ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 3383

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В.И. Журавлев, В.А. Мещеряков, К.В. Рерих

ДИСПЕРСИОННЫЕ ПРАВИЛА СУММ И πN -РАССЕЯНИЕ ПРИ НИЗКИХ И ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

1967.

P2 - 3383

В.И. Журавлев, В.А. Мещеряков, К.В. Рерих

ДИСПЕРСИОННЫЕ ПРАВИЛА СУММ И πN -РАССЕЯНИЕ ПРИ НИЗКИХ И ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

Направлено в ЯФ

§ 1, Введение

Дисперсионные правила сумм (д.п.с.) получаются из дисперсионных соотношений и некоторых предположений о поведении амплитуды на бесконечности. В последнее время в этой области достигнут значительный успех /1/. Для достаточно быстро убывающих на бесконечности амплитуд имеют место так называемые "сверхсходящиеся д.п.с." /2/, стандартный способ получения которых следующий. Предположим, что для амплитуды $f(\nu, t)$ справедливы дисперсионные соотношения (д.с.):

$$f(\nu,t) = \frac{1}{\pi} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{Im} f(\nu',t)}{\nu'-\nu} d\nu' \tag{2.1}$$

$$\nu f(\nu,t) = \frac{1}{\pi} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{Im} f(\nu',t)\nu'}{\nu'-\nu} d\nu', \tag{1.2}$$

тогда получается д.п.с.:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{Im} f(\nu',t)\, d\nu' = 0. \tag{1.3}$$

Для справедливости (1.1) и (1.2) амплитуда $f(\nu, t)$ должна удовлетворять условию:

$$|f(\nu, t)| < \frac{1}{|\nu|^{1+\epsilon}} \quad \nu \to \infty \quad \epsilon > 0. \tag{1.4}$$

В работе[3] было отмечено, что для получения различных правил сумм удобно исходить из теоремы Коши (а не интегральной формулы Коши). При таком способе рассуждения легко получаются все известные правила сумм для длин рассеяния, а также, например, условия "будстрапа", обсуждаемые в докладе Лоу[4] (см. формулу (25) в этом докладе).

Правило сумм (1-3) легко обобщить на случай неубывающих амплитуд[5]. Для этого надо применить к такой амплитуде теорему Коши по контуру конечного радиуса А (см. рис. I)[6]. И если д.п.с.(1.3) дают возможность определять низкоэнергетические параметры, то д.п.с. для неубывающих амплитуд позволяют определить высокоэнергетические параметры.

В работе с единой точки зрения (теорема Коши) выводятся правила сумм для низкоэнергетических и высокоэнергетических параметров πN -рассеяния. В §2 получаются д.п.с. для s- и p -волновых длин рассеяния, некоторые из которых анализируются и сравниваются с анализом Гамильтона и Вулкока[7]. В §3 рассматриваются д.п.с. для высокоэнергетических параметров πN -рассеяния. В качестве модели рассеяния при высоких энергиях взята модель полюсов Редже.

§2. Правила сумм для s – и p –волновых длин рассеяния

Далее используются обозначения работы[8]. Из обычных инвариантных амплитуд πN -рассеяния $A^{(\pm)}(\nu, t)$ и $B^{(\pm)}(\nu, t)$ удобно образовать комбинации:

$$G^{(\pm)}(\nu, t) = A^{(\pm)}(\nu, t) + \nu B^{(\pm)}(\nu, t). \tag{2.1}$$

Для рассеяния вперед ($t = 0$)

$$\mathrm{Im}\, G^{(\pm)}(\omega, 0) = \frac{k}{2} \left(\sigma_-(\omega) \pm \sigma_+(\omega) \right). \qquad (2.2)$$

Здесь ν и t –инвариантные переменные, $\nu = \omega + \frac{t}{4M}$, ω и k –энергия и импульс π –мезона в лабораторной системе, M –масса протона, σ_- и σ_+ – полные сечения $\pi^- p$ – и $\pi^+ p$ – рассеяния, соответственно. $G^{(+)}(\nu, t)$–чётная, $G^{(-)}(\nu, t)$ –нечётная, функции ν при $t = \mathrm{Const}$. Ниже все соотношения приведены в натуральной системе единиц ($\hbar = c = \mu = 1$).

Получим некоторые д.п.с. для длин рассеяния. Все функции, к которым будет применяться теоерма Коши, удовлетворяют (1.4). Применение теоремы Коши к функции

$$\frac{G^{(-)}(\nu, t)}{\nu^2 - \nu_0^2}$$

дает д.п.с.

$$\frac{1}{2} \int_1^\infty \frac{k(\sigma_-(\omega) - \sigma_+(\omega))}{\omega^2 - 1} d\omega + 4\pi^2 f^2 \frac{1}{1 - \frac{1}{4M^2}} - \frac{2\pi^2}{3}\left(1 + \frac{1}{M}\right)(a_1 - a_3) = 0$$

$$f^2 = \frac{1}{4M^2}\left(\frac{g^2}{4\pi}\right); \qquad \frac{g^2}{4\pi} = 14{,}4 \pm 0{,}5 \qquad (2.3)$$

s –волновые длины рассеяния a_1, a_3 возникают при интегрировании по малому кругу c_ρ. Отметим, что соотношение (2.3) было впервые получено в /9/ из д.с. с одним вычитанием при некоторых дополнительных предположениях о поведении реальных частей амплитуд $\pi^- p$ – и $\pi^+ p$ –рассеяния на бесконечности.

Соотношение, аналогичное (2.3), выведено также в /8/ из д.с. без вычитаний, которые неверны. Настоящий вывод формулы (2.3) свободен от этих недостатков.

Функция

$$\frac{\nu G^{(+)}(\nu, t)}{\nu^2 - \nu_0^2}$$

не удовлетворяет условию (1.4). Эту трудность легко избежать, если учесть, что за счёт поведения реальных частей амплитуд упругого $\pi^+ p$ – и $\pi^- p$ –рассеяния вперед в окрестности резонанса (3.3) $\mathrm{Re}\, G^{(+)}$ равна нулю при энергии $\omega_R \approx 185$ мэв /10/. Тогда, применяя теорему Коши к вспомогательной функции

$$\frac{\omega [\, G^{(+)}(\omega, 0) - 1\frac{1}{2} k(\omega)(\sigma_-(\omega_R) + \sigma_+(\omega_R))}{(\omega^2 - 1)(\omega^2 - \omega_R^2)},$$

для которой условие (1.4) выполнено, получим следующее д.п.с.:

$$-\frac{1}{2}\int_1^\infty \frac{k\omega[\sigma_+(\omega) + \sigma_-(\omega) - \sigma_+(\omega_R) - \sigma_-(\omega_R)]}{(\omega^2 - 1)(\omega^2 - \omega_R^2)} d\omega + 32\pi^2 f^2 \frac{M^3}{(4M^2 - 1)(4M^2\omega_R^2 - 1)} +$$

$$+ \frac{2\pi^2}{3M} \frac{(M+1)}{\omega_R^2 - 1}(a_1 + 2a_3) = 0. \qquad (2.4)$$

Правила сумм, содержащие p –волновые длины рассеяния, следуют из теоремы Коши, примененной к функциям:

$$\int_{c_\infty} \frac{\nu B^{(-)}(\nu, t)}{\nu^2 - \nu_0^2} d\nu \Big|_{t=0} = 0$$

$$\int_1^\infty \frac{\omega \, \mathrm{Im}\, B^{(-)}(\omega)}{\omega^2 - 1} \, d\omega + 4\pi^2 f^2 \frac{1}{1 - \frac{1}{4M^2}} - \frac{\pi^2}{3M}(a_1 - a_3) -$$

$$- \frac{4\pi^2 M}{3}(a_{11} - a_{13} - a_{31} + a_{33}) = 0 \qquad (2.5)$$

$$\int_{c_\infty} \frac{B^{(+)}(\nu, t)}{\nu^2 - \nu_0^2} \, d\nu \Big|_{t=0} = 0$$

$$\int_1^\infty \frac{\mathrm{Im}\, B^{(+)}(\omega)}{\omega^2 - 1} \, d\omega - 8\pi^2 f^2 \frac{M}{1 - \frac{1}{4M^2}} - \frac{\pi^2}{3M}(a_1 + 2a_3) -$$

$$- \frac{4\pi^2 M}{3}(a_{11} - a_{13} + 2a_{31} - 2a_{33}) = 0$$

$$(2.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{c_\infty} \frac{G^{(-)}(\nu, t)}{\nu^2 - \nu_0^2} \, d\nu \Big|_{t=0} = 0$$

$$\int_1^\infty \frac{\mathrm{Im}\, A^{(-)\prime}(\omega) + \omega \, \mathrm{Im}\, B^{(+)\prime}(\omega)}{\omega^2 - 1} \, d\omega + \frac{1}{8M} \int_1^\infty \frac{k(\sigma_-(\omega) - \sigma_+(\omega))}{(\omega + 1)} \, d\omega -$$

$$- \frac{1}{4M} \int_1^\infty \frac{\mathrm{Im}\, B^{(-)}(\omega)}{\omega + 1} \, d\omega - 2\pi^2 f^2 \frac{1}{(1 - \frac{1}{2M})^2} - \pi^2 (1 + \frac{1}{M})(a_{13} - a_{33}) = 0.$$

$$(2.7)$$

Для рассеяния вперед ($t = 0$)

$$\operatorname{Im} G^{(\pm)}(\omega, 0) = \frac{k}{2}\left(\sigma_-(\omega) \pm \sigma_+(\omega)\right). \qquad (2.2)$$

Здесь ν и t –инвариантные переменные, $\nu = \omega + \frac{t}{4M}$, ω и k –энергия и импульс π –мезона в лабораторной системе, M –масса протона, σ_- и σ_+ – полные сечения $\pi^- p$ – и $\pi^+ p$ – рассеяния, соответственно. $G^{(+)}(\nu, t)$–чётная, $G^{(-)}(\nu, t)$ –нечётная, функции ν при $t = \mathrm{Const}$. Ниже все соотношения приведены в натуральной системе единиц ($\hbar = c = \mu = 1$).

Получим некоторые д.п.с. для длин рассеяния. Все функции, к которым будет применяться теоерма Коши, удовлетворяют (1.4). Применение теоремы Коши к функции

$$\frac{G^{(-)}(\nu, t)}{\nu^2 - \nu_0^2}$$

дает д.п.с.

$$\frac{1}{2}\int_1^\infty \frac{k\left(\sigma_-(\omega) - \sigma_+(\omega)\right)}{\omega^2 - 1}\, d\omega + 4\pi^2 f^2 \frac{1}{1 - \frac{1}{4M^2}} - \frac{2\pi^2}{3}\left(1 + \frac{1}{M}\right)(a_1 - a_3) = 0$$

$$f^2 = \frac{1}{4M^2}\left(\frac{g^2}{4\pi}\right); \quad \frac{g^2}{4\pi} = 14{,}4 \pm 0{,}5 \qquad (2.3)$$

s –волновые длины рассеяния a_1, a_3 возникают при интегрировании по малому кругу c_ρ. Отметим, что соотношение (2.3) было впервые получено в /9/ из д.с. с одним вычитанием при некоторых дополнительных предположениях о поведении реальных частей амплитуд $\pi^- p$ – и $\pi^+ p$ –рассеяния на бесконечности.

Соотношение, аналогичное (2.3), выведено также в /8/ из д.с. без вычитаний, которые неверны. Настоящий вывод формулы (2.3) свободен от этих недостатков.

Соотношения (2.5), (2.6), (2.7) приведены в работе Гамильтона и Вулкока[7]. Однако наш вывод на основе теоремы Коши проще, к тому же при получении (2.7) в[7] использовались д.с. без вычитаний.

Хотя низкоэнергетические параметры πN -рассеяния неоднократно анализировались, разумно повторить этот анализ с учётом последних данных о сечениях и фазовому анализу πN -рассеяния. В частности отметим, что при получении p -волновых длин рассеяния в[7] предполагалось, что в области высоких энергий $\operatorname{Im} B \approx (\sigma_- - \sigma_+)$, т.е. значительно занижалась спин-флиповая часть амплитуды. Как неоднократно подчёркивалось в последнее время, спин-флиповая часть амплитуды в области высоких энергий велика[11,12].

Из (2.3) и (2.4) получим для s -волновых длин рассеяния:

$$a_1 - a_3 = 0,281$$

$$a_1 + 2a_3 = 0,03.$$

При вычислении интегралов от сечений использовались данные работ[13,14]. Начиная с 7 Гэв сечения представлялись согласно модели полюсов Редже с учётом двух вакуумных и ρ -полюсов[11]

$$\sigma_{\pm} = C_p \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{\alpha_p - 1} + C_{p'} \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{\alpha_{p'} - 1} \mp C_\rho \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{\alpha_\rho - 1} . \tag{2.8}$$

Значения параметров C_i и α_i приведены в таблице 1[16].

Таблица 1[16]

	$\alpha(0)$	C мбарн	d мбарн
p	1	20,1	-7,5
p′	0,5 ± 0,02	17,7 ± 0,1	-50,5
ρ	0,54 ± 0,02	2,7 ± 0,3	30,7

Для анализа (2.5) и (2.6) представим их в виде:

$$B_1 + S_1 - \frac{4\pi^2 M}{3} x + J_1^{(-)} + J_2^{(-)} + J_3^{(-)} = 0 \tag{2.5a}$$

$$B_2 + S_2 - \frac{4\pi^2 M}{3} y + J_1^{(+)} + J_2^{(+)} + J_3^{(+)} = 0. \tag{2.6a}$$

Где

$$B_1 = 4\pi^2 f^2 \frac{1}{1 - \frac{1}{4M^2}}, \quad B_2 = -8\pi^2 f^2 \frac{M}{1 - \frac{1}{4M^2}}$$

$$S_1 = -\frac{\pi^2}{3M}(a_1 - a_3), \qquad S_2 = -\frac{\pi^2}{3M}(a_1 + 2a_3)$$

$$J_1^{(\mp)} = \int_1^E \frac{\binom{\omega}{1} \operatorname{Im} B^{(\mp)}(\omega)}{\omega^2 - 1} d\omega, \quad J_2^{(\mp)} = \int_E^A \frac{\binom{\omega}{1} \operatorname{Im} B^{(\mp)}(\omega)}{\omega^2 - 1} d\omega, \quad J_3^{(\mp)} = \int_A^\infty \frac{\binom{\omega}{1} \operatorname{Im} B^{(\mp)}(\omega)}{\omega^2 - 1} d\omega$$

$$x = a_{11} - a_{13} - a_{31} + a_{33}, \quad y = a_{11} - a_{13} + 2a_{31} - 2a_{33}.$$

При вычислении $J_1^{(\pm)}$ амплитуды $B^{(\pm)}$ опеределялись по данным фазового анализа до $E = 1{,}089$ Гэв [15]. В интегралах $J_2^{(\pm)}$ от E до $A = 5$ Бэв амплитуды $B^{(\pm)}$ заменялись суммой резонансов в δ -приближении[x]. Начиная

---

x/ Для контроля амплитуда представлялась также в виде линейной функции, что дает для $J_2^{(\pm)}$ значения, близкие к вычисленным в резонансной модели.

с 5 Гэв принималась модель полюсов Редже, согласно которой /11/ ,

$$\mathrm{Im}\, B^{(-)}(\omega) = d_{\rho}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{\alpha_{\rho}-1}$$

$$\mathrm{Im}\, B^{(+)}(\omega) = d_{p}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{\alpha_{p}-1} + d_{p'}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{\alpha_{p'}-1} .$$

Значения параметров α_i и d_i взяты из таблицы 1. В таблице 2 приведены результаты расчёта (2.5а), (2.6а)

Таблица 2

$J_1^{(-)}$	$J_2^{(-)}$	$J_3^{(-)}$	x	J_3^{+}	J_2^{+}	J_3^{+}	y
7,858 ± 0,534	0,817	1,5888	0,151 ± 0,07	−5,874±0,311	−0,08	−0,031	−0,552± ±0,017

$$B_1 + S_1 = 3,060 \pm 0,088$$

$$B_2 + S_2 = 42,830 \pm 1,180.$$

Для тех же комбинаций p -волновых длин рассеяния в /16/ получены следующие значения:

$$x = 0,181 \pm 0,047$$

$$y = 0,509 \pm 0,066.$$

Небольшое отличие наших результатов от этих значений связано с более точным учётом спин-флиповой амплитуды при высоких энергиях.

§ 3. Правила сумм для высокоэнергетических параметров

В качестве модели рассеяния при высоких энергиях примем модель Редже с тремя полюсами: двумя вакуумными и ρ -полюсом. Вклад каждого полюса в амплитуды $G(\nu, t)$ и $B(\nu, t)$ имеет вид /11/ :

$$G_i = -C_i \left(\frac{\exp(-i\pi\alpha_i) \pm 1}{\sin \pi \alpha_i} \right) \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{\alpha_i} \tag{3.1}$$

$$B_i = -d_i \left(\frac{\exp(-i\pi\alpha_i) \pm 1}{\sin \pi \alpha_i} \right) \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{\alpha_i - 1} . \tag{3.2}$$

В [5] было получено два д.п.с., содержащих параметры C_i и α_i

$$-8\pi^2 f^2 + \int_1^A k\,(\sigma_-(\omega) - \sigma_+(\omega))\, d\omega = \frac{2C_\rho}{\alpha_\rho + 1} \left(\frac{A}{\omega_0} \right)^{\alpha_\rho} A \tag{3.3}$$

$$\frac{4\pi^2}{M^2} f^2 + \int_1^A \frac{k\omega}{M} (\sigma_+(\omega) + \sigma_-(\omega))\, d\omega = \frac{A^2}{M} \left[\frac{2C}{\alpha_p + 2} \left(\frac{A}{\omega_0} \right)^{\alpha_p} + n \frac{2C_{p'}}{\alpha_{p'} + 2} \left(\frac{A}{\omega_0} \right)^{\alpha_{p'}} \right]. \tag{3.4}$$

Далее было показано [17], что из этих соотношений следует согласованность модели полюсов Редже с экспериментальными значениями полных сечений в области низких и средних энергий. Представляет интерес получить д.п.с., которые позволяли бы учесть новую по сравнению с полными сечениями информацию о πN -рассеянии и проверить, насколько она согласуется с анализом на основе модели полюсов Редже.

Для этого установим д.п.с. для реальных частей амплитуд πN -рассеяния [3]. Применяя теорему Коши к функциям $\frac{\omega G^{(+)}(\omega)}{\sqrt{\omega^2-1}}$ и $\frac{G^{-}(\omega)}{\sqrt{\omega^2-1}}$ по контуру конечного радиуса A (рис. 1), получим:

$$\frac{2\pi^2}{M} f^2 \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{4M^2}}} + \int_1^A \frac{\omega \operatorname{Re} G^{(+)}(\omega)}{\sqrt{\omega^2-1}} d\omega = -\sum_{p,p'} C_i \left(\frac{(A/\omega_0)^{\alpha_i}}{\alpha_i+1} A \operatorname{Ctg} \frac{\alpha_i \pi}{2} \right. \tag{3.5}$$

$$-4\pi^2 f^2 \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{4M^2}}} + \int_1^A \frac{\operatorname{Re} G^{(-)}(\omega)}{\sqrt{\omega^2-1}} d\omega = C_\rho \frac{(A/\omega_0)^{\alpha_\rho}}{\alpha_\rho} \operatorname{tg} \frac{\pi \alpha_\rho}{2} . \tag{3.6}$$

Здесь

$$\operatorname{Re} G^{(\pm)}(\omega) = \frac{4\pi W}{M} \left(D_{b_-} \pm D_{b_+} \right), \tag{3.7}$$

W – полная энергия системы центра масс,

$D_{b_\pm}$ -реальные части амплитуд упругого $\pi^{\pm} p$ -рассеяния в системе центра масс.

В таблице 3 приведены численные значения интегралов, входящих в (3.5) и (3.6), ($J^{(+)}(A)$ и $J^{(-)}(A)$). Значения реальных частей взяты из [18,19].

Таблица 3

A Гэв	3	5	7	10	15	20	25
$J^{(+)}(A)$	-79,5	218,4	-393,7	-706,6	-1353	-2095	-2921
$J^{(-)}(A)$	5,82	7,05	8,01	9,22	11,02	12,6	13,95

Если принять $\alpha_{p}=1$, то в д.п.с. (3.5) будет давать вклад только второй вакуумный полюс p'. Из (3.5) и (3.6) можно определить значения $C_{p'}$ и C_{ρ}, если воспользоваться значениями α_{ρ} и $\alpha_{p'}$, взятыми из анализа πN –рассеяния при высоких энергиях (см. таблицу 1). Результаты приведены в таблице 4 при различном выборе обрезания A[x/].

Таблица 4

A Гэв	3	5	7	10	15	20	25
$C_{p'}$ мбарн	8,94±0,50	11,4±0,51	12,56±0,5	13,21±0,46	13,84±0,34	13,86± ±0,29	13,88± ±0,22
C_{ρ} мбарн	1,95±0,1	2,16±0,13	2,25±0,15	2,32±0,17	2,43±0,19	2,47± ±0,22	2,51± 0,24

Из таблицы 4 видно, что значение C_{ρ}, полученное из (3.6), совпадает в пределах ошибок с реджевским значением (см. таблицу 1), начиная с A = 7 Гэв. Величина $C_{p'}$, полученная из (3.5), ниже реджевского значения. Одной из причин этого расхождения может быть различный выбор фазы кулоновского и ядерного рассеяния, что существенно в области высоких энергий. Результаты, приведенные в таблице 4, соответствуют фазе, полученной в работе Л.Д.Соловьева[20]. Реджевский анализ проводился с фазой, полученной Бете[21]. Заметим, что, как показано в[19] при выборе фазы Соловьева, экспериментальные значения реальных частей очень хорошо согласуются с предсказаниями д.с. При выборе фазы Бете значения реальных частей в области высоких энергий расходятся с предсказаниями д.с. Если провести реджевский анализ с учётом фазы Соловьёва, то соответствие с нашим анализом должно улучшиться. Это видно из таблицы 5, где приведены величины $C_{p'}$ из (3.5) с использованием (начиная с 6 Гэв) значений $\mathrm{Re}\,G^{+}$, вычисленных по фазе Бете.

[x/] Ошибки, приведенные в таблице 4, связаны с ошибками $\alpha_{p'}$ и α_{ρ} (см. таблицу 1). Не приведенные здесь ошибки, связанные с ошибками в реальных частях амплитуд, могут достигать 10–15%.

Таблица 5

A Гэв	7	10	15	20	25
C_ρ, мбарн	12,28	13,10	13,95	14,55	14,88

Значение C_ρ слабо зависит от выбора фазы.

Параметры d_i можно определить из следующих правил сумм:

$$-4\pi^2 f^2 + \int_1^A \omega \operatorname{Im} B^{(-)}(\omega)\, d\omega = d_\rho \frac{(A/\omega_0)^{\alpha_\rho - 1}}{\alpha_\rho + 1} A^2 \tag{3.8}$$

$$8\pi^2 M f^2 + \int_1^A \operatorname{Im} B^{(+)}(\omega)\, d\omega = \left[d_p \frac{(A/\omega_0)^{\alpha_p - 1}}{\alpha_p} + d_{p'} \frac{(A/\omega_0)^{\alpha_{p'} - 1}}{\alpha_{p'}} \right] A \tag{3.9}$$

$$-4\pi^2 f^2 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4M^2}}} + \int_1^A \frac{\omega \operatorname{Re} B^{(-)}(\omega)}{\sqrt{\omega^2 - 1}}\, d\omega = d_\rho \frac{(A/\omega_0)^{\alpha_\rho - 1}}{\alpha_\rho} A \operatorname{tg} \frac{\pi \alpha_\rho}{2} \tag{3.10}$$

$$8\pi^2 M f^2 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4M^2}}} + \int_1^A \frac{\operatorname{Re} B^{(+)}(\omega)}{\sqrt{\omega^2 - 1}}\, d\omega = -\sum_{p,p'} d_i \frac{(A/\omega_0)^{\alpha_i - 1}}{\alpha_i - 1} \operatorname{Ctg} \frac{\pi \alpha_i}{2} . \tag{3.11}$$

Однако мы не можем проанализировать эти д.п.с., так как в настоящее время фазовый анализ πN –рассеяния проведен только до ~ 1 Бэв /15/. Выше амплитуда B неизвестна. Для примера приведем результаты довольно грубого анализа д.п.с. (3.8).

Представим (3.8) в виде

$$-4\pi^2 f^2 + \int_1^{E_1} \omega \operatorname{Im} B^{(-)}(\omega)\, d\omega + \int_{E_1}^{A} \omega \operatorname{Im} B^{(-)}(\omega)\, d\omega = d_\rho \frac{A/\omega_0^{\alpha_\rho - 1}}{\alpha_\rho + 1} A^2 . \quad (3.8a)$$

В первом интеграле амплитуда $B^{(-)}$ вычисляется по фазам /15/. Во втором интеграле воспользуемся следующей экстраполяцией амплитуды B^- :

$$\operatorname{Im} B^{(-)}(\omega) = c + \frac{b}{\sqrt{\omega}} + \frac{a}{\omega}, \quad E_1 < \omega < A . \qquad (3.12)$$

Такая экстраполяция соответствует включению дополнительного полюса с $\alpha(0) = 0$, подавленного при высоких энергиях. Коэффициенты a, b, c определяются по значениям функции $B^{(-)}$ в точках E_1, A и $A+1$. Далее (3.8a) рассматривается как уравнение на d_ρ при $\alpha_\rho = 0{,}54$. В таблице 6 приведены результаты такого анализа для различных A и при трех значениях E_1 –начала экстраполяции

Таблица 6

A Гэв	d_ρ мбарн		
	E_1 = 899.8 мэв	E_1 = 930 мэв	E_1 = 949,4 мэв
3	36,6±5,9	29,9±6,0	24,9±7,4
4	37,2±5,9	29,4±6,0	23,5∓7,7
5	37,6±5,9	29,0±6,0	22,6±7,9
6	38,0±5,9	28,8±6,0	21,9±8,0
7	38,3±5,9	28,6±6,0	21,4±8,1

Из таблицы 6 видно, что результат существенно зависит от выбора начала экстраполяции E_1. Значение, наиболее близкое к реджевскому (d_ρ = 30,7 мбарн), получается, если выбрать E_1 = 930 мэв.

Аналогичные правила сумм можно написать и для производных амплитуд по t. Это дает соотношения на a', C' и d'. Однако отсутствие экспериментальной информации не позволяет осуществить сравнение их с опытом.

В заключение отметим, что д.п.с., типа выведенных в этом параграфе, полезны при анализе рассеяния в области высоких энергий.

Такие правила сумм позволяют проверить согласованность модели рассеяния при высоких энергиях с экспериментальными данными в области низких и средних энергий.

Авторы благодарны Л.И.Лапидусу, В.А.Матвееву, Л.Д.Соловьеву и А.Н.Тавхелидзе за плодотворные обсуждения.

Литература

1. В.А.Матвеев, Л.Д.Соловьев, Б.В.Струминский, А.Н.Тавхелидзе, В.П.Шелест. Препринт ОИЯИ, Р2-3118, Дубна №967 г.

2. I.Orlov,D.V.Shirkov. ТФ-2 Новосибирск (1967).

2. Л.Д.Соловьев. Препринт ОИЯИ Е-2343, Дубна 1966; Ядерная физика 3, 188 (1966).

3. В.И.Журавлев, В.А.Мещеряков, К.В.Рерих, А.Н.Тавхелидзе. Препринт ОИЯИ Р2-3385, 1967.

4. F.Low. In Proceedings of the XIII International Conference on High Energy Physics,University of California Press,1967.

5. А.А.Логунов, Л.Д.Соловьев, А.Н.Тавхелидзе. Phys.Lett.24B,181 (1967) I.Igi and S.Matsuda. Phys.Rev.Lett. 18, 625 (1967).

6. В.Г.Кадышевский, Р.М.Мир-Касимов, А.Н.Тавхелидзе. Препринт ОИЯИ Р2-3198, Дубна 1967 г.

7. I.Hamilton, and W.S.Woolkcock. Rev.Mod.Phys. 35,737 (1963).

8. G.F.Chew, M.L.Goldberger, F.E.Low and Y.Nambu. Phys.Rev.106,1337 1337 (1957).

9. M.L.Goldberger,H.Miyazawa and R.Oehme. Phys.Rev. 99,986(1955).

10. Н.П.Клепиков, В.А.Мещеряков, С.Н.Соколов. Препринт ОИЯИ, Д-584, Дубна 1960. г.

11. R.J.N.Phillips and W.Rarita. Phys.Rev.139B,1336 (1965).

12. S.Frautschi. Phys.Rev.Lett. 17, 772 (1966). Loyal Durand,III Talk at the Symposium on Regge Poles, Argone,Illinois, 1966.

13. В.С.Барашенков. "Сечения взаимодействия элементарных частиц" Изд. Наука, Москва, 1966.

14. A.Cirton et al. Phys.Rev. =144, 1101 (1966).

15. A.Donnachie. CERN report 66/1042/5 - TH 690 (1966).

16. К.А.Тер-Мартиросян. Препринт ИТЭФ № 417, Москва 1966. Препринт ИТЭФ № 499, Москва 1967 г.

17. В.И.Журавлев, К.В.Рерих. Препринт ОИЯИ, Р-2-3081, Дубна, 1966.

18. В.С.Барашенков. Препринт ОИЯИ Р-2582, Дубна, 1966, G.Hohler,G.Ebel, I.Gusecke. Zs.f.Phys.180,430 (1964); L.Van Hove. Proceedings of the XIII Intern.Conference on High Energy Physics, University of California Press,1967; A.A.Nomofilov,I.M.Sitnik,L.A. Slepetz,L.N.Strunov,L.S.Zolin.
Препринт ОИЯИ Е1-3267, Дубна 1967

19. S.J.Lindenbaum. In "Coral Gables Conference on Symmetry Principles at High Energies, 1967.

20. Л.Д.Соловьев. ЖЭТФ, 49, 292, (1965).

21. H.A.Bethe, Ann.Phys. (N.Y.) 3, 140 (1958).

Рукопись поступила в издательский отдел
13 июня 1967 года.

Примечание при корректуре

В работе J. J. G. Scanio (Phys. Rev. 152, 1337 (1966)) получено $a_{p'} = 0,69 \pm 0,01$. Если воспользоваться этим значением $a_{p'}$ при анализе д.п.с. (3,5), получим $c_{p'} \approx 18$ мбарн, что находится в хорошем согласии с /16/.

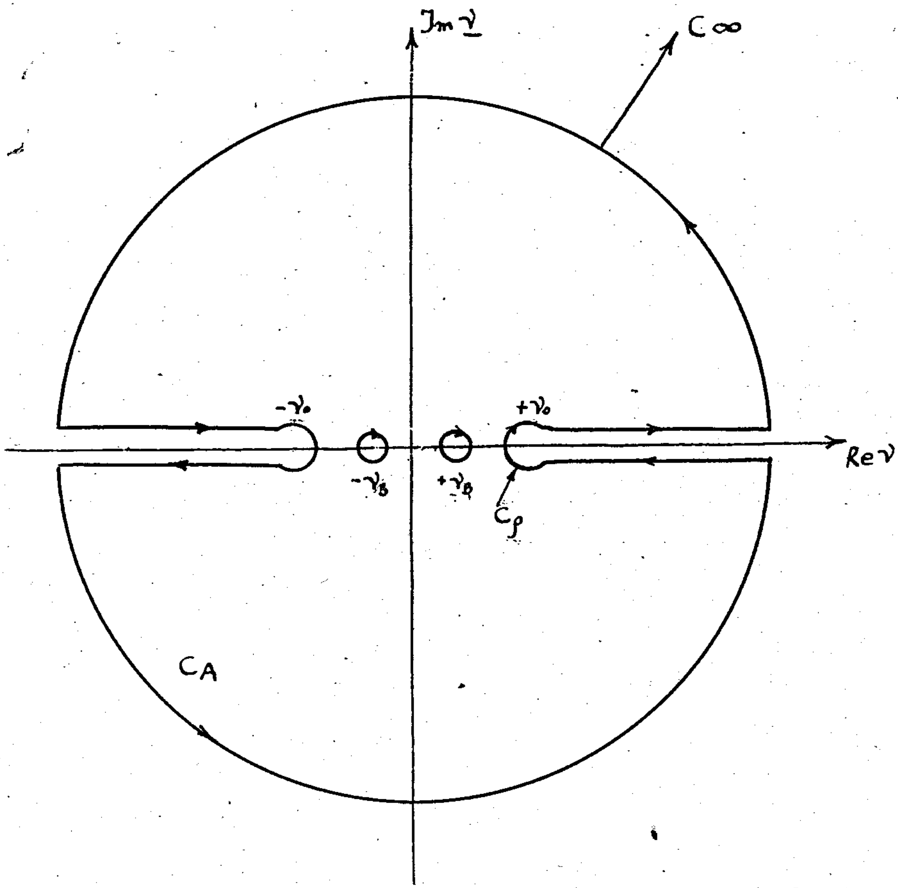

Рис. 1.