

3382

Служба печати

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2 - 3382



ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

М.И. Широков

КВАНТОВАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА
С ВНЕШНИМ ТОКОМ И ПОТЕНЦИАЛОМ

1967.

P2 - 3382

М.И. Широков

**КВАНТОВАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА
С ВНЕШНИМ ТОКОМ И ПОТЕНЦИАЛОМ**

Направлено в ЯФ

§ 1. Введение

Пусть квантованное электромагнитное поле A и электронное ψ взаимодействуют не только между собой (гамильтониан взаимодействия $\hat{I} = \int j A$) но и с внешними источниками, не изменяющимися при взаимодействии. Взаимодействие с плотностью внешнего тока $J(\vec{x}, t)$ будет отражено заменой \hat{I} на $\int (j + J) A$ (возможен и другой способ $\hat{I} \rightarrow \int j (A + U)$, где U — соответствующий току J внешний потенциал: $\square U = -J$). Будет учтен также и случай наличия свободного классического внешнего потенциала V , не происходящего от какого-либо источника: $\square V = 0$ (постоянное всюду магнитное поле, свободная электромагнитная волна).

Своей целью мы поставим построение аппарата, пригодного для решения задач Коши в случае произвольно зависящих от времени внешних токов и потенциалов.

Наиболее известным способом решения таких задач является аппарат картины взаимодействия: операторы полей подчиняются свободным уравнениям и по теории возмущений учитывается как взаимодействие $\int j A$, так и взаимодействие с внешним током и потенциалом. В рассматриваемой теории с гамильтонианом

$$H = H_{ph}^0 + H_e^0 + \int j A + \int J A + \int j V \quad (1.1)$$

существует и другая возможность. Из H можно выделить гамильтонианы

$$H_{ph} = H_{ph}^0 + \int j A \quad \text{и} \quad H_e = H_e^0 + \int j V$$

точно решаемых моделей: электромагнитное поле с внешним током и электронное поле во внешнем потенциале. Использование решений этих моделей позволяет надеяться учесть взаимодействия с J и V более точно, чем просто по теории возмущений.

В литературе можно найти разные способы точного решения. Мы используем аппарат, основанный на понятии "одетых", или физических частей этих моделей /1,2,3/. Изложим его схему, по которой будет построено изложение § 2 и § 3. Для обеих моделей можно найти операторы α_p , обладающие свойством "диагонализировать" оператор полной энергии модели H_M (равный H_{ph} или H_0), т.е. приводить их к квазисвободному виду (2.8) и (3.10), см далее. Если для α_p принять обычное (каноническое, или фоковское) представление с некоторым вакуумным вектором Ω (так что $\alpha_p \Omega = 0$), то векторы Ω , $\alpha_p^+ \Omega$ и т.д. оказываются собственными состояниями H_M . При этом Ω будет состоянием с наименьшей полной энергией, т.е. физическим вакуумом модели. Одночастичными физическими состояниями будут называться состояния $\alpha_p^+ \Omega$ и их суперпозиции /2,3/. Конкретный смысл индексов p зависит, конечно, от модели. Способ корпускулярной интерпретации квантованных полей, принимаемый в обычной картине взаимодействия, может быть охарактеризован как основанный на операторах, которые диагонализуют H_M^0 , входящий в H_M . При этом получается, что в физическом вакууме Ω можно найти любое число "голых" частиц. Состояние же Ω_0 в котором нет "голых" частиц (математический вакуум), не является стабильным. С течением времени в нем можно обнаружить частицы. Подобные известные неудовлетворительные следствия интерпретации в терминах "голых" частиц заставляют нас использовать в теории операторы, диагонализующие H_M . В дальнейшем мы их будем называть физическими операторами и пользоваться соответствующими терминами "физический вакуум" и "физическая частица", ставя эти слова в кавычки, когда они будут использоваться в аппарате теории с гамильтонианом (1.1), куда H_{ph} и H_0 входят только как составные части (настоящий физический вакуум этой теории должен быть собственным вектором (1.1)).

Дальнейшее построение аппарата модели в шредингеровской картине proceeds следующим образом. Вышеупомянутые векторы Ω , $\alpha_p^+ \Omega$ и т.д. зависят от времени (обозначим их $\phi_n(t)$), если H_M явно зависит от

времени (через посредство $J(\vec{x}, t)$, например)

$$H_M(t) \phi_n(t) = E_n(t) \phi_n(t). \quad (1.2)$$

Физический смысл должен иметь не сам шредингеровский вектор состояния, но его проекция на $\phi_n(t)$ ^{/4/}. Другими словами, физические состояния $\Psi(t)$ должны описываться суперпозициями вида

$$\Psi(t) = S_n \phi_n(t) F_n(t), \quad (1.3)$$

где S_n означает суммирование по дискретным индексам и интегрирование по непрерывным. Проекция $F_n(t)$ известна под названием амплитуд Фока^{/4/}. Из (1.2), (1.3) и уравнения Шредингера

$$i \frac{\partial}{\partial t} \Psi(t) = H_M \Psi(t) \quad (1.4)$$

для столбца Фока из F_n получается уравнение

$$i \frac{\partial}{\partial t} F = K F \quad (1.5)$$

с оператором $K \neq H_M$: в излагаемом аппарате оператор эволюции не совпадает с оператором полной энергии^{/4/}.

Теория проще выглядит в гейзенберговской картине, которая и принята в настоящей работе. В качестве постоянного гейзенберговского вектора состояния системы в каждой конкретной задаче Коши может быть взят начальный вектор. Он может быть задан как собственное состояние некоторого набора физических гейзенберговских операторов (числа частиц, импульса и т.д.), отнесенных к начальному моменту t_0 . Вышеупомянутому изменению оператора эволюции в этой картине соответствует изменение уравнений движения для

физических операторов рождения-уничтожения по сравнению с уравнениями для "голых".

В случае, когда J и V имеют определенные пределы при $t \rightarrow +\infty$, можно поставить обычную стационарную задачу о рассеянии. В этом случае физические операторы при $t \rightarrow -\infty$ и $t \rightarrow +\infty$ совпадают с \ln или out операторами^{/3,4/}. Но и в этом случае \ln - out операторы являются физическими только для времен $t \rightarrow +\infty$, но не для любого момента времени.

В § 4 излагается аппарат, получающийся в результате введения модельных "физических" операторов рождения-уничтожения фотонов, негатонов и позитонов^{x/} в квантовую электродинамику с внешним током и потенциалом. В случае стационарных J и V первое приближение этого аппарата совпадает с известной "картиной Фарри", см. гл. 15^{/1/}. Его второе приближение дает новый способ вычисления поправок к существующим расчётам в картине Фарри. Например, новое значение для вклада в Лэмбовский сдвиг от "поляризации вакуума" получается, если повторить существующий расчёт, но не с кулоновским потенциалом $1/r$, а с потенциалом $1/r +$ потенциал Юлинга (последний возникает от вакуумного тока электрона, связанного потенциалом $1/r$).

Другая область применения связана с нестационарными J и V . Такие J и V могут описывать макроскопические приборы, przygotowляющие квантово-механические состояния или регистрирующие их (посредством включения токов или потенциалов). Предлагаемый аппарат описывает квантовую электродинамику вместе с такими приборами и может рассматриваться как математическое оформление теории измерения для квантованных полей.

§ 2. Электромагнитное поле с внешним током

Сначала принимаем шредингеровскую картину, ибо в ней задача диагонализации N_p решается проще. Всюду в этой работе используется кулоновская калибровка оператора вектор-потенциала A электромагнитного поля, так что $\text{div } \vec{A} = 0$. Метрика тогда положительно-дефинитна и не надо учитывать дополнительное условие Лоренца. Используется система единиц $\hbar = 1$, $c = 1$ и $\alpha = 1/137 = e^2/4\pi$.

^{x/} Термин "электрон" будет использоваться в качестве общего названия для негатонов (заряд $-|e|$) и позитонов (заряд e).

Первоначально теория должна записываться в терминах оператора A (и сопряженного оператора) без использования какой-либо корпускулярной интерпретации. Однако оказывается удобным ввести сразу обычное разложение A :

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{1}{\sqrt{2(2\pi)^3}} \sum_{\lambda=1,2} \int d^3k \frac{\vec{e}_{\lambda}(\vec{k})}{\sqrt{k}} [c(\vec{k}, \lambda) e^{i\vec{k}\vec{x}} + c^{\dagger}(\vec{k}, \lambda) e^{-i\vec{k}\vec{x}}], \quad (2.1)$$

$$[c(\vec{k}_1, \lambda_1), c^{\dagger}(\vec{k}_2, \lambda_2)] = \delta_{\lambda_1, \lambda_2} \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}_2), \quad (2.2)$$

диагонализующее H_{ph}^0 . Тогда оператор полной энергии модели задается выражениями:

$$H_{ph}(t) = H_{ph}^0 + i_{ph}(t); \quad (2.3)$$

$$H_{ph}^0 = \sum \int d^3k \quad k c^{\dagger}(\vec{k}, \lambda) c(\vec{k}, \lambda); \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} i_{ph}(t) &= - \int \vec{j}(\vec{x}, t) \cdot \vec{A}(\vec{x}) d^3x = \\ &= - \sum_{\lambda} \int d^3k \frac{1}{\sqrt{2k}} [c(\vec{k}, \lambda) G_{\lambda}^{\dagger}(\vec{k}, t) + c^{\dagger}(\vec{k}, \lambda) G_{\lambda}(\vec{k}, t)]; \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\vec{J}(\vec{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \int d^3 k e^{i\vec{k}\vec{x}} \vec{G}(\vec{k}, t); \quad (2.6)$$

$$G_\lambda(\vec{k}, t) = (e_\lambda(\vec{k}) \cdot \vec{G}(\vec{k}, t)); \quad G^*(\vec{k}, t) = -\vec{G}(-\vec{k}, t). \quad (2.7)$$

Как видно из (2.5) и (2.7), с соленоидальным полем \vec{A} взаимодействует только соленоидальная часть тока \vec{J}_\perp , $\text{div } \vec{J}_\perp = 0$. Оператор H_{ph} складывается из членов квадратичных по операторам c и из линейных. Легко проверить, что дополнением до квадратов его можно привести к квазисвободному виду

$$H_{ph}(t) = \sum_\lambda \int d^3 k k c_\lambda^+(\vec{k}, \lambda) c_\lambda(\vec{k}, \lambda) + \text{с - число}; \quad (2.8)$$

$$c_\lambda(\vec{k}, \lambda) = c(\vec{k}, \lambda) - \sqrt{\frac{k}{2}} d_\lambda(\vec{k}, \lambda); \quad d_\lambda(\vec{k}, \lambda) = \frac{1}{k^2} G_\lambda(\vec{k}, t); \quad (2.9)$$

причём единственным способом. Если ввести оператор $\vec{A}_\lambda(\vec{x})$ выражающийся через c_λ так же, как $\vec{A}(\vec{x})$ через c , см. (2.1), то получим

$$\begin{aligned} \vec{A}_\lambda(\vec{x}) - \vec{A}(\vec{x}) &= -\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \sum_\lambda \int d^3 k \frac{e_\lambda(\vec{k})}{2k^2} [G_\lambda(\vec{k}, t) e^{i\vec{k}\vec{x}} + G_\lambda^*(\vec{k}, \lambda) e^{-i\vec{k}\vec{x}}] = \\ &= -\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \int d^3 k \frac{1}{k^2} G_\perp(\vec{k}, t) e^{i\vec{k}\vec{x}} = -\frac{1}{4\pi} \int d^3 y \frac{\vec{J}_\perp(\vec{y}, t)}{|\vec{x} - \vec{y}|} = -\vec{U}_\perp(\vec{x}, t). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Появилось поле U_{\perp} от тока J_{\perp} , однако не запаздывающее, а мгновенное.

Как отмечалось во введении, в окончательном виде теория проще выглядит в гейзенберговской картине. В ней (2.10) приобретает вид

$$\vec{Q}(\vec{x}, t) = \vec{A}(\vec{x}, t) - \vec{U}_{\perp}(\vec{x}, t), \quad (2.11)$$

где, например, $\vec{Q} = S^{-1} \vec{A} S$. Для дальнейшего достаточно знать не сам оператор перехода S , а только уравнение для него

$$i \frac{\partial}{\partial t} S(t) = H_{ph}^{III}(t) S(t). \quad (2.12)$$

Оно получается из требования, чтобы уравнение для вектора состояния $\Phi_H = S^{-1} \Phi_{III}$ имело вид $\dot{\Phi}_H = 0$. Оператор полной энергии имеет тот же вид

$$H_{ph}(t) = S^{-1} H_{ph}^{III} S = \sum_{\lambda} \int d^3 k k \alpha_{\lambda}^{\dagger}(\vec{k}, \lambda) \alpha_{\lambda}(\vec{k}, \lambda), \quad (2.13)$$

если его выразить через гейзенберговские операторы

$$\alpha_{\lambda}(\vec{k}, \lambda) = S^{-1}(t) c_{\lambda}(\vec{k}, \lambda) S(t). \quad (2.14)$$

С помощью (2.12) и (2.13) можно вычислить $\partial \alpha_{\lambda} / \partial t$ и получить таким образом гейзенберговское уравнение движения для α_{λ} :

$$\dot{\alpha}_{\lambda} = -i [\alpha_{\lambda}, H_{ph}] + \frac{\partial c_{\lambda}}{\partial t} = -i k \alpha_{\lambda} - \sqrt{\frac{k}{2}} \dot{d}_{\lambda}. \quad (2.15)$$

Использован тот факт, что коммутационные соотношения для a_i такие же, что и для c_i или c , см. (2.2). Соответствующее уравнение для \vec{d} получается из (2.11) и уравнений $\square \vec{A} = -\vec{j}_\perp$ и $\nabla^2 \vec{U}_\perp = -\vec{j}_\perp$:

$$\square \vec{d} = (\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial t^2}) \vec{d}(\vec{x}, t) = \vec{U}_\perp(\vec{x}, t). \quad (2.16)$$

Выпишем решение (2.15), совпадающее при $t=0$ с $c_{i=0}$:

$$a_i(\vec{k}, \lambda) = e^{-ik \cdot t} [c_{i=0}(\vec{k}, \lambda) - \sqrt{\frac{k}{2}} \int_0^t d_r \dot{d}_r(\vec{k}, \lambda) e^{ikr} dr]. \quad (2.17)$$

Соотношений (2.15) и (2.17) достаточно для решения всех задач модели. Например: "Вначале при $t=0$ имеем физический вакуум, какова вероятность найти при $t>0$ N физических фотонов?", ср. /5/, гл. 15. Из (2.15) следует, что стационарный ток не излучает физических фотонов, что и должно быть по принципу соответствия классической электродинамике (только ускоряющиеся заряды порождают отрывающееся от них электромагнитное поле). В то же время уравнение для "голых" гейзенберговских операторов $c^H(\vec{k}, \lambda, t) = S^{-1} c(\vec{k}, \lambda) S$ содержит не производную от тока, а сам ток: "голые" фотоны могут испускаться и стационарным током.

В^{16/} § 9 можно найти пример другого способа рассмотрения настоящей модели.

§ 3. Электроны во внешнем потенциале

Оператор полной энергии в шредингеровской картине имеет вид

$$H_0^e + I_0(t) = \int d^3x \phi(\vec{x}) [-i \vec{\alpha} \vec{\nabla} + \beta m] \phi(\vec{x}) - e \int d^3x \phi^\dagger(\vec{x}) \gamma_0 \gamma_\mu W_\mu(\vec{x}, t) \phi(\vec{x}). \quad (3.1)$$

Причина употребления обозначения W вместо V (см., введение) станет ясной потом. Отметим, что обычный способ включения минимального взаимодействия с электромагнитным полем одинаков как в лоренцевской, так и в кулоновской калибровке^{/7/}. Поэтому калибровку W можно не оговаривать.

Чтобы теория была инвариантной относительно зарядового сопряжения, вместо (3.1) следует взять соответственно симметризованное выражение, см. (8.122а) в^{/11/}. Если ввести оператор

$$D = -i \vec{\alpha} \vec{\nabla} + \beta m - e (W_0 - \vec{\alpha} \vec{W}), \quad (3.2)$$

то оно может быть записано в виде

$$H_0^{\text{III}}(\vec{x}, t) = \frac{1}{2} \int d^3 x \sum_{\alpha, \beta} [\phi_{\alpha}^* D_{\alpha\beta} \phi_{\beta} - D_{\alpha\beta} \phi_{\beta} \phi_{\alpha}^*]. \quad (3.3)$$

В исходную формулировку модели входят также антикоммутиационные соотношения (такие же, как для свободного случая $W = 0$ см.^{/8/}, гл. 14,3):

$$\{\phi(\vec{x}), \phi^+(\vec{x}')\} = \delta(\vec{x} - \vec{x}'); \quad \{\phi(\vec{x}), \phi(\vec{x}')\} = \{\phi^+(\vec{x}), \phi^+(\vec{x}')\} = 0. \quad (3.4)$$

Положим, что мы знаем собственные функции уравнения

$$D u_E = E u_E. \quad (3.5)$$

Предполагаем, что W таково, что есть две разделенные, неперекрывающиеся полосы собственных значений E : положительная, для которой $E > 0$ (обозначим такие собственные значения через E_n), и отрицательная $E < 0$. Обозначим буквой ν (negaton) совокупность собственных значений полного набора операторов, коммутирующих с D (и содержащих D), если

она содержит E_n . Соответствующие собственные функции (3.5) обозначим через u_n . Собственные функции с $E = E_p$ обозначим через v_p (positon). Эти наборы операторов и сами собственные функции, как правило, зависят от t , если W зависит от t (тогда t в задаче (3.5) следует рассматривать как параметр). Система спиноров u и v должна быть полной и ортонормированной

$$\sum_{\alpha} \int d^3x u_{n_1}^* (\vec{x}, \alpha, t) u_{n_2} (\vec{x}, \alpha, t) = \delta_{n_1, n_2};$$

$$\sum_{\alpha} \int d^3x u_n^* v_p = 0; \quad \sum_{\alpha} \int d^3x v_{p_1}^* v_{p_2} = \delta_{p_1, p_2}. \quad (3.6)$$

Разложим операторы ϕ и ϕ^+ по этой системе:

$$\phi(\vec{x}) = \sum_n a_t(n) u_n(\vec{x}, t) + \sum_p b_t^+(p) v_p(\vec{x}, t); \quad (3.7)$$

$$\phi^+(\vec{x}) = \sum_n a_t^+(n) u_n^+(\vec{x}, t) + \sum_p b_t(p) v_p^+(\vec{x}, t). \quad (3.8)$$

Как обычно, u^+ обозначает строку из четырех комплексно сопряженных компонент u . Операторы a и b должны зависеть от t (так, чтобы левые части (3.7) и (3.8) не зависели от времени). Из (3.4) вытекает, что

$$a_t(n_1) a_t^+(n_2) + a_t^+(n_2) a_t(n_1) = \delta_{n_1, n_2}. \quad (3.9)$$

Результат подстановки (3.7) и (3.8) в (3.3) можно представить в виде:

$$H_{\circ}^{\text{III}}(t) = S_n E_n a_t^+(n) a_t(n) + S_p |E_p| b_t^+(p) b_t(p) - \\ - \frac{1}{2} \int d^3x [S_n E_n u_n^+ u_n - S_p E_p v_p^+ v_p]. \quad (3.10)$$

Так же, как в (2.8), у нас появился с-числовой добавок к операторной части H_{\circ}^{III} . Она является нормально упорядоченной по операторам a_t и b_t и положительно-определенной, что дает обычную интерпретацию решениям (3.5) с отрицательными энергиями. Результат (3.10) объясняет, почему мы использовали именно разложение (3.7): диагонализуют H_{\circ}^{III} как раз соответствующие операторные коэффициенты разложения $\phi(x)$ именно по u и v .

Дальнейшее развитие аппарата проводим в гейзенберговской картине. Поскольку гейзенберговский оператор $\psi(x, t)$ равен $S^{-1} \phi(x) S$, где S -оператор перехода из шредингеровской картины в гейзенберговскую, то разложение ψ , соответствующее (3.7), имеет вид

$$\psi(\vec{x}, t) = S_n A_t(n) u_n(\vec{x}, t) + S_p B_t^+(p) v_p(\vec{x}, t); \quad (3.11)$$

$$A_t(n) = S^{-1} a_t(n) S; \quad B_t^+(p) = S^{-1} b_t^+(p) S. \quad (3.12)$$

Антикоммутиационные соотношения для A_t и B_t имеют тот же обычный вид, что и для a_t и b_t (см. (3.9)). Каноническое (фокковское) представление именно этих операторов мы используем для корпускулярной интерпретации модели. Можно увидеть, что вакуумный вектор этого представления является собственным вектором $H_{\circ}^{\text{H}}(t)$ с наименьшим собственным значением, т.е. будет физическим вакуумом модели (заметим, что $H_{\circ}^{\text{H}} = S^{-1} H_{\circ}^{\text{III}} S$

через A_t и B_t выражается так же, как H_e^{III} через a_t и b_t , см. (3.10)).

Уравнения для A_t и B_t можно найти, дифференцируя (3.12), ср. § 2. Однако, если считать известным уравнение для ψ

$$(-i p_\mu \gamma_\mu - i e \gamma_\mu W_\mu + m) \psi(\vec{x}, t) = 0 \quad \text{или} \quad i \dot{\psi} = D \psi, \quad (3.13)$$

то их можно получить проще. Вставим в $i \dot{\psi} = D \psi$ разложение (3.11), умножим полученное соотношение на u_n^+ и проинтегрируем по \vec{x} , чтобы использовать (3.6). Получим

$$i \dot{A}_t(n') + i S_n A_t(n) \langle u_n, \dot{u}_n \rangle + i S_p B_t(p) \langle u_n, \dot{v}_p \rangle = A_t(n') E(n'). \quad (3.14)$$

Для нахождения $\langle u_n, \dot{u}_n \rangle$ продифференцируем по времени уравнение (3.5):

$$(D - E_t) \dot{u}_n = [\dot{E}_t(n) - \dot{D}] u_n.$$

Если $n' \neq n$, то отсюда следует $\langle u_n, \dot{u}_n \rangle = \dot{Y}_{n',n} / E(n) - E(n')$,

$$\dot{Y}_{n',n} = \langle u_n, \dot{D} u_n \rangle = \langle u_n, -e(\dot{W}_0 - \vec{\alpha} \cdot \vec{W}) u_n \rangle. \quad (3.15)$$

Будем предполагать, что у функций u_n фазы подобраны так, чтобы $\langle u_n, \dot{u}_n \rangle = 0$, см. /9/. Окончательно получаем

$$\dot{A}_t(n') = -i E_t(n') A_t(n') - S_{n' \neq n} \frac{\dot{Y}_{n',n} A_t(n)}{E(n) - E(n')} - S_p \frac{\dot{Y}_{n',p} B_t^+(p)}{E(p) - E(n')} \quad (3.16)$$

Аналогично получаются уравнения для B_t^+ , A_t^+ и B_t^- . Уравнение (3.16) означает, что если $\dot{W} \neq 0$, то электроны могут исчезать и рождаться. Если $\dot{W} = 0$, но $W \neq 0$, то они могут только рассеиваться ввиду того, что состояния с определенным импульсом не есть состояния с определенными λ или p : D не коммутирует с оператором импульса^{x/}. Возможно, что более наглядно это видно из соответствующего уравнения для вектора состояния в шредингеровской картине, которое мы приведем без вывода:

$$\begin{aligned}
 i \frac{\partial}{\partial t} F = KF, \quad K = S_n E(n) a^+(n) a(n) + S_p |E(p)| b^+(p) b(p) + \\
 + i S_n S_{n \neq n'} \frac{\dot{Y}_{n',n} a^+(n') a(n)}{E(n') - E(n)} - i S_p S_{p \neq p'} \frac{\dot{Y}_{p,p'} b^+(p') b(p)}{|E(p')| - |E(p)|} + \\
 + i S_n S_p [\dot{Y}_{n,p} a^+(n) b^+(p) - \dot{Y}_{n,p}^* b(p) a(n)] [E(n) + |E(p)|]^{-1}.
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Индексы t у операторов a и b отсутствуют, поскольку здесь имеется в виду фокское представление этих операторов на базисе вакуума Ω_t (матричные элементы a и b тогда не зависят от времени, ср. ^{/4/}).

Уравнение Шредингера при обычной, "голой" корпускулярной интерпретации имеет вид (1.4), где $H_M = H_0^e + I_e(t)$, содержит не производную от W но само W . Оно означает, что "голые" электроны могут рождаться из вакуума Ω_0 , даже если потенциал W статический. Физический же вакуум в этом случае остается стабильным. Например, в кулоновском поле не рождаются пары физических негатов и позитонов, т.е. "поляризация вакуума" отсутствует.

^{x/} Более точно: следовало бы говорить о состояниях с определенным значением "чётной" части оператора импульса, которая имеет нулевые матричные элементы между негатонными и позитонными состояниями. Стоит еще отметить, что вряд ли приближение внешнего неизменяющегося потенциала остается справедливым, если рассматривать эффекты рождения пар.

Существует обширная литература по вычислению вакуумного среднего от симметризованного оператора тока в обсуждаемой модели, см. /6/, § 10 и /10-13/. Это выражение у нас появится позже: в рамках квантовой электродинамики в целом. Туда и переносится вся проблема "поляризации вакуума" при принятой корпускулярной интерпретации. В рамках же модели просто надо дать такие определения физическим операторам тока, импульса и т.д., чтобы их средние вакуумные значения всегда равнялись нулю (как следствие отсутствия физических частиц в физическом вакууме). Пример надлежащего переопределения оператора импульса был обсужден в /4/ для модели скалярного поля с источником. В данной модели оператор тока следует определить как нормальное упорядочение N_w обычного выражения по физическим операторам A_t и B_t , так что $\langle \Omega_t, N_w \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \Omega_t \rangle = 0$.

Отметим отличие (3.11) от способа разложения ψ , принятого в существующих изложениях "картины Фарри", см. /1/, гл. 15; /8/, гл. 14; /14/. Там ψ разлагается по решениям (3.13), а не (3.5), см. (15.191) в /1/. Фарри /14/ уточняет, что имеются в виду решения (3.13), которые в момент $t=0$ совпадают с некоторой полной ортонормированной системой спиноров. Несмотря на столь неконкретное описание, разложение Фарри не может совпадать с (3.11): в отличие от A_t и B_t операторные коэффициенты разложения Фарри для ψ не зависят от времени (ψ удовлетворяет (3.13), потому что разлагается по его решениям). Их вакуумный вектор, вообще говоря, не является собственным состоянием H_0 с наименьшей энергией (можно показать, что разложение Фарри может означать и "голую" интерпретацию). Наше разложение (3.11) вытекает из специального требования: оно должно диагонализировать H_0 . Никакого соответствующего дополнительного конкретизирующего требования у Фарри нет.

В статическом случае, однако, разложения фактически совпадают. Например, (14.60) в /8/ представляет собой разложение ψ по решениям (3.13), периодически зависящим от времени, и оно совпадает с (3.11), поскольку в статическом случае из (3.16) следует, что $A_t(p) = A_{t=0}(p) \exp[-iE(p)t]$.

§4. Квантовая электродинамика с внешним током

и потенциалом

В шредингеровской картине и кулоновской калибровке для квантованного электромагнитного поля оператор полной энергии этой теории имеет вид

$$H(t) = H_{ph}(t) + \bar{H}_e(t) + I, \quad (4.1)$$

где H_{ph} дано выражением (2.3), а

$$\begin{aligned} \bar{H}_e(t) = & H_e^0 - e \int d^3x : \phi^+(\vec{x}) \gamma_0 \gamma_\mu V_\mu(\vec{x}, t) \phi(\vec{x}) : - \\ & - \frac{e}{4\pi} \iint d^3x d^3y : \phi^+(\vec{x}) \phi(\vec{x}) : J_0(\vec{y}, t) / |\vec{x} - \vec{y}|. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Здесь V обозначает свободный потенциал, см. введение. Последний член в (4.2) характерен для кулоновской калибровки: электронное поле взаимодействует с плотностью внешних зарядов непосредственно, а не через электромагнитное поле. Наконец,

$$\dot{I} = -e \int d^3x : \phi^+(\vec{x}) \vec{\alpha} \phi(\vec{x}) A(\vec{x}) : + I_e; \quad (4.3)$$

$$\dot{I}_e = \frac{e^2}{8\pi} \iint d^3x d^3y : \phi^+(\vec{x}) \phi(\vec{x}) : : \phi^+(\vec{y}) \phi(\vec{y}) : / |\vec{x} - \vec{y}|.$$

Чтобы использовать точные решения моделей, изложенные в предыдущих параграфах, надо сначала перейти в особую картину, промежуточную между шредингеровской и гейзенберговской. В ней операторы полей должны подчиняться тем же уравнениям, что и в гейзенберговских картинах моделей с гамильтонианами H_{ph} и \bar{H}_e , т.е. уравнению $\square A = -J_\perp$ и уравнению вида (3.13).

По аналогии с переходом в картину взаимодействия можно написать такое уравнение для оператора соответствующего унитарного преобразования S_1 :

$$i \frac{\partial}{\partial t} S_1(t) = [H_{ph}^{(u)}(t) + H_0^{(u)}(t)] S_1(t). \quad (4.4)$$

С помощью (4.4) можно проверить, что $\phi(\vec{x}, t) = S_1^{-1} \phi(\vec{x}) S_1$ и $\vec{A}(\vec{x}, t) = S_1^{-1} \vec{A}(\vec{x}) S_1$, действительно удовлетворяют вышеупомянутым уравнениям. Уравнение же для нового вектора состояния $\Phi = S_1^{-1} \Phi$ имеет вид

$$i \dot{\Phi} = I(\phi, A), \Phi;$$

$$I(\phi, A) = -e \int d^3x : \phi^+ \vec{a} \phi \vec{A}(\vec{x}, t) + I_c(\phi). \quad (4.5)$$

После этого мы еще свободны либо принять корпускулярную интерпретацию полей ϕ и A в терминах "голых" частиц, либо интерпретацию Фарри, см. конец § 3, либо интерпретацию, изложенную в § 2 и 3. Последняя и принимается в этой работе. Выразим $\vec{A}(\vec{x}, t)$ через операторы $a_i(\vec{k}, \lambda)$, см. § 2,

$$\vec{A}(\vec{x}, t) = [2(2\pi)^3]^{-1/2} \sum_{\lambda} \int d^3k [a_i(\vec{k}, \lambda) e^{i\vec{k}\vec{x}} + 2c.l] \vec{e}_{\lambda}(\vec{k}) / \sqrt{k} + \quad (4.6)$$

$$+ \vec{U}_{\perp}(\vec{x}, t) \equiv \vec{G}(\vec{x}, t) + \vec{U}_{\perp}(\vec{x}, t)$$

и вставим в $I(\phi, A)$:

$$I(\phi, A) = -e \int d^3x : \phi^+ \vec{a} \phi \vec{G} - e \int d^3x : \phi^+ \vec{a} \phi \vec{U}_{\perp} + I_c. \quad (4.7)$$

У нас появился член, билинейный по электронному полю и не содержащий a_+ (второй член в (4.7)). Он фактически описывает взаимодействие между квантованным током и внешним током (U_{\perp} выражается через J_{\perp} , см. (2.10)), имеет ту же природу, что и два последних члена в (4.2) и может быть тоже перенесен в уравнение для электронного оператора. Это делается с помощью еще одного преобразования S_2 , такого, что

$$i\dot{S}_2(t) = [-e \int d^3x \phi^+ \alpha \phi U_{\perp}] S_2(t). \quad (4.8)$$

После этого уравнение для электронного поля $\psi(x, t) = S_2^{-1} \phi(x, t) S_2$

приобретает буквальный вид (3.13), где $W_{\mu} = \{W, W_0\}$ обозначает

$$\vec{W} = \vec{V} + \vec{U}_{\perp}; \quad W_0 = V_0 + \frac{1}{4\pi} \int \frac{J_0(\vec{y}, t)}{|\vec{x} - \vec{y}|} d^3y. \quad (4.9)$$

Для вектора же состояния $\Psi = S_2^{-1} \Phi$ получаем уравнение

$$i\dot{\Psi} = \dot{I}(\psi, \mathcal{G}) \Psi; \quad \dot{I}(\psi, \mathcal{G}) = -e \int d^3x : \psi^+ \vec{\alpha} \psi \mathcal{G} + I_0(\psi). \quad (4.10)$$

Как должны ставиться и решаться задачи в такой картине? В качестве начального состояния Ψ_0 может быть взят вектор физического вакуума Ω_{t_0} , например, или $a_{t_0}^+(k, \lambda) A_{t_0}^+(n) \Omega_{t_0}$ и т.п. Амплитуда перехода из такого состояния в некоторое конечное Ψ' дается формулой

$$\langle \Psi', U(t, t_0) \Psi_0 \rangle; \quad U(t, t_0) = P \exp \left[i \int_{t_0}^t \dot{I}(\psi, \mathcal{G}) dt' \right]. \quad (4.11)$$

Ψ' может быть также вакуумным состоянием Ω_t , но уже в момент t ; так что, в частности, $a_t \Omega_t = 0$. Оператор a_t (как и A_t и B_t) должен быть выражен через a_{t_0} (соответственно A_{t_0} , B_{t_0}) с помощью формулы (2.16), как и операторы a_{t_0} , A_{t_0} , B_{t_0} , входящие в $U(t, t_0)$. Состояние Ω_t следует находить как фокковский столбец на базе векторов

$$\Omega_{t_0}; a_{t_0}^+ \Omega_{t_0}; \dots a_{t_0}^+ A_{t_0}^+ B_{t_0}^+ \Omega_{t_0}; \dots \quad (4.12)$$

(или как их суперпозицию), удовлетворяющий уравнениям типа

$$e^{-ikt} \left[a_{t_0} - \sqrt{\frac{k}{2}} \int_0^t d_r \cdot e^{ikr} dr \right] \Omega_t = 0. \quad (4.13)$$

Здесь положено $t_0 = 0$, см. (2.16). Другие уравнения -

$$A_t(\rho) \Omega_t = 0 \quad \text{и} \quad B_t(\rho) \Omega_t = 0$$

могут быть записаны аналогично. Решение сходного с (4.13) уравнения приведено, например, в ^{/1/}, см. (12.31) и далее. Изложенная процедура и обеспечивает более точный учет взаимодействия квантованных полей с J и V , нежели просто по теории возмущений.

В стационарном случае, когда J и V от t не зависят, $\Omega_t = \Omega_{t_0}$ и амплитуда (4.11) находятся так же, как в обычной картине взаимодействия, но с учётом ряда отличий в фейнмановских правилах для нахождения $U(t, t_0)$ по теории возмущений.

1. Фотонной линии соответствует обычная, старая функция распространения (потому что коммутационные соотношения для $a_t(\vec{k}, \lambda)$ обычные и $G(\vec{x}, t)$ через них представляется с помощью тех же функций $\vec{e}_\lambda(\vec{k}) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{x})$).

2. Вершине по-прежнему соответствует y_μ .

3. Электронной мишени соответствует функция распространения электрона S_e^w во внешнем поле W , см. ^{/7/}, гл. 17.4 и (15.196) в ^{/1/}.

4. В (4.10), как и в первоначальной формулировке теории, под $:\psi^+ a \psi:$ и $:\psi^+ \psi:$ следует понимать антисимметризацию выражения для оператора электронного тока:

$$: j_{\mu} : = -e : \psi^{\dagger} \gamma_0 \gamma_{\mu} \psi : = -\frac{e}{2} \sum_{\alpha\beta} (\gamma_0 \gamma_{\mu})_{\alpha\beta} [\psi_{\alpha}^* \psi_{\beta} - \psi_{\beta} \psi_{\alpha}^*] . \quad (4.14)$$

Если $W = 0$, то (4.14) равно нормальному упорядочению (по операторам рождения-уничтожения) "голых" частиц, см. ^{/15/}, § 18.3), и поэтому среднее по вакууму (математическому) от (4.14) равно нулю. Если же $W \neq 0$, среднее от (4.14) по "физическому" вакууму обычно не равно нулю. Это приводит к дополнительным диаграммам с вакуумными петлями типа изображенной на стр. 27, см. ^{/1/}, гл. 15, § 7.

Изложенный до сих пор аппарат в стационарном случае фактически совпадает с "картиной Фарри" в том виде, как она изложена в ^{/1/}. Хотя мы первоначально включали взаимодействие с внешним током, все же соответствующий ему потенциал появился в уравнении для ψ . Уравнение же для оператора электромагнитного поля \vec{G} в этом случае является свободным $\square \vec{G} = 0$, как и уравнение для A в картине Фарри. Единственное отличие заключается в том, что в нашем аппарате фотонный вакуум является "физическим", а не математическим. Можно показать, что это различие не является наблюдаемым, ср. § 3 в ^{/3/}. В нестационарном случае имеются существенные различия, см. конец § 3. Отметим, что в ^{/18/} авторы фактически пользовались разложением ψ по решениям (3.13) при рассмотрении задачи об излучении фотона электроном в поле плоской электромагнитной волны. Представляло бы интерес рассчитать эту задачу с помощью изложенного аппарата.

Диаграммы вида рис. 1 можно убрать из теории возмущений, учитывая их эффект так же, как испускание фотонов внешним током. Для этого выделим из (4.14) упорядоченную по "физическим" операторам часть $N_w j_{\mu}$:

$$: j_{\mu}(\vec{x}, t) : = N_w j_{\mu}(\vec{x}, t) + \\ + \frac{e}{2} \sum_{\alpha, \beta} (\gamma_0 \gamma_{\mu})_{\alpha\beta} [S_n u_n(\vec{x}, \beta, t) u_n^*(\vec{x}, \alpha, t) - S_p v_p(\vec{x}, \beta, t) v_p^*(\vec{x}, \alpha, t)] . \quad (4.15)$$

Разность $: j_{\mu} : - N_w j_{\mu}$ можно обозначить и через $\langle \Omega_i, : j_{\mu} : \Omega_i \rangle$, она равна среднему от $: j_{\mu} :$ по "физическому" вакууму. Для дальнейшего изложения удобнее считать, что $: :$ означает с самого начала не антисимметризацию, а эквивалентное ей нормальное упорядочение N_0 по операторам "голых" электронов. Тогда вместо (4.15) будем иметь выражение:

$$N_0 j_{\mu} = N_w j_{\mu} + \frac{e}{2} \text{Tr} [S_n^0 u_n^+ u_n^+ - S_p^0 v_p^+ v_p^+] \gamma_0 \gamma_{\mu} - \quad (4.16)$$

$$- \frac{e}{2} \text{Tr} [S_n^0 u_n^0 u_n^0 + S_p^0 v_p^0 v_p^0] \gamma_0 \gamma_{\mu}.$$

Оно получается, если из выражения

$$: j_{\mu} : = N_0 j_{\mu} - \frac{e}{2} \text{Tr} [S_p^0 u_n^0 u_n^0 + S_p^0 v_p^0 v_p^0] \gamma_0 \gamma_{\mu} \quad (4.17)$$

вычесть (4.15). Формально (4.17) получается из (4.15), если там положить $W=0$. Конечно, как мы уже говорили, последний шпур Tr в (4.16) на самом деле равен нулю.

Вставим теперь в $I(\psi, \bar{\psi})$ из (4.10) вместо $-e: \psi^+ \alpha_k \psi :$ и $e: \psi^+ \psi :$ выражения (4.16) или (4.17):

$$I(\psi, \bar{\psi}) = \int d^3x N_w \bar{j}^{\vec{\alpha}} \vec{\alpha} + \int d^3x \bar{j}^{\vec{\alpha}} \vec{\alpha} - e \int d^3x N_w \psi^+ \psi U_0' + I_c^W + c - \text{число}$$

$$\bar{j}^{\vec{\alpha}}(\vec{x}, t) = \langle \Omega_i, : j^{\vec{\alpha}}(\vec{x}, t) : \Omega_i \rangle; U_0'(\vec{x}, t) = \frac{-e}{4\pi} \int \frac{\langle \Omega_i, \psi^+(\vec{y}, t) \psi(\vec{y}, t) \Omega_i \rangle}{|\vec{x} - \vec{y}|} d^3y \quad (4.18)$$

$$I_c^W = \frac{e^2}{8\pi} \int \int d^3x d^3y N_w \psi^+(\vec{x}, t) \psi(\vec{x}, t) N_w \psi^+(\vec{y}, t) \psi(\vec{y}, t) / |\vec{x} - \vec{y}|.$$

Появились взаимодействия $\int \vec{J}' \vec{A}$ и $\int N_w \vec{J}'_0 U'_0$, имеющие такой же вид, что и исходные взаимодействия $\int \vec{J} \vec{A}$ и последний член в (4.2). У нас автоматически получился добавок к внешнему току \vec{J} , индупированный в "физическом" электронном вакууме этим током, т.е. "поляризация вакуума".

Очередной сменой картины можно убрать $\int \vec{J}' \vec{A}$ и $\int N_w \vec{J}'_0 U'_0$ из уравнения для вектора состояния, перенеся эти взаимодействия в уравнения для \vec{A} (или для $\alpha_i(\vec{k}, \lambda)$) и для ψ . Вместо (2.16) получим

$$\square \vec{A}(\vec{x}, t) = \vec{U}_L - \vec{J}' \quad (4.19)$$

Диаграмм с вакуумными петлями теперь нет. Они учитываются новыми гейзенберговскими уравнениями для \vec{A} и ψ . Можно оставить аппарат в таком виде.

Однако ток \vec{J}' выступает в такой же роли, что и \vec{J} в исходной формулировке теории. В частности, наши "физические" фотоны будут испускаться даже стационарным, током \vec{J}' (а он будет стационарным, если стационарен \vec{J}). Поэтому мы можем продолжить применение двух основных принципов этой работы: а) пользоваться в аппарате только "физическими" вакуумами и операторами; б) стремиться к наиболее точному учёту взаимодействия с внешними токами и потенциалами, избегая применения теории возмущений для этой цели.

Введем поэтому новые физические фотоны, рассматривая модель с гамильтонианом $H'_{ph} = H_{ph} + \int \vec{J}' \vec{A}$ точно так же, как в § 2 была рассмотрена модель $H^0_{ph} + \int \vec{J} \vec{A}$. Можно считать, что $H'_{ph} = H^0_{ph} + \int (\vec{J} + \vec{J}') \vec{A}$, ибо это выражение отличается от $H_{ph} + \int \vec{J}' \vec{A}$ только на с-числовой член. Появятся новые физические операторы α' , диагонализующие H'_{ph} , и новый фотонный физический вакуум Ω'_i . Появится и

$$\vec{A}'(\vec{x}, t) = \vec{A} - (\vec{U}_L + \vec{U}'_L) = \vec{A}(\vec{x}, t) - \vec{U}'_L(\vec{x}, t) \quad (4.20)$$

$$\vec{U}'_L(\vec{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \int d^3 y \frac{\vec{J}'_L(\vec{y}, t)}{|\vec{x} - \vec{y}|}$$

Введение в изложенный выше аппарат квантовой электродинамики с внешним током операторов α' вместо α

$$\int N_w \vec{j} \vec{G} = \int N_w \vec{j} \vec{G}' + \int N_w \vec{j} \vec{U}'$$

приведет к появлению члена $\int N_w \vec{j} \vec{U}'$, похожего на $\int N_0 \vec{j} \vec{U}'$ в (4.7). Его следует приписать вместе с $\int N_w j_0 U'_0$ к H_w^0 и повторить рассмотрение § 3. Гамильтониан $H_w^0 + \int N_w j_\mu U'_\mu$, $\vec{U}'_\mu = \{ \vec{U}'_\mu, U'_0 \}$ отличается от $H_0^0 + \int N_0 j_\mu (W + U')$ на с-числовой член $\int (N_0 j_\mu - N_w j_\mu) U'_\mu$, и поэтому дело сводится к замене W_μ на $W'_\mu = W_\mu + U'_\mu$. Новые физические электронные операторы A'_t, B'_t и $\psi'(\vec{x}, t)$ подчиняются новым соответствующим уравнением. В соответствующей новой полугейзенберговской картине будем иметь

$$i\dot{\Psi}' = i(\psi', \vec{G}') \Psi'; \quad I(\psi', \vec{G}') = \int d^3x N_w \vec{j} \vec{G}' + I_c(\psi') \quad (4.21)$$

Операция N_w означает нормальное упорядочение по операторам A_t и B_t , а не по штрихованным операторам. Поэтому опять возникнут диаграммы вида рис. 1, где, однако, двойной линии уже соответствует $S_c^{W'} - S_c^W$. Вставляя в (4.21)

$$N_w j'_\mu = N_w j_\mu + \frac{e}{2} \text{Tr} [S_n u'_n u_n^+ - S_p v'_p v_p^+] \gamma_0 \gamma_\mu - \quad (4.22)$$

$$- \frac{e}{2} \text{Tr} [S_n u_n u_n^+ - S_p v_p v_p^+] \gamma_0 \gamma_\mu$$

(сравни с (4.16)), мы получим новый добавок к вакуумному току:

$$\vec{j}'' = \langle \Omega'_t, N_w \vec{j}' \Omega'_t \rangle, \quad J''_0 = \langle \Omega'_t, N_w j'_0 \Omega'_t \rangle. \quad (4.23)$$

Его можно опять перевести в уравнения для $\vec{\alpha}'$ и ψ' :

$$\square \vec{\alpha}' = \vec{U} + \vec{U}' - \vec{J}'', \quad (4.24)$$

убирая таким образом новые вакуумные петли из аппарата. И т.д.

Мы видим, что последовательное применение принципов а) и б) приводит вообще говоря, к бесконечной процедуре. В результате для вакуумного тока, например, получим бесконечный ряд, первыми членами которого будут J' и J'' . Сходимость этой процедуры еще подлежит исследованию. Она обрывается, если на каком-то этапе выражение вида $N_w j' - N_w j''$ оказывается равным нулю. Например, $J' = 0$, когда есть только внешнее постоянное магнитное поле или плоская электромагнитная волна /17/ (внешнего тока нет).

В других случаях $N_0 j - N_w j$ оказывается расходящимся. Тогда под J' следует подразумевать некоторую конечную часть $N_0 j - N_w j$, выделенную по определенным правилам. В случае внешнего точечного заряда (или кулоновского потенциала) такая работа проделана в /11/. Можно также указать на способ регуляризации, изложенный в работах Валатина /12, 13/.

В заключение обсудим, что может дать для вычисления лэмбовского сдвига второе приближение изложенного аппарата (см. этот параграф до (4.24)) по сравнению с первым его приближением x -картиной Фарри (см. текст до (4.19)). В принципе мыслимы две возможности. Либо точное вычисление в картине Фарри (т.е. учёт всех порядков теории возмущений) должно давать те же результаты, что и точные вычисления второго приближения. Тогда роль второго приближения заключается в каком-то суммарном учёте некоторых классов диаграмм Фейнмана картины Фарри. Либо эти два аппарата дают в принципе разные результаты. На примере модели § 2 мы видели, что разные корпускулярные интерпретации на вопрос: "Вначале фотонов нет, появятся ли они позже?" - дают разные ответы ("Да", если это голые фотоны, "нет" - если физические).

Остановимся подробнее на вкладе в лэмбовский сдвиг от "поляризации вакуума" внешним током. J'_0 может быть вычислено в принципе точно во всех порядках по Ze /11/, Ze - заряд ядра атома. Этим и ограничиваются при вычислении этого эффекта в картине Фарри. В аппарате второго приближения надо еще вычислить поправку J''_0 к J'_0 , связанную с введением нового "физического" вакуума Ω' (измененного током J'_0 по сравнению с перво-

начальным). В /11/ показано, что первое приближение по Z_e для J'_0 является уже достаточно точным. Можно думать, что и J''_0 достаточно вычислить в том же приближении. Если J''_0 окажется больше, чем следующие порядки по Z_e для J'_0 , то это будет свидетельствовать об осуществлении второй возможности.

В целом расчёт всех этих поправок к лэмбовскому сдвигу представляет из себя работу, сравнимую по объёму с тем, что до сих пор было проделано, и должен обсуждаться в другом месте. Заметим, что в настоящее время имеется небольшое различие между теорией и экспериментом лэмбовского сдвига /18/.

Л и т е р а т у р а

1. С.Швебер. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. ИЛ, Москва, 1963.
2. O.W.Greenberg, S.S.Schweber. Nuovo Cim., 8, 378 (1958).
3. L.Van Hove Лекция в " Les problemes mathematique de la theorie quantique des champs". Colloques internationaux. Lille, 1957. Paris, 1959.
4. М.И.Широков. Квантовая теория скалярного поля с нестатическим источником. Преприят ОИЯИ, P2-3040, Дубна, 1966.
5. K.O.Friedrichs. Mathematical Aspects of the Quantum theory of fields. Interscience publ., New York, 1953.
6. В.Тирринг. Принципы квантовой электродинамики. Высшая школа, Москва, 1964.
7. В Паули. Общие принципы волновой механики, ч. 1, § 4, стр. 48, ГИТТЛ, Москва, 1947.
8. J.M.Jauch, F.Rohrlich. The Theory of photons and electrons; Addison-Wesley, Cambridge, 1955.
9. Л.Шифф. Квантовая механика, § 31, ИЛ, Москва, 1957.
10. J.Schwinger. Phys.Rev., 82, 664 (1951).
11. E.H.Wichmann, N.M.Kroll. Phys.Rev., 101, 843 (1956).
12. J.C.Valatin. Proc.Roy.Soc., A222, 93 (1954).

13. J.C.Valatin. Proc.Roy.Soc., A222, 228 (1954).
14. W.H.Furry. Phys.Rev., 81, 115 (1951).
15. А.И.Ахиезер, В.Б.Берестецкий. Квантовая электродинамика, Физматгиз, Москва, 1959.
16. А.И.Никишов, В.И.Рятус. ЖЭТФ, 46, 776 (1964).
17. L.S.Brown, T.W.B.Kibble. Phys.Rev., 133A, 705 (1964).
18. D.R.Yennie. Доклад на международной конференции по электромагнитным взаимодействиям при низких и средних энергиях, Дубна, 1967.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 июня 1967 года.

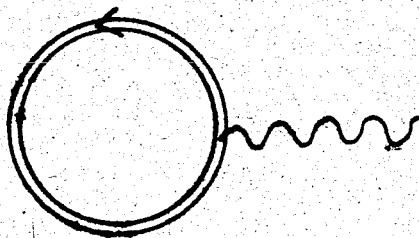


Рис. 1.