

С 324.3

Л-241

ЯР, 1968, т. 7, в. 1,

с. 178-182

31/VIII-67

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2 - 3374



Л.И. Липидус

О ВОССТАНОВЛЕНИИ
АМПЛИТУД МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ ВПЕРЕД

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

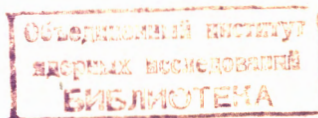
1967.

P2 - 3374

Л.И. Липидус

**О ВОССТАНОВЛЕНИИ
АМПЛИТУД МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ ВПЕРЕД**

Направлено в ЖЭТФ



52.17/1 мр.

A b s t r a c t

The comparison with the dispersion relations, sum rules, etc. require the determination of the amplitudes of meson-nucleon, N-N and γ -N forward scattering. The formulas have been obtained for this procedure at $\theta = 0^\circ$. The functions $a(0)$ and $b(0)$ contained in the amplitude of meson-nucleon scattering (1) according to (5) and (6) are determined by the measurements of the cross sections as well as the values of $P_0/\sin\theta$, K and A . In order to determine the amplitudes $u(0)$, $v(0)$, and $h(0)$ contained in the N-N-scattering amplitude it is necessary according to (9)-(13) to measure total cross sections (9) and (10) and also to analyse particle polarization after scattering. The determination of the spin-orbital amplitude $c(\theta)/\sin\theta|_{\theta=0^\circ}$ is given by formula (15). The amplitude of the nucleon Compton-effect (16) is reduced to (17) and (18) at $\theta = 0^\circ$. Expression (19) has been obtained for the cross section of the polarized photon interaction with polarized nucleons. The determination of the imaginary parts of the amplitudes is made according to formulas (20). The real parts are determined by measuring the differential cross sections.

1. Прогресс в развитии техники поляризованных мишеней, поляризованных пучков частиц и γ -квантов создает условия для осуществления прямого восстановления амплитуд процессов рассеяния и взаимодействия частиц. Эта прямая процедура особенно необходима при релятивистских энергиях частиц, когда значительна роль неупругих процессов и обычный фазовый анализ оказывается не столь эффективным, как при меньших энергиях.

Релятивистское восстановление амплитуд для пион-нуклонного и нуклон-нуклонного рассеяния недавно вновь^{/1,2/} обсуждалось в литературе.

Для целей сопоставления с дисперсионными соотношениями, правилами сумм и т.п. необходимы данные об амплитудах рассеяния при $\theta = 0^\circ$. Обсуждавшиеся в^{/1,2/} процедуры восстановления амплитуд справедливы для произвольных углов рассеяния, но не учитывают требований унитарности S-матрицы и факта обращения некоторых амплитуд в нуль при $\theta \rightarrow 0^\circ$.

Так, для матрицы пион-нуклонного рассеяния

$$M(\vec{k}', \vec{k}) = a + b(\vec{\sigma}_n \vec{\sigma}_p) = a + b(\vec{\sigma}_n \vec{\sigma}_p) \sin \theta \quad (1)$$

(\vec{n} - единичный вектор вдоль направления нормали к плоскости рассеяния) и в^{/1/} даны формулы для восстановления a и b при произвольных углах и релятивистских энергиях рассеяния. Однако для целей анализа,

основанного на дисперсионных соотношениях, необходимо восстановление величин $a(0)$ и $b(0)$.

Из формул (17)-(18) работы /1/, которые дают процедуру прямого восстановления амплитуд

$$g = \frac{a + b'}{\sqrt{2}} \quad \text{и} \quad h = \frac{a - b'}{\sqrt{2}},$$

нетрудно получить

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= |a|^2 + |b|^2 \sin^2 \theta, \\ \sigma_0 P_0 &= \sin \theta \operatorname{Re} (a^* b), \\ \sigma_0 R &= (|a|^2 - |b|^2 \sin^2 \theta) \cos \alpha - 2 \operatorname{Im} (a^* b) \sin \theta \sin \alpha, \\ \sigma_0 A &= -(|a|^2 - |b|^2 \sin^2 \theta) \sin \alpha - 2 \operatorname{Im} (a^* b) \sin \theta \cos \alpha. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь P_0 , R и A - известные параметры Вольфенштейна, связанные соотношением

$$R^2 + A^2 + P_0^2 = 1, \quad (3)$$

а

$$\alpha = \phi_\ell - \phi,$$

$\phi = \pi - \theta$ - угол наклона отдачи в с.ц.и.,

ϕ_ℓ - угол между импульсом начального мезона и наклона отдачи в лабораторной системе, причем /1/

$$\operatorname{tg} \phi_\ell = \frac{(M^2 + \mu^2 + 2ME)^{1/2}}{M + E} \operatorname{tg} \phi / 2, \quad (4)$$

μ и M — массы мезона и нуклона, E — энергия мезона в л.с.

Для $\theta = 0^\circ$ $\phi = \pi$, $\phi_\rho = \pi/2$ и $a = -\pi/2$. Из (2) видно, что при $\theta \rightarrow 0^\circ$ $A = 1$, $a \rightarrow 0$.

Введем две наблюдаемые величины, $x(\theta)$ и $y(\theta)$:

$$x(\theta) = \frac{1}{2} \frac{\sigma_o P}{\sin \theta}; \quad y(\theta) = \frac{1}{2} \frac{\sigma_o}{\sin \theta} (R \sin \alpha + A \cos \alpha).$$

Из (2) $[(y(0) = -\frac{\sigma_o R}{2 \sin \theta})_{\theta=0^\circ}]$

$$\operatorname{Re} b(0) = \frac{x(0)}{\sigma_o(0)} \operatorname{Re} a(0) + \frac{y(0)}{\sigma_o(0)} \operatorname{Im} a(0) \quad (5)$$

и

$$\operatorname{Im} b(0) = \frac{x(0)}{\sigma_o(0)} \operatorname{Im} a(0) - \frac{y(0)}{\sigma_o(0)} \operatorname{Re} a(0). \quad (6)$$

Величина $\operatorname{Im} a(0)$ определяется с помощью оптической теоремы. Действительная часть $a(0)$ дается

$$\operatorname{Re} a(0) = \sqrt{\sigma_o(0) - \left(\frac{k \sigma_t}{4\pi}\right)^2}$$

а знак $\operatorname{Re} a(0)$ можно определить по знаку кулоновской интерпретации.

Таким образом, для восстановления $b(0)$ необходимы измерения параметров Вольфенштейна R и A , что требует привлечения поляризованной протонной мишени. Отметим, что для этого необходима экстраполяция к $\theta = 0^\circ$ значений поляризационных параметров, измеряемых при $\theta \neq 0^\circ$.

2. В процессах рассеяния частиц с такими значениями спинов, когда спиновая зависимость матрицы рассеяния имеет место и при $\theta = 0^\circ$, для экспериментального определения мнимых частей не исчезающих при $\theta = 0^\circ$ скалярных амплитуд оказывается достаточным измерение полных сечений

взаимодействия при различных ориентациях поляризации пучка и мишени.

Для нуклон-нуклонного рассеяния^{x/}

$$M(\vec{k}', \vec{k}) = (u + v) + (u - v)(\vec{\sigma}_1 \vec{n})(\vec{\sigma}_2 \vec{n}) + c[(\vec{\sigma}_1 \vec{n}) + (\vec{\sigma}_2 \vec{n})] + \\ + (g - h)(\vec{\sigma}_1 \vec{m})(\vec{\sigma}_2 \vec{m}) + (g + h)(\vec{\sigma}_1 \vec{\ell})(\vec{\sigma}_2 \vec{\ell}), \quad (7)$$

где ортонормированная тройка векторов.

$$\vec{\ell} = \frac{\vec{k} + \vec{k}'}{|\vec{k} + \vec{k}'|}, \quad \vec{m} = \frac{\vec{k}' - \vec{k}}{|\vec{k}' - \vec{k}|}, \quad \vec{n} = [\vec{\ell} \vec{m}] = \frac{[\vec{k} \vec{k}']}{|[\vec{k} \vec{k}']|}$$

построена из единичных векторов направлений импульсов в начальном ($\vec{k} = p/|p|$) и конечном ($\vec{k}' = p'/|p'|$) состояниях. Так как при $\theta = 0^0$

$$u(0) - v(0) = g(0) + h(0) \quad \text{и} \quad c(0) = 0.$$

амплитуда (7) обращается в

$$M(\vec{k}', \vec{k}) = u(0) + v(0) + [u(0) - v(0)](\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2) + 2h(0)(\vec{\sigma}_1 \vec{k})(\vec{\sigma}_2 \vec{k}). \quad (8)$$

Для полного сечения взаимодействия поляризованного пучка (поляризация \vec{P}_1 с поляризованной мишенью (поляризация \vec{P}_2) имеем

$$\sigma_{P_1 P_2}^{tot} = \sigma_{0 tot} + \sigma_{1 tot}(\vec{P}_1 \vec{P}_2) + \sigma_{2 tot}(\vec{P}_1 \vec{k})(\vec{P}_2 \vec{k}), \quad (9)$$

^{x/} Сингулярное кулоновское взаимодействие не учитывается, так что обсуждаемая процедура восстановления непосредственно применима лишь к п - p системе.

где $\sigma_{0 \text{ tot}}$ — полное сечение взаимодействия неполяризованных частиц, а, как показано в [4],

$$\sigma_{1 \text{ tot}} = \frac{1}{4} (\sigma_{0 \text{ tot}}^t - \sigma_{\text{tot}}^s); \quad \sigma_{2 \text{ tot}} = \frac{1}{2} (\sigma_{+ \text{ tot}}^t - \sigma_{0 \text{ tot}}^t), \quad (10)$$

σ_{tot}^s — сечение взаимодействия из синглетных, а σ_m^t — из триплетных состояний с проекциями $m = +1, 0$ на направление падающего пучка.

В силу унитарности S -матрицы

$$\text{Im} [(u(0) + v(0))] = \frac{k}{4\pi} \sigma_{0 \text{ tot}},$$

$$2 \text{Im} h(0) = \frac{k}{4\pi} \sigma_{2 \text{ tot}}. \quad (11)$$

$$\text{Im} [u(0) - v(0)] = \frac{k}{4\pi} \sigma_{1 \text{ tot}},$$

и мнимые части амплитуд $u(0)$, $v(0)$ и $h(0)$ восстанавливаются по измерениям полных сечений $\sigma_{0 \text{ tot}}$, $\sigma_{1 \text{ tot}}$ и $\sigma_{2 \text{ tot}}$. Модули действительных частей этих амплитуд можно получить из выражений

$$8 |u|^2 = \sigma_0 (1 + K_{nn} + D_{nn} + C_{nn}), \quad (12)$$

$$8 |v|^2 = \sigma_0 (1 - K_{nn} + D_{nn} - C_{nn}),$$

$$8 |h|^2 = \sigma_0 (1 - K_{nn} - D_{nn} + C_{nn}).$$

Так как при $\theta = 0^\circ$ $C_{mm} = C_{nn}$, $K_{mm} = K_{nn}$, $D_{mm} = D_{nn}$, для определения знаков действительных частей амплитуд можно использовать соотношения

$$\text{Re } u \text{ Re } v = \frac{\sigma_0}{8} (D_{\ell\ell} + D_{nn}) - \text{Im } u \text{ Im } v,$$

$$\text{Re } v \text{ Re } h = \frac{\sigma_0}{8} (K_{\ell\ell} - K_{nn}) - \text{Im } v \text{ Im } h, \quad (13)$$

$$\text{Re } u \text{ Re } h = \frac{\sigma_0}{8} (C_{\ell\ell} - C_{nn}) - \text{Im } u \text{ Im } h$$

$$\operatorname{Im} u \operatorname{Re} h - \operatorname{Im} h \operatorname{Re} u = \frac{\sigma_0}{4} M_{\text{н}}^+ \ell_m$$

$$\operatorname{Im} u \operatorname{Re} v - \operatorname{Im} v \operatorname{Re} u = \frac{\sigma_0}{4} M_{\text{н}}^- \ell_m \quad (13')$$

$$\operatorname{Im} h \operatorname{Re} v - \operatorname{Im} v \operatorname{Re} h = -\frac{\sigma_0}{4} M_{\text{н}}^+ \ell_m$$

Величины $M_{\text{н}}^{\pm}$ характеризуют изменение поляризации при взаимодействии поляризованного пучка с поляризованной мишенью. Они обсуждаются в [2].

Для восстановления

$$d(0) = \lim_{\theta \rightarrow 0^0} c(\theta) / \sin \theta = \lim_{\theta \rightarrow 0^0} d(\theta)$$

воспользуемся соотношениями

$$\sigma_0 P_{\text{н}} = 4 \operatorname{Re}(cu^*) = 4 \sin \theta \operatorname{Re}(du^*), \quad (14)$$

$$\sigma_0 C_{\text{н}} = -4 \operatorname{Im}(ch^*) = -4 \sin \theta \operatorname{Im}(du^*),$$

с помощью которых и (12) нетрудно получить, что

$$\operatorname{Im} d(0) = 2 \frac{P_0 / \sin \theta \big|_{\theta=0^0} \operatorname{Im} u - C_{\text{н}} \ell_m / \sin \theta \big|_{\theta=0^0} \operatorname{Re} u}{1 + K_{\text{нн}} + D_{\text{нн}} + C_{\text{нн}}}, \quad (15)$$

$$\operatorname{Re} d(0) = 2 \frac{P_0 / \sin \theta \big|_{\theta=0^0} \operatorname{Re} u + C_{\text{н}} \ell_m / \sin \theta \big|_{\theta=0^0} \operatorname{Im} u}{1 + K_{\text{нн}} + D_{\text{нн}} + C_{\text{нн}}}.$$

3. Интересное положение имеется для нуклонного комптон-эффекта, амплитуда которого

$$\begin{aligned}
M(\vec{k}', \vec{k}) = & R_1 (\vec{e}' \vec{e}) + R_2 (\vec{s}' \vec{s}) + i R_3 (\vec{\sigma} [\vec{e}' \vec{e}]) + i R_4 (\vec{\sigma} [\vec{s}' \vec{s}]) \\
& + i R_5 [(\vec{\sigma} \vec{k})(\vec{s}' \vec{e}) - (\vec{\sigma} \vec{k}')(\vec{s} \vec{e}')] + i R_6 [(\vec{\sigma} \vec{k}')(\vec{s}' \vec{e}) - (\vec{\sigma} \vec{k})(\vec{s} \vec{e}')] \quad (16)
\end{aligned}$$

($\vec{s} = [\vec{k} \vec{e}]$, $\vec{s}' = [\vec{k}' \vec{e}'$], а \vec{e}, \vec{k} и \vec{e}', \vec{k}' - векторы поляризации и единичные векторы вдоль направлений импульсов фотонов до и после рассеяния) содержит 8 скалярных амплитуд. Эффективно эти амплитуды можно рассматривать как действительные, поскольку (в e^2 -приближении) мнимые части функций R_i даются парциальными сечениями фоторождения пионов.

В последние годы большей частью с экспериментом сравниваются результаты основанного на дисперсионных соотношениях анализа^{/5/}, в котором, помимо общих, содержатся и частные предположения об эффективно работающих состояниях. При этом оказывается возможным восстановить все амплитуды R_i , однако точность подобного анализа падает с ростом угла рассеяния, а сам анализ становится все более затруднительным при переходе к более высоким энергиям, где не имеется достаточно надежных данных об анализе фоторождения пионов. Лучшее других определяется сумма амплитуд $(R_1 + R_2)_{\theta=0}$, поскольку для их восстановления (под углом 0°) требуется лишь измерение полных сечений фоторождения. Мнимые части амплитуд R_i определяются более надежно, чем их действительные части.

В этих условиях может оказаться бесполезной попытка проведения восстановления амплитуд нуклонного комптон-эффекта (или части из них) по экспериментальным данным. Для произвольного угла рассеяния оказывается необходимым проведение измерений поляризационных эффектов с неполяризованными и поляризованными фотонами^{/6/}, и мы не будем сейчас рассматривать эту задачу.

Если ограничиться рассеянием вперед, то обычную амплитуду нуклонного комптон-эффекта на угол 0°

$$M(\vec{k}, \vec{k}) = (R_1 + R_2)_0 (\vec{e}' \vec{e}) + i (\vec{\sigma} [\vec{e}' \vec{e}]) [R_3 + R_4 + 2(R_5 + R_6)]_0 \quad (17)$$

можно, например, с помощью формул (6)-(9) работы /6/ привести к виду

$$T(\vec{k}, \vec{k}) = (R_1 + R_2)_0 + [R_3 + R_4 + 2(R_5 + R_6)]_0 (\vec{\sigma}_k)(\vec{\sigma}_y \vec{k}), \quad (18)$$

где $\vec{\sigma}$ - матрицы Паули для нуклонов, а $\vec{\sigma}_y$ - то же для y -квантов. Выражению для амплитуды (18) соответствует выражение для полного сечения взаимодействия поляризованных y -квантов ($P_y k$) $\rightarrow P_z \neq 0$ соответствует круговой поляризации фотона) с поляризованными (поляризация \vec{P}_2) нуклонами:

$$\sigma_{P_z P_2}^{tot} = \sigma_{0 tot} + \sigma_{2 tot} (\vec{P}_2 \vec{k})(\vec{P}_y \vec{k}). \quad (19)$$

где $\sigma_{0 tot}$ - сечение взаимодействия неполяризованных частиц, а для определения $\sigma_{2 tot}$ достаточно при данной круговой поляризации y -квантов измерить полное сечение для двух направлений продольной поляризации нуклонов. Таким образом, для рассеяния вперед

$$\text{Im} (R_1 + R_2)_0 = \frac{k}{4\pi} \sigma_{0 tot}, \quad (20)$$

$$\text{Im} [R_3 + R_4 + 2(R_5 + R_6)]_0 = -\frac{k}{4\pi} \sigma_{2 tot},$$

а действительные части амплитуд $(R_1 + R_2)_0$ и $[R_3 + R_4 + 2(R_5 + R_6)]_0$ могут быть определены по сечению рассеяния неполяризованных и поляризованных y -квантов на нуклонах.

В (19) и (20) для нуклонного комитон-эффекта σ^{tot} сводится (в e^2 -приближении) к сечению фоторождения пионов. Измерения полных сечений фоторождения мезонов поляризованными y -квантами на поляризованных нуклонах и определение $\sigma_{2 tot}$ в широкой области энергий увеличит надежность предсказаний дисперсионных соотношений для действительной части амплитуды $[R_3 + R_4 + 2(R_5 + R_6)]_0$.

Экстраполяция к $\theta = 0^\circ$ измерений поляризации протонов P_0 (асимметрии в сечении рассеяния неполяризованных γ -квантов поляризованными протонами) дает еще одну комбинацию амплитуд, т.к.

$$\frac{2 \sigma_0 P_0}{\sin \theta} \Big|_{\theta=0^\circ} = 2 \operatorname{Im} [(R_3 + R_4)(R_1 + R_2)^*]. \quad (21)$$

Асимметрия в сечении рассеяния поляризованных фотонов неполяризованными нуклонами пропорциональна

$$(|R_1|^2 + |R_4|^2 - |R_2|^2 - |R_3|^2) \sin^2 \theta \cos 2\phi. \quad (22)$$

Измерение этих (и других) величин сделает возможным экспериментальное определение всех амплитуд R_i и проведение более глубокого сравнения с дисперсионными соотношениями. Важно было бы провести такое сравнение для отдельных амплитуд.

Ниже порога фоторождения пионов, где все R_i действительны (и P_0 обращается в нуль), точные измерения и определение амплитуд R_i интересны с точки зрения перекрестной симметрии, требования которой приводят к определенным свойствам симметрии R_i как функций энергии.

Формула (19) справедлива для процессов взаимодействия γ -квантов с любыми ядрами со спином $1/2$. Для атомных ядер полное сечение сводится к сечению фотоядерных процессов. Экспериментальное определение $\sigma_{2 \text{ tot}}$ в этом случае поможет уточнению феноменологического анализа фотоядерных реакций.

Автор благодарен С.М.Биленькому, Ю.М.Казаринову, Р.М.Рындину, А.Н.Тавхелидзе и И.В.Чувилу за полезные обсуждения.

Л и т е р а т у р а

1. С.М.Биленький, Р.М.Рындин. ЯФ, 4, 648 (1968).
2. С.М.Биленький, Л.И.Липидус, Р.М.Рындин. ЖЭТФ, 51, 931 (1966).
49, 1653 (1965).

3. С.М.Биленький, Д.И.Лалидус, Р.М.Рындян. УФН, 34, 243 (1964). ✓
4. С.М.Биленький, Р.М.Рындян. Phys. Letters, 6, 217 (1963).
5. См., например, Д.И.Лалидус, Чжоу Гуан-чжао. ЖЭТФ, 41, 1546 (1961). ✓
(В ^{/5/} и в ^{/3/} содержатся ссылки на имеющуюся литературу).
6. Д.И.Лалидус, Чжоу Гуан-чжао. ЖЭТФ, 38, 201 (1960). ✓

Рукопись поступила в издательский отдел

7 июня 1967 года.