрии $SU_W(6)$ и $SU_x(6)$ получены массовые формулы (A) и (B), из которых следует, что девятый псевдоскалярный мезон должен иметь массу $\approx$ 1,40 Гэв. Если эксперимент подтвердит для E(1420)–мезона значение спин–чётности 0^-, то в рамках $SU_W(6)$ и $SU_x(6)$ именно его нужно считать девятым псевдоскалярным мезонам.

Зафиксированный в массовых формулах шпурион (6) можно применить к вершинам и амплитудам двухчастичных реакций. Можно думать, что в тех случаях, когда нарушение симметрии в амплитудах и вершинах имеет ту же природу, что и нарушение, приводящее к различию масс частиц в мультиплетах $SU_x(6)$, такие шпурионы будут вести к соотношениям, согласующимся с экспериментом.

В заключение еще раз подчеркнем, что с точки зрения нарушенных симметрий $SU_W(6)$ и $SU_x(6)$ важны эксперименты по однозначному установлению спин–чётности E(1420) и $X^{0'}(960)$–мезонов.

Авторы сердечно благодарны М.Беднаржу, Б.Н. Валуеву, М.А.Маркову и особенно И.В.Полубаринову за полезные обсуждения.

Приложение

Для матриц x –спина справедливо следующее равенство

$$S^x_i S^x_j = \delta_{ij} \Lambda_+ + i \epsilon_{ijk} S^x_k . \qquad (\text{П.1})$$

Условие полноты имеет вид

$$\sum_{i=1}^{3} (S^x_i)_{ab} (S^x_i)_{cd} = -(\Lambda_+)_{ab} (\Lambda_+)_{cd} + 2(\Lambda_+)_{ad} (\Lambda_+)_{cb} . \qquad (\text{П.2})$$

Можно показать, используя (П.1) и (П.2), что имеет место следующее тождество

$$(S^x_k)_{ab} (S^x_k)_{cd} - (S^x_k)_{ad} (S^x_k)_{cb} = [(\Lambda_+)_{ab} (\Lambda_+)_{cd} - (\Lambda_+)_{ad} (\Lambda_+)_{cb}] \qquad (\text{П.3})$$

(по k нет суммирования).

Литература

1. Д.В.Волков. "Физика высоких энергий и теория элементарных частиц", Изд. "Наукова думка", Киев, 1967, стр. 394; H.Ruegg,W.Rühl,L.S. Southanam. Preprint CERN IV 66/110/5.
2. В.И.Огиевецкий, И.В.Полубаринов. Препринт ОИЯИ Е2-3279 ,Дубна, 1967.
3. H.I.Lipkin,S.Meshkov,.Phys.Rev.Letters, 14, 670, 1965.
4. J.D.Jackson,.Phys. Rev.Letters, 15,990, 1965.
5. A.Salam."Symmetries of Strong Interactions" XII Международная конференция по физике высоких энергий, Дубна, 1964, том. 1, Атомиздат Москва, 1966, стр. 799.
6. P.Bailon et al. Preprint CERN 66-24.
7. A.H.Rosenfeld et al. Rev.Mod.Phys., 39, 1, 1967.

8. J.Schwinger. Phys.Rev.Letters, 12, 237 , 1964.

9. R.H.Dalitz. "Symmetries and the Strong Interactions ", Rapporteur's Report at XIII-th International Conference on High Energy Physics, Berkeley, California, 1966.

10. G.R.Kalbfleisch et al. Phys.Rev.Letters, 13, 349, 1964.

11. G.W.London et al. Phys.Rev., 143, 1034, 1966.

12. F.Gürsey, L.A.Radicatti. Phys.Rev.Letters, 13, 173, 1964; A.Pais. Phys.Rev.Letters, 13, 175, 1964;T.K.Kuo, Tsu Yao, Phys.Rev.Letters, 13,415,1964; Mirza A.Bagi Beg, Virendra Singh, Phys. Rev.Letters, 13, 418, 1964.

13. S.N.Gupta. Phys. Rev., 151 ,1235,1966; Nuovo Cimento, 47,915,1967.

14. J.J.de Swart. "Symmetries of Strong Interactions", Lectures given at the "1966 CERN SCHOOL OF PHYSICS" Noordwijk-aan-Zee, the Netherlands, 1966,.

Рукопись поступила в издательский отдел

14 июня 1967 года.