ЯФ, 1967, т. 6, в. 5, с. 1070-1072

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 3244

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

А.В. Ефремов, В.В. Степанов

АЛГЕБРА ПЛОТНОСТЕЙ И ФОРМФАКТОРЫ

1967.

Р2 - 3244

А.В. Ефремов, В.В. Степанов*

АЛГЕБРА ПЛОТНОСТЕЙ И ФОРМФАКТОРЫ

Направлено в ЯФ

* Днепропетровский государственный университет.

Пристальное внимание в последнее время привлекает к себе алгебра плотностей токов [1]. В ней содержится гораздо больше информации, чем в обычной алгебре зарядов, что позволяет получить правила сумм для ненулевых передач импульсов и ненулевых масс [2]. Одним из примеров таких правил сумм является корректный вывод соотношения Кабиббо–Радикати, приведенный в работе [3]. Кроме того, в рамках предположения о насыщении низшими резонансными состояниями правил сумм, полученных дифференцированием по t (квадрату передачи импульса) при $t = 0$ общего правила сумм при произвольном t, удается доказать все результаты коллинеарной группы $U(6)$ [4,5]. Однако трудно ожидать, что предположение о насыщении будет хорошо работать в сколько-нибудь широкой области передач импульса. Действительно, ограничение низшими резонансными состояниями в левой части типичного правила сумм

$$\int t_{ab}(s', t, k^2, q^2)\, ds' = f_{abc} F^{c}(t), \tag{1}$$

(где t_{ab} – мнимая часть амплитуды рассеяния вперед векторных "частиц – токов" с массами k^2 и q^2 и изотопическими, (или унитарными, индексами a и b, а $F^{c}(t)$ – формфактор) означает ограничение в правой части равенства (1) несколькими низшими парциальными волнами. Это приводит к полиномиальной зависимости формфактора F^{c} от t, что противоречит его аналитическим свойствам.

В этом свете несколько непонятны результаты работ [6,7], где на основе вышеописанных приближений возникает система уравнений для формфакторов с нетривиальным решением. Скорее всего, эти результаты являются следствием использования нековариантной формы алгебры плотностей и специального выбора системы отсчета. Мы покажем, что ковариантная формулировка алгебры токов в рамках предположений работ /6,7/ приводит только к тривиальным решениям, т.е. нормальные формфакторы равны единице, а аномальные – нулю.

Возможность ковариантной формулировки алгебры токов основывается на том факте, что в силу сохранения векторного тока:

$$i \frac{\partial}{\partial x^\mu}\{[J^V_{\mu,a}(x), J^{V,A}_{\nu,b}(y)]\theta(x^0 - y^0)\} = i[J^V_{0,a}(x), J^{V,A}_{\nu,b}(y)]\delta(x^0 - y^0) .$$

Правая часть этого равенства представляет одновременной коммутатор токов, который равен:

$$f_{abc} J^{V,A}_{\nu,c}(x)\,\delta^{(4)}(x - y) \quad + \quad \text{Шв. чл.}$$

Для того, чтобы избавиться от швингеровских /8/ (точнее, гато-имамуровских /9/) членов, мы произведем антисимметризацию по изотопическим индексам и симметризацию по аргументам $x \leftrightarrow y$. Кроме уничтожения швингеровских членов, такая процедура выполняет еще одну важную функцию. Дело в том, что антисимметрия

$$[J_{0,a}(\vec{x},t), J_{0,b}(\vec{y},t)]$$

зиждется на обращении в нуль этого коммутотора при $\vec{x} \neq \vec{y}$ и явной антисимметрии при $\vec{x} = \vec{y}$. Однако после разложения произведения токов по промежуточным состояниям и обрезания этого ряда на конечном числе состояний мы не можем гарантировать обращение в нуль коммутатора для $\vec{x} \neq \vec{y}$, а значит, и антисимметрии по a, b. Следовательно, ее необходимо вводить "насильственно".

Таким образом, ковариантная форма алгебры токов имеет вид:

$$S_{x \leftrightarrow y} A_{a \leftrightarrow b} \frac{\partial}{\partial x^\mu}\{[J^V_{\mu,a}(x), J^{V,A}_{\nu,b}(y)]\theta(x^0 - y^0)\} = i f_{abc} J^{V,A}_c(x)\delta^{(4)}(x-y).$$

Обычный переход к импульсному представлению дает:

$$S_{k \leftrightarrow q} A_{a \leftrightarrow b} k_\mu T^{ab}_{\mu\nu}(p, p', k, q) = f_{abc} \langle f, \vec{p}\,' | J_c(0) | i, \vec{p} \rangle , \qquad (2)$$

где $p - p' + k + q = 0$, а

$$(2\pi)^4 \delta(p - p' + k + q) T^{ab}_{\mu\nu}(p, p', k, q) = \qquad (3)$$

$$= i \int d^4x\, d^4y\, e^{-i(kx+qy)} \langle \vec{p}\,'; f | [J^V_{\mu,a}(x), J^{V,A}_{\nu,b}(y)]\theta(x^0 - y^0) | i, \vec{p} \rangle .$$

Если в качестве начального и конечного состояний в выражениях (2) и (3) взять π – мезоны с зарядами Q и Q' и ограничиться в амплитуде $T^{ab}_{\mu\nu}(p, p', k, q)$ только полюсными членами, что соответствует одночастичным промежуточным состояниям, то подставляя

$$\langle \vec{p}, Q' | J^V_{\mu,a}(0) | \vec{p}, Q \rangle = T^a_{Q'Q} \frac{(p + p')_\mu}{(2\pi)^3 \sqrt{4 p_0 p_0'}} F_\pi [(p - p')^2],$$

где $T^a_{Q'Q}$ – изотопические матрицы триплета, немедленно находим уравнение

$$F_\pi(k^2) F_\pi(q^2) = F_\pi[(q + k)^2] ,$$

единственным решением которого будет

$$F_\pi(k^2) = 1 .$$

Аналогичная процедура с нуклонами в качестве начального, конечного и промежуточного состояний приводит к следующим уравнениям:

$$F_1(k^2) F_1(q^2) = F_1[(k + q)^2] ;$$

$$F_1(k^2) F_2(q^2) = 2 F_2[(k + q)^2] ; \qquad (4)$$

$$G_1(k^2) F_1(q^2) + G_1(q^2) F_1(k^2) = 2 G_1[(k + q)^2] ;$$

$$G_2(k^2) F_1(q^2) = 2 G_2[(k + q)^2] ;$$

при этом, как обычно,

$$\langle \vec{p}\,' | J^V_{\mu,a}(0) | \vec{p} \rangle = \frac{\tau^a}{(2\pi)^3} \bar{U}(\vec{p}\,')\{\gamma_\mu F_1[(p - p')^2] + \sigma_{\mu\nu} \frac{(p - p')_\nu}{2M} F_2[(p - p')^2]\} U(\vec{p}) ;$$

$$\langle p'|J^A_{\mu,a}(0)|\vec{p}\rangle = \frac{r^a}{(2\pi)^3}\bar{U}(\vec{p}')\{\gamma_\mu\gamma_5 G_1[(p-p')^2]+\sigma_{\mu\nu}\gamma_5\frac{(p-p')_\nu}{2M}G_2[(p-p')^2]\}U(\vec{p}).$$

Снова единственным решением системы (4) будет только тривиальное

$$G_1(q^2) = F_1(q^2) = 1;$$

$$F_2(q^2) = G_2(q^2) = 0.$$

Нетрудно видеть, что подобные результаты получаются и для октета псевдоскалярных мезонов (или октета барионов) группы $SU(3)$.

В заключение отметим, что вывод об исчезновении аномальных магнитных моментов в случае ограничения в промежуточном состоянии тем же мультиплетом (супермультиплетом), что в начальном и конечном, совпадает с результатами работы /10/.

Авторы считают своим приятным долгом поблагодарить Н.Н. Боголюбова, В.Г. Кадышевского и И.Т. Тодорова за обсуждение результатов.

Литература

1. M.Gell-Mann, Phys.Rev., 125, 1067 (1962).
2. S.Fubini. Nuovo Cim., A43, 475 (1966).
3. S.Fubinini, G.Segre. Nuovo Cim., A.45 641 (1966).
4. См.,например, V.A.Matveev, B.A.Struminski, A.N.Tavkhelidze. Preprint E-2831, Dubna, 1966.
5. R.Oehme, G.Venturi. Preprint EFINS 67-4. R.Oehme, Preprint EFINS 66-84.
6. А.А. Макаров, В. Матвеев, Нгуен Ван Хьеу, Я.А. Смородинский, Л.Г. Ткачев, М. Углирж и П. Винтерннтц. Ядерная физика, 3, 998 (1966).
7. A.P.Balachandran, H.Pietschmann. Acta Phys.Austr., 16, 362 (1963).
8. J.Schwinger. Phys.Rev.Lett., 3, 296 (1959).
9. T.Gato, T.Imamura. Prog.Theor.Phys., 14, 396 (1955).
10. M.Cini. Сообщение на конференции по электромагнитным взаимодействиям, Дубна, 1967 год; см. также препринт M.Cini, M.de Maria, B.Taglienti, Roma, 1967, Baryon Magnetic Moments and Dispersion Sum Rules.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 марта 1967 г.