ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2 - 3170

А.А. Славнов

ГИПОТЕЗА АДДИТИВНОСТИ И МАССОВЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ АДРОНОВ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1967.

P2 - 3170

А.А. Славнов

ГИПОТЕЗА АДДИТИВНОСТИ И МАССОВЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ АДРОНОВ

В последнее время целый ряд соотношений между наблюдаемыми величинами был получен с помощью гипотезы аддитивности амплитуд рассеяния на кварках /1–3/. Хотя эта гипотеза не имеет в настоящее время строгого обоснования, можно указать разумные модели, в которых она выполняется. Например, если эффективный радиус связанного кварка значительно меньше радиуса адрона, то при небольших передачах импульса кварки, входящие в состав адрона, будут вести себя как квазисвободные. Важно отметить, что свойство аддитивности определяется, по-видимому, структурой (волновой функцией) составной частицы и слабо зависит от вида взаимодействия между рассеивающимися частицами (во всяком случае, при больших энергиях).

Проверка гипотезы аддитивности в ее наиболее сильной форме /1/ затрудняется тем, что эта гипотеза устанавливает соотношения между асимптотическими сечениями, и всегда остается возможность, что достигнутые энергии еще не являются асимптотическими.

В настоящей заметке мы получим, исходя из гипотезы аддитивности, соотношения, допускающие проверку при низких энергиях, а именно, массовые формулы для адронов. При этом для получения массовых формул нам не понадобится никаких предположений о трансформационных свойствах взаимодействия, нарушающего SU_3 -симметрию.

Рассмотрим фурье-образ опережающего коммутатора

$$\Phi(k) = \int d^4 z\,\theta(-z_0)\langle H|[D_K^+(z)D_K^-(0)]|H\rangle e^{ikz} . \qquad (1)$$

Здесь $|H\rangle$ -состояние с одним адроном. $D_K^{\pm} = \mathrm{div}\, J_K^{\pm}$, где $J_K^{\pm}$ -приближенно сохраняющийся ток с квантовыми числами $K^{\pm}$. Четырехвектор k имеет нулевую длину. $\Phi(k)$, очевидно, имеет структуру амплитуды рассеяния вперед скалярной "частицы" D_K на адроне H. Можно ввести гипотезу о частичном сохранении и отождествить $D_K^{\pm}$ с полем, например, мезона $\kappa(725)$. Однако для наших целей это не необходимо. Нам достаточно того, что Φ пропорциональна амплитуде рассеяния некоторой фиктивной частицы нулёвой массы на адроне H. Как уже отмечалось, свойство аддитивности кварковых амплитуд при больших энергиях определяется структурой волновой функции адрона и слабо зависит от конкретного вида взаимодействия между рассеивающимися частицами. Поэтому мы предположим, что амплитуда $\Phi(k)$ аддитивно складывается из амплитуд рассеяния "частицы" D на отдельных кварках. Так, для октета псевдоскалярных мезонов

$$\Phi_{\pi^+\pi^+} = \langle pD\,|\,pD\rangle + \langle \bar{n}D\,|\,\bar{n}D\rangle\,;\quad \Phi_{K^+K^+} = \langle pD\,|\,pD\rangle + \langle \bar{\lambda}D\,|\,\bar{\lambda}D\rangle \tag{2}$$

и т.д. Амплитуду Φ можно записать в следующем виде:

$$\Phi(k) = \frac{(2\pi)^4}{\pi i}\Big\{\sum_n \frac{\delta(\vec{k}+\vec{p}-\vec{p}_n)}{k_0+p_0-p_0^n}\,|\langle\vec{p}\,|D_K^+(0)|\,\vec{n}\rangle|^2 - \sum_n \frac{\delta(\vec{k}+\vec{p}_n-\vec{p})}{k_0+p_0^n-p_0}\,|\langle\vec{p}\,|D_K(0)|\,\vec{n}\rangle|^2\Big\}. \tag{3}$$

В этом выражении мы, как обычно,[5,6] ограничимся полюсным приближением и положим $k = 0$. Пользуясь тем, что

$$\langle p_1|D_\alpha|p_2\rangle = c_{12}^{\alpha}\, i r_\alpha\,(m_1^2 - m_2^2), \tag{4}$$

где c_{12}^{α} –коэффициенты Клебша-Гордона, а r_α отличаются от 1 на величины второго порядка малости, получим

$$\Phi(0) = \frac{(2\pi)^4}{\pi}\Big\{\sum_a \frac{c_{1a}^{+}(m_1^2-m_a^2)^2}{(p_0-p_0^a)\,p_0^a} - \sum_b \frac{c_{1b}^{-}(m_1^2-m_b^2)^2}{(p_0^b-p_0)\,p_0^b}\Big\} \tag{5}$$

Согласно нашей гипотезе в пределе $\vec{p}\to\infty$ для Φ выполняется гипотеза аддитивности. Выполняя предельный переход $\vec{p}\to\infty$, мы получим следующую систему (здесь выписаны только независимые уравнения):

$$(\pi - K) = x + \bar{y} \ ,$$

$$(\pi - K) = \bar{x} + y \ ,$$

$$(K - \pi) = y + \bar{z} \ ,$$

$$\tfrac{1}{2}(K - \pi) + \frac{3}{2}(K - \eta) = x + \bar{z} \ , \qquad (6)$$

$$\tfrac{1}{2}(K - \pi) + \frac{3}{2}(K - \eta) = x + z \ ,$$

$$3(\eta - K) = \frac{1}{6}\{x + \bar{x} + y + \bar{y} + 4(z + \bar{z})\} .$$

Здесь K, π, η обозначают квадраты масс частиц; $x = c\langle pD|pD\rangle$; $y = c\langle nD|nD\rangle$; $z = c\langle \lambda D|\lambda D\rangle$; $\bar{x} = c\langle \bar{p}D|\bar{p}D\rangle$; $\bar{y} = c\langle \bar{n}D|\bar{n}D\rangle$; $\bar{z} = c\langle \bar{\lambda}D|\bar{\lambda}D\rangle$.

(в константу c включены все числовые множители).

Подставляя в последнее из уравнений (6) кварковые амплитуды, выраженные с помощью первых пяти уравнений через разности масс, мы получим формулу Гелл-Манна – Окубо

$$4K - 3\eta - \pi = 0 . \qquad (7)$$

Заметим, что для этого вывода нам не понадобилось предполагать равенство $\bar{x} = x$ и т.д. Легко видеть, однако, что система (6) совместна с теоремой Померанчука. Если воспользоваться этой теоремой, то мы получим дополнительные соотношения: $y = 0$; $x + z = 0$; $x = (K - \pi)$:

Совершенно аналогично можно рассмотреть октет 1^+ (с учетом смешивания). При этом мы также получим формулу Гелл-Манна-Окубо. Кроме того, поскольку разности масс векторных мезонов выражаются через те же кварковые амплитуды, то отсюда следуют известные соотношения $K - \pi = K^* - \rho , \dots$ и т.д.

Перейдем теперь к барионам. Вычисляя запаздывающий коммутатор между однобарионными состояниями, имеем:

$$
\begin{aligned}
\tfrac{1}{2}(\Sigma-\mathcal{P})+\frac{3}{2}(\Lambda-\mathcal{P}) &= 2x+y\,,\\
(\Sigma-\mathcal{P}) &= 2y+x\,,\\
-(\Sigma-\mathcal{P}) &= 2y+z\,,\\
\tfrac{1}{2}(\Xi-\Sigma)-\tfrac{1}{2}(\Sigma-\mathcal{P}) &= x+y+z\,,\\
\frac{3}{2}(\Xi-\Lambda)-\frac{3}{2}(\Lambda-\mathcal{P}) &= x+y+z\,,\\
(\Xi-\Sigma) &= 2x+z\,,\\
-(\Xi-\Sigma) &= x+2z\,,\\
-\tfrac{1}{2}(\Xi-\Sigma)-\frac{3}{2}(\Xi-\Lambda) &= y+2z\,.
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Символы частиц по-прежнему обозначают квадраты масс. Из системы (8) нетрудно получить формулу Гелл-Манна – Окубо. Однако из нее следуют значительно более жесткие ограничения на массы. Система (8) переопределена. Тем не менее она допускает решение $\Xi-\Sigma=\Xi-\Lambda=\Sigma-\mathcal{P}=\Lambda-\mathcal{P}$. Это обычный результат в модели кварков, и в данном случае он совершенно естественен, поскольку в нашей модели Λ и Σ вырождены. Точность этой формулы, конечно, хуже точности формулы Гелл-Манна – Окубо для барионов, но она примерно такая же, как точность соответствующей формулы для мезонов. Наконец, для декуплета мы совершенно аналогично получим закон эквидистантности, и, кроме того, соотношение

$$
\frac{\Xi-\mathcal{P}}{2} = Y_1^{*}-\Delta\,. \tag{9}
$$

При сравнении систем, описывающих барионы и мезоны, нужно иметь в виду, что x, y, z, входящие в систему (8), вообще говоря, отличаются от соответствующих амплитуд для мезонов. Они различаются нормировочными множителями, содержащими массу кварка, поскольку эффективные массы кварков в мезонах и в барионах могут различаться. Поэтому сравнивать нужно соотношения, не зависящие от нормировки. Решая систему (8), находим $y=0$; $x+z=0$, что согласуется с уравнениями (6).

Таким образом, гипотеза аддитивности и в данном случае приводит к разумным физическим результатам. Кроме того, она позволяет получить массовые формулы без каких-либо предположений о взаимодействии, нарушающем SU_3-симметрию.

Автор благодарен академику Н.Н. Боголюбову и проф. А.Н. Тавхелидзе за гостеприимство в ОИЯИ, где была выполнена настоящая работа.

Литература

1. Е.М. Левин, Л.Л. Франкфурт. ЖЭТФ, Письма, 2, 105 (1965).
2. A.A. Slavnov, O.I. Zavialov. Phys. Lett., 22, 686 (1966).
3. Н.Н. Боголюбов, В. Матвеев, А.Н. Тавхелидзе. Припринт ОИЯИ, Е-2876, Дубна, 1966.
4. S. Fubini, G. Furlan. Physics, 4, 229 (1965).
5. S. Fubini, G. Furlan, C. Rossetti. Nuovo Cim., 40, 1171 (1965).

Рукопись поступила в издательский отдел
17 февраля 1967 г.