ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 3371

А.А. Хелашвили

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОБ УРАВНЕНИЯХ ДЛЯ АМПЛИТУД РАССЕЯНИЯ В КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ ТРЕХ ЧАСТИЦ

1967.

5205/1 пр.

P2 - 3371

А.А. Хелашвили *

ОБ УРАВНЕНИЯХ ДЛЯ АМПЛИТУД РАССЕЯНИЯ В КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ ТРЕХ ЧАСТИЦ

* Тбилисский государственный университет.

В последнее время квантово-механическая задача трех частиц привлекает огромный интерес в связи с замечательными работами Л.Д.Фаддеева [1]. В работах получены математически корректные интегральные уравнения для всех процессов в системе трех частиц. Однако следует заметить, что операторы перехода $M_{\alpha\beta}(s)$, определенные в работах [1], обладают некоторым неудобством, поскольку с амплитудами рассеяния они связаны довольно сложным образом. Более простое определение операторов перехода имеется у Лавлеса [2], однако, и оно не лишено некоторого неудобства, поскольку в соответствующих уравнениях явно фигурируют двухчастичные потенциалы. Кроме того, операторы Лавлеса в некоторой мере несимметричны, в результате чего появляются дополнительные осложнения.

Ниже мы введем новые операторы, которые более симметричны и при всей простоте связи с амплитудами рассеяния удовлетворяют уравнениям, в которых уже не фигурируют явно двухчастичные потенциалы. По существу вид этих операторов угадал уже Лавлес [2], когда он рассматривал факторизующее приближение для задачи рассеяния на связанном состоянии. Однако ниже мы выясним, что на языке новых операторов можно описать все процессы в системе трех частиц.

Уравнения, которым удовлетворяют новые операторы, весьма удобны для получения одномерных интегральных уравнений для амплитуд рассеяния. Выясняется, что широкий класс трехчастичных процессов можно описать с помощью двухчастичных многоканальных уравнений Липмана-Швингера с некоторыми эффективными потенциалами.

В § 1 вводится определение операторов перехода и выводятся уравнения для них. В § 2 рассматриваются вопросы получения одномерных интегральных уравнений для амплитуд разных процессов в системе трех частиц.

§ 1. Операторы перехода

Трехчастичные уравнения должны описать множество разных процессов – рассеяние на связанном состоянии двух частиц, дезинтеграцию связанного состояния, рассеяние с перераспределением частиц, рассеяние трех частиц и т.д. Для простоты ограничимся рассмотрением парных взаимодействий, хотя все результаты легко обобщаются на случай трехчастичных потенциалов. Полный гамильтониан системы имеет вид

$$H = H_0 + V_1 + V_2 + V_3 , \tag{1}$$

где, например, V_1 означает потенциал взаимодействия между парой частиц (2,3) и т.д. Ведем гамильтонианы разных подсистем

$$H_\alpha = H_0 + V_\alpha \tag{2}$$

$$\alpha = 0,1,2,3 ; \qquad V_0 \equiv 0 .$$

В связи с этим имеем несколько функций Грина:

$$G(s) = (H - s)^{-1} \tag{3}$$

и

$$G_\alpha(s) = (H_\alpha - s)^{-1} , \qquad \alpha = 0,1,2,3 \tag{4}$$

Мы допускаем, что асимптотические состояния системы в отдаленном прошлом и отдаленном будущем описываются парциальными гамильтонианами H_α ($\alpha = 0,1,2,3$). По существу мы имеем дело с многоканальной задачей рассеяния в системе трех частиц. Согласно Экштейну[3], невозможно ввести один оператор рассеяния s, матричные элементы которого давали бы амплитуды рассеяния для любого процесса. В системе трех частиц существует четыре парциальных гамильтониана H_α. Поэтому мы должны определить, по крайней мере, 16 операторов перехода для описания всех трехчастичных процессов.

Лавлес[2] определяет два класса операторов перехода из начального состояния, описываемого гамильтонианом H_α, в конечное состояние, описываемое гамильтонианом H_β. Они обозначаются через $U^{(\pm)}_{\beta\alpha}(s)$ и связаны с $G(s)$ следующим образом:

$$G(s) = G_\beta(s) - G_\beta(s)\, U^{(+)}_{\beta\alpha}(s)\, G_\alpha(s) = \tag{5}$$

$$= G_\alpha(s) - G_\beta(s)\, U^{(-)}_{\beta\alpha}(s)\, G_\alpha(s) . \tag{6}$$

Если воспользоваться резольвентными уравнениями для функции $G(s)$, получаем уравнения для операторов перехода $U^{(\pm)}_{\beta\alpha}$:

$$U^{(+)}_{\beta\alpha}(s) = \sum_\gamma (1 - \delta_{\beta\gamma}) V_\gamma - \sum_\delta (1 - \delta_{\alpha\delta}) U^{(+)}_{\beta\delta}(s) G_0(s) T_\delta(s) \tag{7}$$

и

$$U^{(-)}_{\beta\alpha}(s) = \sum_\delta (1 - \delta_{\alpha\delta}) V_\delta - \sum_\gamma (1 - \delta_{\beta\gamma}) T_\gamma(s) G_0(s) U^{(-)}_{\gamma\alpha}(s) , \tag{8}$$

где $T_\alpha(s)$ – двухчастичные операторы перехода в подсистеме. Как видно отсюда, в уравнения в явном виде входят двухчастичные потенциалы V_α. Кроме того, операторы $U^{(+)}_{\beta\alpha}$ и $U^{(-)}_{\beta\alpha}$ отличаются друг от друга, хотя на энергетической поверхности они ведут к одинаковым результатам [2].

Целесообразно ввести более симметричное определение операторов перехода, а именно:

$$G(s) = \delta_{\beta\alpha} G_\alpha(s) - G_\beta(s) A_{\beta\alpha}(s) G_\alpha(s). \tag{9}$$

Нетрудно убедиться, что матричные элементы $A_{\beta\alpha}(s)$ операторов непосредственно связаны с амплитудами рассеяния. В самом деле, амплитуда рассеяния из начального состояния α в конечное состояние β определяется следующим образом [3,4]:

$$(\Psi^{(-)}_\beta, \Psi^{(+)}_\alpha) = \lim_{\epsilon\to 0}(\Psi^{(-)}_\beta, (-i\epsilon) G(F_\alpha + i\epsilon)\Phi_\alpha), \qquad (\alpha, \beta = 0,1,2,3) \tag{10}$$

где

$$\Psi^{(-)}_\beta = \Omega^\beta_- \Phi_\beta = \lim_{t\to+\infty} e^{iHt} e^{-iH_\beta t} P_\beta \Phi_\beta, \tag{11}$$

а P_β –оператор проекции на состояния непрерывного спектра гамильтониана H_β.

Если воспользоваться определением (9), все амплитуды рассеяния можно выразить через матричные элементы операторов $A_{\beta\alpha}(s)$. Например, амплитуда рассеяния на связанном состоянии $\Phi_{\alpha m}$, в результате которого получается связанная система βn и свободная частица β, равна

$$(\Psi^{(-)}_{\beta n}, \Psi^{(+)}_{\alpha m}) = \delta_{\beta\alpha}\delta_{nm} - 2\pi i\,\delta(E_{\beta n} - E_{\alpha m})(\Phi_{\beta n}, A_{\beta\alpha}(F_{\alpha m} + i\epsilon)\Phi_{\alpha m}). \tag{12}$$

Амплитуда дезинтеграции связанного состояния равна:

$$(\Psi^{(-)}_0, \Psi^{(+)}_\alpha) = -2\pi i\,\delta(F_0 - F_{\alpha m})(\Phi_0, A_{0\alpha}(F_{\alpha m} + i\epsilon)\Phi_{\alpha m}). \tag{13}$$

Амплитуда рассеяния трех частиц равна

$$(\Psi'^{(-)}_0, \Psi^{(+)}_0) = 1 - 2\pi i\,\delta(F'_0 - F_0)(\Phi'_0, A_{00}(F_0 + i\epsilon)\Phi_0), \tag{14}$$

и т.д. Таким образом, на языке $A_{\beta\alpha}(s)$ операторов можно сформулировать все задачи с участием трех частиц.

Пользуясь резольвентными уравнениями для функции $G(s)$, получаем уравнения, которым удовлетворяют операторы $A_{\beta\alpha}(s)$:

$$A_{\beta\alpha}(s) = -(1 - \delta_{\beta\alpha})G_0^{-1}(s) - \sum_\delta (1 - \delta_{\alpha\beta}) A_{\beta\delta}(s) G_0(s) T_\delta(s) \tag{15}$$

или

$$A_{\beta\alpha}(s) = -(1 - \delta_{\beta\alpha})G_0^{-1}(s) - \sum_\gamma (1 - \delta_{\beta\gamma}) T_\gamma(s) G_0(s) A_{\gamma\alpha}(s). \tag{16}$$

Мы видим, что уравнения для $A_{\beta\alpha}(s)$ операторов больше не содержат в явном виде двухчастичные потенциалы. Кроме того, ядра этих уравнений совпадают с ядрами исходных уравнений Фаддеева [1], поэтому не теряются положительные стороны последних. В частности, квадраты ядер являются операторами Гильберта–Шмидта [2]. Отметим, наконец, что связь наших операторов с операторами $U^{(\pm)}_{\beta\alpha}$ имеет вид

$$A_{\beta\alpha}(s) = U^{(+)}_{\beta\alpha}(s) - (1-\delta_{\beta\alpha})G^{-1}_{\alpha}(s) =$$

$$= U^{(-)}_{\beta\alpha}(s) - (1-\delta_{\beta\alpha})G^{-1}_{\beta}(s). \tag{17}$$

§2. Уравнения для амплитуд рассеяния

Уравнения (15)-(16), как и все другие трехчастичные уравнения, представляют собой двумерные интегральные уравнения, что в значительной степени затрудняет работу с ними. Поэтому естественно выбирать двухчастичные амплитуды в таком приближенном виде, который позволит свести уравнения к одномерным интегральным уравнениям. Это достигается когда двухчастичные амплитуды берутся в факторизующем виде [2], т.е. когда в двухчастичных амплитудах начальный и конечный импульсы разделены, что, в свою очередь, имеет место только для факторирующихся двухчастичных потенциалов. Однако такой подход нельзя считать полностью удовлетворительным для локальных (нефакторизующих) потенциалов. Мы ниже покажем, что можно получить одномерные интегральные уравнения и в общем случае, если учесть, что для реальных потенциалов амплитуду рассеяния всегда можно представить в виде суммы двух частей, одна из которых факторизуется [5]:

$$T(s) = T^{f}(s) + R(s), \tag{18}$$

где $T^{f}(s)$ –факторизующаяся часть.

Постараемся сформулировать задачу трех частиц таким образом, чтобы это разбиение фигурировало в явном виде. Для этого перепишем, например, уравнение (15) в удобной матричной форме:

$$A = \phi - AK, \tag{19}$$

где

$$\phi_{\beta\alpha} = -(1-\delta_{\beta\alpha})G_0^{-1}, \qquad K_{\beta\alpha} = (1-\delta_{\beta\alpha})G_0 T_\beta = -G_0 T_\beta G_0 \phi_{\beta\alpha}. \tag{20}$$

Тогда, согласно (18), уравнение (19) перепишется в виде

$$A = \phi - AK^{f} - AK^{R}. \tag{21}$$

Рассмотрим вспомогательное уравнение с ядром K^R :

$$B = \phi - BK^{R}. \tag{22}$$

Умножим слева это уравнение на оператор $(I - AK^{f}\phi^{-1})$:

$$(I - AK^{f}\phi^{-1})B = \phi - AK^{f} - (I - AK^{f}\phi^{-1})BK^{R}.$$

Из сравнения этого уравнения с (21) заключаем, что

$$A = (I - AK^{f}\phi^{-1})B$$

или

$$A_{\beta\alpha} = B_{\beta\alpha} - \sum_{\delta,\sigma} A_{\beta\delta}(K^{f}\phi^{-1})_{\delta\sigma} B_{\sigma\alpha}.$$

Но, согласно (20),

$$(K^{f}\phi^{-1})_{\delta\sigma} = -G_0 T^{f} G_0 \sum_{\gamma} \phi_{\delta\gamma}\phi^{-1}_{\gamma\sigma} = -G_0 T^{f}_{\delta} G_0 \delta_{\delta\sigma}.$$

Поэтому окончательно получаем уравнение для $A_{\beta\alpha}(s)$:

$$A_{\beta\alpha}(s) = B_{\beta\alpha}(s) - \sum_{\delta} A_{\beta\delta}(s) G_0(s) T^f_{\delta}(s) G_0(s) B_{\delta\alpha}(s). \tag{23}$$

В свою очередь, для $B_{\beta\alpha}(s)$ имеем уравнение (см. (22)):

$$B_{\beta\alpha}(s) = -(1-\delta_{\beta\alpha}) G_0^{-1}(s) - \sum_{\delta} (1-\delta_{\alpha\delta}) B_{\beta\delta}(s) G_0(s) P_{\delta}(s). \tag{24}$$

Аналогично можно получить другую пару уравнений:

$$A_{\beta\alpha}(s) = B_{\beta\alpha}(s) - \sum_{\gamma} B_{\beta\gamma}(s) G_0(s) T^f_{\gamma}(s) G_0(s) A_{\gamma\alpha}(s) \tag{23^1}$$

$$B_{\beta\alpha}(s) = -(1-\delta_{\beta\alpha}) G_0^{-1} - \sum_{\gamma} (1-\delta_{\beta\gamma}) P_{\gamma}(s) G_0(s) B_{\gamma\alpha}(s). \tag{24}$$

Таким образом, пара уравнений (15) - (16) заменяется уравнениями (23-23^1) и (24-24^1). Операторы $A_{\beta\alpha}(s)$ удовлетворяют теперь уравнениям, в ядрах которых содержится факторизующая часть двухчастичной амплитуды рассеяния. Поэтому интегральные уравнения (23-23^1), по существу, сводятся к одномерным интегральным уравнениям. Операторы $B_{\beta\alpha}(s)$ в этих уравнениях будут играть роль операторов потенциала многоканальной двухчастичной задачи.

Покажем теперь, как можно обобщить результаты работы [2]. Представим двухчастичную амплитуду в виде

$$t(\vec p\,', \vec p; s) = -\sum_n \frac{g_n(\vec p\,')\, g_n^*(\vec p)}{s + E_n} + R(\vec p\,', \vec p; s), \tag{25}$$

где первый член в правой части представляет собой вклад от связанных состояний двух частиц, а R -остальная часть амплитуды, ответственная за рассеяние в двухчастичной подсистеме. Функции $g_n(\vec p)$ определяются следующим образом [2]:

$$g_n(\vec p) = \int d\vec q\; V(\vec p, \vec q)\, \Psi_n(\vec q) = -(p^2/2\eta + E_n)\, \Psi_n(\vec p), \tag{26}$$

где $\Psi_n(\vec p)$ -волновая функция связанного состояния n, а E_n - соответствующая энергия связи. η -приведенная масса двух частиц. Возьмем $t^f(s)$ в виде

$$t^f(\vec p\,', \vec p; s) = -\sum_n \frac{g_n(\vec p\,')\, g_n^*(\vec p)}{s + E_n}. \tag{27}$$

В ядрах уравнений (23-23^1) мы должны брать:

$$t^f_\alpha(\vec p\,'_\alpha, \vec p_\alpha; s - q_\alpha^2/2\mu_\alpha) = -\sum_n \frac{g_{\alpha n}(\vec p\,'_\alpha)\, g^*_{\alpha n}(\vec p_\alpha)}{s - q_\alpha^2/2\mu_\alpha + E_{\alpha n}}, \tag{27^1}$$

где приняты следующие обозначения:

$$\vec p_\alpha = \frac{1}{m_\beta + m_\gamma}\,(m_\gamma \vec K_\beta - m_\beta \vec K_\gamma)$$

есть относительный импульс (β,γ) подсистемы,

$$\vec{q}_\alpha = \frac{1}{m_1+m_2+m_3}\left[m_\alpha (\vec{k}_\beta + \vec{k}_\gamma) - (m_\beta + m_\gamma)\vec{k}_\alpha \right]$$

есть импульс третьей частицы относительно подсистемы. Мы работаем в СЦМ полной системы

$$\vec{P} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 = 0 .$$

Кроме того,

$$\eta_\alpha = \frac{m_\beta m_\gamma}{m_\beta + m_\gamma}, \qquad \mu_\alpha = \frac{m_\alpha (m_\beta + m_\gamma)}{m_1+m_2+m_3} .$$

Введем вспомогательные функции

$$\tilde{\Psi}_{\alpha n}(\vec{p}_\alpha ; s - q_\alpha^2/2\mu_\alpha) = -(p_\alpha^2/2\eta_\alpha + q_\alpha^2/2\mu_\alpha - s)^{-1} g_{\alpha n}(\vec{p}_\alpha) . \tag{28}$$

В случае связанного состояния $(s = q_\alpha^2/2\mu_\alpha - E_{\alpha n})$ имеем

$$\tilde{\Psi}_{\alpha n}(\vec{p}_\alpha ; -E_{\alpha n}) = -(p_\alpha^2/2\eta_\alpha + E_{\alpha n})^{-1} g_{\alpha n}(\vec{p}_\alpha),$$

т.е. на энергетической поверхности $\tilde{\Psi}_{\alpha n}$ совпадает с истинной волновой функцией двухчастичного связанного состояния (см. (26)).

Определим величины

$$\tilde{S}_{\beta m,\alpha n}(\vec{q}\,'_\beta, \vec{q}_\alpha ; s) = \int d\vec{p}\,'_\beta \tilde{\Psi}^*_{\beta m}(\vec{p}_\beta ; s - q'^2_\beta/2\mu_\beta) <$$
$$< \vec{p}\,'_\beta \vec{q}\,'_\beta | A_{\beta\alpha}(s) | \vec{p}_\alpha \vec{q}_\alpha > \tilde{\Psi}_{\alpha n}(\vec{p}_\alpha ; s - q_\alpha^2/2\mu_\alpha)\, d\vec{p}_\alpha$$
$$(\beta \neq 0,\ \alpha \neq 0)$$

Согласно нашим рассуждениям и из (12) заключаем, что $\tilde{S}_{\beta m,\alpha n}$ на энергетической поверхности совпадают с истинными амплитудами рассеяния. Поскольку в уравнениях (23–23[1]) $\delta = 0$ в сумму не дает вклада $(t_0 = 0)$, нетрудно получить уравнения, которым удовлетворяют величины $\tilde{S}_{\beta m,\alpha n}$:

$$\tilde{S}_{\beta m,\alpha n}(\vec{q}\,'_\beta, \vec{q}_\alpha ; s) = \tilde{V}_{\beta m,\alpha n}(\vec{q}\,'_\beta, \vec{q}_\alpha ; s) +$$

$$+ \sum_{\delta r} \int d\vec{q}\,''_\delta\, \tilde{S}_{\beta m,\delta r}(\vec{q}\,'_\beta, \vec{q}\,''_\delta ; s) \frac{\tilde{V}_{\delta r,\alpha n}(\vec{q}\,''_\delta, \vec{q}_\alpha ; s)}{s - q''^2_\delta/2\mu_\delta + E_{\delta r}} =$$

$$= \tilde{V}_{\beta m,\alpha n}(\vec{q}\,'_\beta, \vec{q}_\alpha ; s) +$$

$$+ \sum_{\delta r} \int d\vec{q}\,''_\delta \frac{\tilde{V}_{\beta m,\delta r}(\vec{q}\,'_\beta, \vec{q}\,''_\delta ; s)}{s - q''^2_\delta/2\mu_\delta + E_{\delta r}} \tilde{S}_{\delta r,\alpha n}(\vec{q}\,''_\delta, \vec{q}_\alpha ; s),$$

где роль потенциалов играют величины

$$\tilde{V}_{\beta m,\alpha n}(\vec{q}\,'_\beta, \vec{q}_\alpha ; s) =$$

$$= \int d\vec{p}\,'_\beta \tilde{\Psi}^*_{\beta m}(\vec{p}\,'_\beta ; s - q'^2_\beta/2\mu_\beta) < \vec{p}\,'_\beta \vec{q}\,'_\beta | B_{\beta\alpha}(s) | \vec{p}_\alpha \vec{q}_\alpha > \tilde{\Psi}_{\alpha n}(\vec{p}_\alpha ; s - q_\alpha^2/2\mu_\alpha)\, d\vec{p}_\alpha . \tag{31}$$

Таким образом, мы получаем одномерные интегральные уравнения для элементов матрицы $\tilde{S}_{\beta m,\alpha n}$. Величины $\tilde{V}_{\beta m,\alpha n}$ – матрицы потенциалов, как и в многоканальной двухчастичной задаче. Для нахождения $\tilde{V}_{\beta m,\alpha n}$ мы должны решить уравнения (24) или (24[1]) для $B_{\beta\alpha}$. Из этих уравнений в нулевом приближении по B_δ имеем

$$B^{(0)}_{\beta\alpha}(s) = -(1 - \delta_{\beta\alpha})\, G_0^{-1}(s), \tag{32}$$

Тогда

$$\tilde V_{\beta m,\alpha n}(\vec q'_\beta, \vec q_\alpha; s) =$$

$$= (1-\delta_{\beta\alpha}) \frac{g^*_{\beta m}\left(-\vec q_\alpha - \frac{m_\alpha}{m_\alpha+m_\gamma}\vec q'_\beta\right) g_{\alpha n}\left(\vec q'_\beta + \frac{m_\beta}{m_\alpha+m_\gamma}\vec q_\alpha\right)}{\frac{1}{2\eta_\beta}\left(\vec q_\alpha + \frac{m_\alpha}{m_\alpha+m_\gamma}\vec q'_\beta\right)^2 + q'^2_\beta/2\mu_\beta - s} . \quad (33)$$

Этот результат, как и следовало ожидать, совпадает с результатом Лавлеса[2]. Однако в общем случае по сравнению с подходом Лавлеса сделан существенный шаг. Во–первых, мы можем с помощью уравнений (24–24^{I}) строить приближенные потенциалы в каком угодно порядке $R_\delta(s)$ и тем самым учесть состояния рассеяния в двухчастичных подсистемах, и, во–вторых, мы можем рассматривать задачи с произвольными двухчастичными потенциалами, а не только с факторизующимися потенциалами.

Таким же образом получаются одномерные уравнения для амплитуд дезинтеграции. При этом, если исходить из уравнения (24), получаем уравнения

$$\tilde S_{0,\alpha n}(\vec p', \vec q'; \vec q_\alpha; s) = V_{0,\alpha n}(\vec p', \vec q'; \vec q_\alpha; s) + \quad (34)$$

$$+ \sum_{\gamma r} \int d\vec q''_\gamma\, \tilde S_{0,\gamma r}(\vec p', \vec q', \vec q''_\gamma; s) \frac{\tilde V_{\gamma r,\alpha n}(\vec q''_\gamma, \vec q_\alpha; s)}{s - q''^2_\gamma/2\mu_\gamma + F_{\gamma r}} ,$$

а если исходить из уравнения (24^{I}), получаем

$$\tilde S_{0,\alpha n}(\vec p', \vec q'; \vec q_\alpha; s) = \tilde V_{0,\alpha n}(\vec p', \vec q'; \vec q_\alpha; s) +$$

$$+ \sum_{\gamma r} \int d\vec q''_\gamma \frac{\tilde V_{0,\gamma r}(\vec p', \vec q'; \vec q''_\gamma, s)}{s - q''^2_\gamma/2\mu_\gamma + F_{\gamma r}} \tilde S_{\gamma r,\alpha n}(\vec q''_\gamma, \vec q_\alpha, s) .$$

Поскольку $\gamma = 0$ не дает вклада в сумму, (35) не есть уже уравнение для амплитуды дезинтеграции $\tilde S_{0,\alpha n}$. Если известны все $\tilde S_{\gamma r,\alpha n}$, то мы можем с помощью (35) вычислить $\tilde S_{0,\alpha n}$. В этих уравнениях

$$\tilde S_{0,\alpha n}(\vec p', \vec q'; \vec q_\alpha; s) = \int d\vec p_\alpha \langle \vec p' \vec q' | A_{0\alpha}(s) | \vec p_\alpha \vec q_\alpha \rangle \tilde\Psi_{\alpha n}(\vec p_\alpha; s - q_\alpha^2/2\mu_\alpha) \quad (36)$$

$$\tilde V_{0,\alpha n}(\vec p', \vec q'; \vec q_\alpha; s) = \int d\vec p_\alpha \langle \vec p' \vec q' | B_{0\alpha}(s) | \vec p_\alpha \vec q_\alpha \rangle \tilde\Psi_{\alpha n}(\vec p_\alpha; s - q_\alpha^2/2\mu_\alpha). \quad (37)$$

Аналогично, матрица рассеяния трех частиц выражается через матрицы рассеяния перечисленных выше эффектов:

$$\langle \vec p' \vec q' | A_{00}(s) | \vec p \vec q \rangle = \langle \vec p' \vec q' | B_{00}(s) | \vec p \vec q \rangle +$$

$$+ \sum_{\gamma r} \int d\vec q''_\gamma \frac{\tilde S_{0\gamma r}(\vec p', \vec q'; \vec q''_\gamma; s)\, \tilde V_{\gamma r,0}(\vec q''_\gamma; \vec p, \vec q; s)}{s - q''^2_\gamma/2\mu_\gamma + F_{\gamma r}} . \quad (38)$$

Таким же образом можно показать, что все другие задачи в системе трех частиц могут быть рассмотрены на основе одномерных интегральных уравнений Липмана-Швингера с некоторыми эффективными потенциалами. Построение эффективных потенциалов представляет самостоятельную задачу - мы должны решить уравнения типа Фаддеева, ядра которых содержат часть полной двухчастичной амплитуды, ответственную за рассеяние в двухчастичной подсистеме. Мы можем пользоваться разными приближенными представлениями $R_{\delta}(s)$ и строить эффективные потенциалы с помощью уравнений (24). Таким путем мы имеем возможность получения следующих приближений к потенциалу (32) и более точного учета двухчастичной динамики.

Отметим, наконец, что можно выбрать разбиение (18) в форме Нойеса /6/ и Ковальского /7/. В такой форме выделяется факторизующая часть, которая доминирует в полной амплитуде в достаточно широком интервале изменения переменных (а не только при энергиях связанных состояний). Таким образом получаются одномерные интегральные уравнения для некоторых величин, которые потом можно связывать с амплитудами рассеяния. В таком подходе малость R_{δ} обеспечивает применимость методов теории возмущений для построения эффективных потенциалов. Нам кажется особенно интересным использование полученных уравнений для исследования аналитических свойств трехчастичных амплитуд в плоскости полного момента количества движения.

В заключение автор приносит благодарность профессорам А.А.Логунову, А.Н.Тавхелидзе, Нгуен Ван Хьеу, а также М.А.Мествиришвили и Ф.Г. Ткебучаве за полезные обсуждения.

Литература

1. Л.Д.Фаддеев, ЖЭТФ, 39, 1459 (1960); Л.Д.Фаддеев, ДАН СССР, 138, 565 (1961) 145, 301 (1962); Л.Д.Фаддеев, Труды мат. института им. Стеклова, № 69 (1963).
2. C. Lovelace, Scottish Universities Summer School Edinburgh p.437(1963). C.Lovelace, Phys.Rev 135, B1225 (1964)
3. H.Ekstein. Phys.Rev 101, 880 (1956)
4. T.F.Jordan, Journ. Math. Phys. 3, 429 (1962).
5. K.L.Kowalski. Phys.Rev. 144, 1239 (1966)

6. H.P.Noyes. Phys.Rev.Lett 15, 538 (1965)
7. K.L.Kowalski, Phys.Rev.Lett 15, 798 (1965)

Рукопись поступила в издательский отдел
1 июня 1967 года.

Примечание при корректуре. Когда эта работа была выполнена и сдана в печать, автор познакомился с препринтом E.O.Alt, P.Grassberger, W.Sandhas, Universitat Bonn, Physikalisches Institute, XI, 1966, в котором получены аналогичные уравнения. Следует, однако, отметить, что авторы этой работы применяют новые операторы для описания только таких процессов, когда в начальном состоянии обязательно имеется связанное состояние двух частиц.