

M-218

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна



P2 - 3149

Ю.М. Малюта

КВАРКОВАЯ МОДЕЛЬ АДРОНОВ

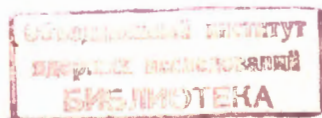
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1967.

P2 - 3149

Ю. М. Малота

КВАРКОВАЯ МОДЕЛЬ АДРОНОВ



5214/2 мр.

О г л а в л е н и е

Введение	5
Глава I. Высшие симметрии	12
§ 1. Модель кинетических супермультиплетов	12
§ 2. Группы Ли	16
§ 3. Принцип построения супермультиплетов	17
§ 4. Диаграммный метод нахождения массовых формул	29
Глава II. Мезонная спектроскопия	39
§ 1. Конфигурация $(1s^{1/2})^1(1s^{1/2})^{-1}$	39
§ 2. Конфигурация $(1s^{1/2})^1(1p^{1/2})^{-1}$	44
§ 3. Конфигурация $(1p^{3/2})^1(1d^{3/2})^{-1}$	48
Глава III. Барийонная спектроскопия	55
§ 1. Конфигурация $(1s^{1/2})^3$	55
§ 2. Конфигурация $(1s^{1/2})^2(1p^{1/2})^1$	60
§ 3. Конфигурация $(1p^{3/2})^3$	65

§ 4. Конфигурация $(1d^{5/2})^3$	75
Глава IV. Адронные реакции	91
§ 1. Коллинеарная группа	91
§ 2. Распады адронов	92
§ 3. Упругое рассеяние	107
§ 4. Неупругое рассеяние	116
Приложение . Формфакторы	122
Литература	124

ВВЕДЕНИЕ

Рост числа сильно взаимодействующих частиц делает актуальной проблему их классификации. По-видимому, наиболее перспективным подходом к этой проблеме является метод высших симметрий¹⁾. Математической основой этого метода является теория групп Ли.

Метод высших симметрий приводит к следующим результатам :

- 1) позволяет классифицировать адроны по супермультиплетам, преобразующимся по неприводимым представлениям соответствующих групп ;
- 2) позволяет получать соотношения между различными наблюдаемыми величинами, преобразующимися по представлениям подгрупп высших симметрий.

Наиболее четко идеология высших симметрий проявляется на примере групп $SL(6, C)$ [^{10, 11}] и $SU(6, 6)$ [^{12 - 15}]. Эти группы содержат следующие физически интересные подгруппы :

- а) статические группы $SU(6)$ и $S[U(6) \times U(6)]$, которые позволяют классифицировать адроны по супермультиплетам и приводят к формулам масс, зависящим от унитарных и спиновых переменных [^{16 - 32}] ;

1) См. обзор [^{1 - 9}] .

б) коллинеарные группы $S[U(3) \times U(3)]$ и $SU(6)_w$, которые описывают коллинеарные процессы (распады мезонов и барионов, электромагнитные формфакторы, процессы аннигиляции бариона и антибариона в покое на два мезона, процессы рассеяния вперед и назад) $[^{43-48}]$;

в) компланарные группы $SU(3)$ и $S[U(3) \times U(3)]$, которые описывают различные процессы рассеяния $[^{2-49}]$.

Обратимся к рассмотрению статических групп $SU(6)$ и $S[U(6) \times U(6)]$. Классификация частиц в группе $SU(6)$ выглядит так: мезоны принадлежат супермультиплетам 1, 35, 405, ..., барионы принадлежат супермультиплетам 56, 70, 700, Классификация частиц в группе $S[U(6) \times U(6)]$ выглядит сложнее: мезоны принадлежат супермультиплетам $(6, \bar{6})$, $(21, \bar{21})$, ..., барионы принадлежат супермультиплетам $(56, 1)$, $(126, \bar{6})$,

Использование симметрий $SU(6)$ и $S[U(6) \times U(6)]$ отвечает пренебрежению спин-орбитальным взаимодействием и вообще высшими угловыми моментами, так как адроны в этих схемах строятся из кварков, находящихся в S-состоянии. Конфигурации кварков $q\bar{q}$, $qqq\bar{q}$, ... образуют мезоны, конфигурации кварков qqq , $qqq\bar{q}$, ... образуют барионы. Однако экспериментальная ситуация с высшими резонансами наводит на мысль, что группы $SU(6)$ и $S[U(6) \times U(6)]$ следует расширить таким образом, чтобы ввести в рассмотрение высшие угловые моменты. Поэтому представляют интерес модели, в которых адроны строятся из кварков, находящихся в возбужденных состояниях.

К числу первых попыток введения высших угловых моментов принадлежат работы Фройнда, Ли $[^{100}]$ и Гринберга $[^{101}]$, в которых предлагаются оболочечные модели барионов.

В оболочечной модели Фройнда и Ли в качестве фундаментальных частиц фигурируют девять барионетов. Построение барионов в этой модели осуществляется следующим образом. В схеме LS-связи шесть барионетов заполняют S-оболочку и три - p-оболочку. Тогда барионы описываются антисимметричным 816-плетом $SU(18)$ -группы. В схеме jj-связи шесть барионетов заполняют оболочку $S_{1/2}$, а три - оболочку $P_{3/2}$. Здесь барионы описываются антисимметричным 220-плетом $SU(12)$ -группы. Хотя указанные мультиплеты и удовлетворяют принципу Паули, основанная на них систематика не является удачной. Многие из недавно открытых резонансов не находят места в рамках данной схемы. Схема не описывает барионы со спином выше 9/2. В модели Гринберга фундаментальными частицами являются кварки, подчиняющиеся парастатистике. Барионы описываются симметричным 2600-плетом $SU(24)$ -группы в схеме LS-связи. Эта модель также не описывает резонансы со спином, превосходящим 9/2, и содержит много вакантных мест для низших резонансов.

Более перспективной является модель кинетических супермультиплетов, предложенная Гелл - Манном, Сударшаном и др. [103, 104, 156, 157]. Эта модель основывается на группе $S[U(6) \times U(6)] \times O(3)$. Фундаментальными частицами здесь являются кварки, находящиеся в состояниях S, p, d, \dots . Мезоны принадлежат супермультиплетам $(6, \bar{6}, 0)^-, (6, \bar{6}, 1)^+, \dots$, барионы принадлежат супермультиплетам $(56, 1, 0)^+, (56, 1, 1)^-, \dots$.

Отметим также интересную работу Далица [148], в которой предпринята попытка идентификации высших резонансов с компонентами кинетических супермультиплетов группы $SU(6) \times O(3)$.

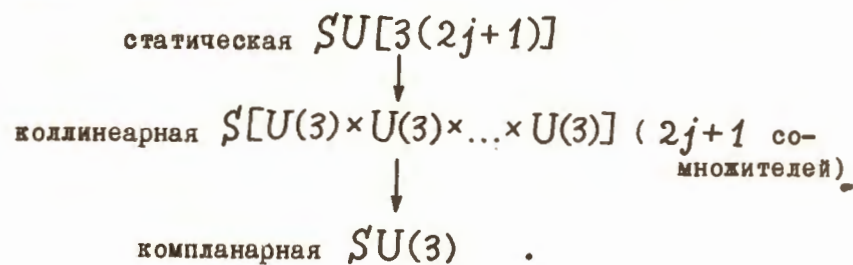
Для получения массовых формул в рамках высших симметрий Бег и Синг [29, 30] предложили усовершенствованный вариант техники Окубо [70]. С помощью этой техники были получены формулы масс для супермультиплетов группы $SU(6)$, которые выполняются с хорошей точностью. Однако с ростом порядка группы этот метод становится слишком сложным для практического применения.

В области коллинеарных групп $S[U(3) \times U(3)]$ и $SU(6)_w$ в последнее время было сделано большое число предсказаний, касающихся распадов мезонов и барионов [4, 158], электромагнитных формфакторов [3], поляризации частиц [159], процессов аннигиляции протона и антипротона [3], процессов фоторождения ней-

тральных мезонов [46], процессов упругого и неупругого рассеяния мезонов и барионов [46, 160]. К сожалению, многие из этих предсказаний плохо согласуются с экспериментальными данными [48]. По-видимому, несогласие вызвано нарушением коллинеарных симметрий унитарностью.

Анализ предсказаний компланарных групп $SU(3)$ и $S[U(3) \times U(3)]$ для различных процессов рассеяния был выполнен в работах [2, 161]. Было показано, что эти предсказания согласуются с экспериментом с точностью до 20 - 30%.

Настоящая работа ²⁾ посвящена высшим симметриям сильно взаимодействующих частиц. В работе предложена кварковая модель кинетических супермультиплетов, основанная на цепи подгрупп группы $SL[3(2j+1), C]$:



2) Основные результаты опубликованы в статьях [106 - 112].

В главе I предложена составная модель адронов, основанная на группе $SU[3(2j+1)]$ (jj -связь)³⁾. Фундаментальными частицами в этой модели являются кварки, находящиеся в возбужденном $n\ell j$ -состоянии. Дан принцип построения супермультиплетов, принадлежащих заданной конфигурации кварков. Предложен метод нахождения массовых формул, базирующийся на диаграммной технике.

Во II главе исследованы мезонные супермультиплеты, принадлежащие конфигурациям $(1s^{1/2})^1(1s^{1/2})^{-1}$, $(1s^{1/2})^1(1p^{1/2})^{-1}$ и $(1p^{3/2})^1(1d^{3/2})^{-1}$. Проведена идентификация мезонов с компонентами супермультиплетов. Диаграммный метод нахождения массовых формул применен к анализу спектра мезонных масс.

В III главе исследованы барионные супермультиплеты, принадлежащие конфигурациям $(1s^{1/2})^3$, $(1s^{1/2})^2(1p^{1/2})^1$, $(1p^{3/2})^3$ и $(1d^{5/2})^3$. Проведена идентификация барио-

3) После того, как автор предложил указанную модель $n\ell j$ -возбуждений и направил работу [106] в печать, появилась статья Миллера [105], в которой рассматривается та же модель.

нов с компонентами супермультиплетов. Диаграммный метод нахождения массовых формул применен к анализу спектра барионных масс.

В IV главе предложена коллинеарная группа $S[U(3) \times U(3) \times \dots \times U(3)]$ ($2j+1$ сомножителей) для описания распадов и процессов рассеяния вперед и назад. В рамках импульсного приближения найдены соотношения между парциальными ширинами мезонных и барионных резонансов, а также соотношения между полными и дифференциальными сечениями ряда упругих и неупругих процессов рассеяния.

В приложении рассмотрены формфакторы электромагнитных и слабых взаимодействий.

В заключение выражаю глубокую благодарность академику Н. Н. Боголюбову за ценные консультации. Я благодарен А. И. Ахиезеру, Нгуен Ван Хьеу, О. С. Парасюку, Я. А. Смородинскому и А. Н. Тавхелидзе за советы и замечания.

Глава I. ВЫСШИЕ СИММЕТРИИ

§ 1. Модель кинетических супермультиплетов

Модель, основанная на группе $SU(6)$ [16 - 20], описывает частицы, построенные из кварков, находящиеся в S -состоянии. Поэтому представляется целесообразным расширить эту группу таким образом, чтобы включить в рассмотрение высшие угловые моменты. Для этой цели используем аналогию с оболочечной моделью ядра [115 - 118].

Рассмотрим произвольный адрон, состоящий из f кварков. Предположим, что каждый кварк находится в самосоглазованном центральном поле, образованном остальными кварками. Предположим также наличие у каждого кварка сильного спин-орбитального взаимодействия и примем схему jj -связи. Тогда волновые функции отдельных кварков могут быть записаны в виде

$$\Psi_{m m_\lambda}^{n l j}(\bar{r} \sigma \lambda) = u_{n l}(\tau) [Y^\ell(\theta \varphi) \chi^{1/2}(\sigma)]_m^j \xi_{m_\lambda}^1(\lambda), \quad (1.1)$$

где $u_{n l}(\tau)$ - радиальная функция; $[Y^\ell(\theta \varphi) \chi^{1/2}(\sigma)]_m^j$ - волновая функция полного момента; $\xi_{m_\lambda}^1(\lambda)$ - волновая функция унитарного спина; n - главное квантовое число; ℓ - орбитальный момент; j - полный момент; m, m_λ - магнитные квантовые числа полного момента и унитарного спина; τ, θ, φ -

пространственные переменные; σ, λ - переменные спина и унитарного спина.

Покажем, что группой вырождения состояний (1.1) является группа

$$SU[3(2j+1)]. \quad (1.2)$$

Составим $[3(2j+1)]^f$ произведений

$$\Psi_{m_1 m_{\lambda_1}}^{n l j}(\bar{r}_1 \sigma_1 \lambda_1) \Psi_{m_2 m_{\lambda_2}}^{n l j}(\bar{r}_2 \sigma_2 \lambda_2) \dots \Psi_{m_N m_{\lambda_N}}^{n l j}(\bar{r}_N \sigma_N \lambda_N),$$

образующих полную систему собственных функций, принадлежащих конфигурации $(n l j)^f$. При любой перестановке координат $\bar{r}_i \sigma_i \lambda_i \leftrightarrow \bar{r}_k \sigma_k \lambda_k$ эти произведения будут переходить друг в друга. Другими словами, они будут преобразовываться по $[3(2j+1)]^f$ -мерному представлению группы перестановок $\Pi(f)$. Согласно Вейлю [133] это представление эквивалентно $[3(2j+1)]^f$ -мерному представлению группы $SU[3(2j+1)]$.

Таким образом, естественным расширением группы $SU(6)$ на высшие угловые моменты в случае jj -связи является группа (1.2).

Будем считать, что симметрия (1.2) понижается согласно схеме

$$SU[3(2j+1)] = SU(3) \times SU(2j+1),$$

$$SU(2j+1) = Sp(2j+1) = SU(2)_J, \quad (1.3)$$

$$SU(3) = SU(2)_I \times U(1)_Y.$$

Это значит, что инварианты в цепи подгрупп (1.3) являются хорошими квантовыми числами.

На рис. 1 приведен порядок следования уровней в модели nlj - возбуждений. Этот порядок характерен для глубокой потенциальной ямы, при условии, что спин - орбитальное взаимодействие расщепляет уровни $j_{\pm} = l \pm 1/2$ таким образом, что уровень $j_{-} = l - 1/2$ оказывается ниже уровня $j_{+} = l + 1/2$.

Мезоны являются возбужденными состояниями кварка и антикварка, образующих конфигурацию $(nl_1j)^1(nl_2j)^{-1}$.

Барионы являются возбужденными состояниями трех кварков, образующих конфигурацию $(nl_1j)^2(nl_2j)^1$.

Если $l_1 = l_2$, конфигурация называется чистой, в противном случае - смешанной.

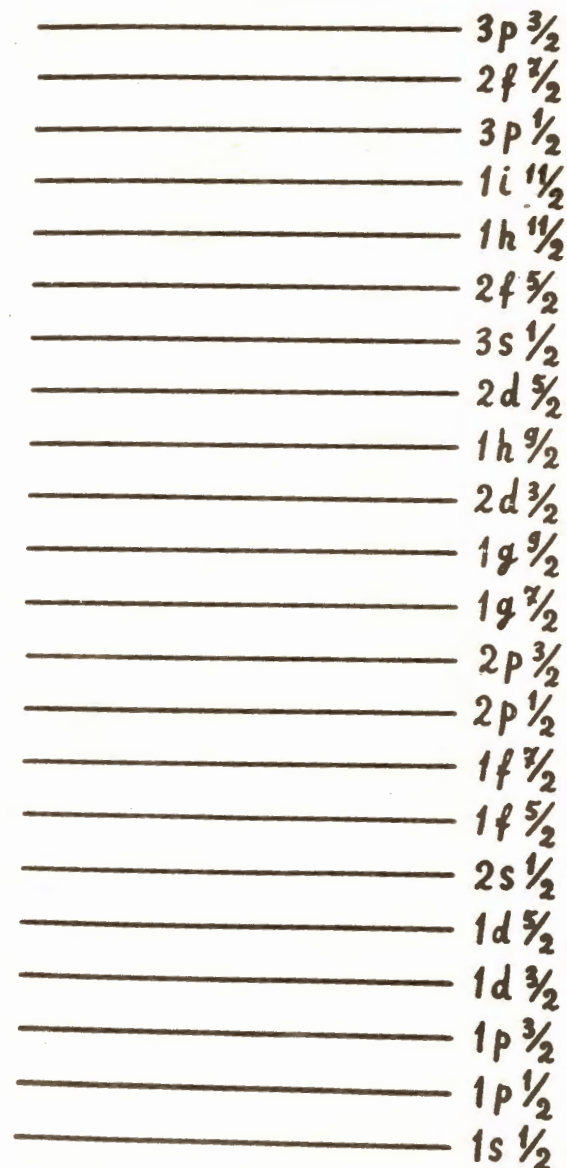


Рис. I

§ 2. Группы Ли

Группой Ли называется множество G , удовлетворяющее трем условиям: (1) G является группой, (2) G является аналитическим многообразием, (3) каждая операция в G является аналитической. Сформулируем необходимые теоремы [131 - 140].

Теорема 1.

Каждое представление D компактной группы Ли эквивалентно унитарному представлению и вполне приводимо.

Таким образом, D представимо в виде

$$D = e^{i \sum_1^N \varepsilon_\alpha F_\alpha},$$

где F_α - генераторы группы, удовлетворяющие условию $F_\alpha = F_\alpha^+$, а ε_α - вещественные параметры.

Теорема 2.

Локальная структура группы Ли полностью определяется перестановочными соотношениями для генераторов группы

$$[F_\alpha F_\beta] = i \sum_1^N c_{\alpha\beta\gamma} F_\gamma, \quad (1.4)$$

где структурные постоянные $c_{\alpha\beta\gamma}$ удовлетворяют условиям:

$$c_{\alpha\beta\gamma} = c_{[\alpha\beta\gamma]}, \quad c_{\alpha\beta\gamma} = c_{\alpha\beta\gamma}^*, \quad (1.5)$$

$$\sum_1^N (c_{\alpha\delta\varepsilon} c_{\beta\gamma\delta} + c_{\beta\delta\varepsilon} c_{\gamma\alpha\delta} + c_{\gamma\delta\varepsilon} c_{\alpha\beta\delta}) = 0.$$

Проблема классификации групп Ли сводится к нахождению структурных постоянных, удовлетворяющих условиям (1.5), и к нахождению N матриц, удовлетворяющих перестановочным соотношениям (1.4).

Теорема 3.

Каждая простая компактная группа Ли изоморфна одной из групп:

$SU(n)$ - группа унитарных унимодулярных матриц порядка n . Число параметров $N = n^2 - 1$.

$O(n)$ - группа ортогональных матриц порядка n . Число параметров $N = \frac{1}{2} n(n-1)$.

$Sp(n)$ - группа симплектических матриц порядка n . Число параметров $N = \frac{1}{2} n(n+1)$.

G_2, F_4, E_6, E_7, E_8 - исключительные группы. Числа параметров этих групп соответственно равны 14, 52, 78, 133, 248.

§ 3. Принцип построения супермультиплетов
Обратимся к рассмотрению группы $SU(n)$.

Фундаментальные n -плеты частиц $(\Psi_1 \Psi_2 \dots \Psi_n)$ и

античастиц $(\bar{\Psi}_1 \bar{\Psi}_2 \dots \bar{\Psi}_n)$ определим преобразованиями

$$\Psi'_\alpha = \sum_1^n (1 + i \sum_1^N \varepsilon_\alpha F_\alpha)_{\alpha\beta} \Psi_\beta, \quad \bar{\Psi}'_\alpha = \sum_1^n \bar{\Psi}_\beta (1 - i \sum_1^N \varepsilon_\alpha F_\alpha)_{\beta\alpha},$$

где $F_\alpha = F_\alpha^+$, $T_\alpha F_\alpha = 0$.

Изложим методику разложения прямого произведения фундаментальных представлений на сумму неприводимых представлений [5]. Сопоставим прямому произведению фундаментальных n -плетов частиц и античастиц смешанный тензор

$$T_{i_1 i_2 \dots i_r}^{j_1 j_2 \dots j_s} = \Psi_{i_1} \Psi_{i_2} \dots \Psi_{i_r} \bar{\Psi}_{j_1} \bar{\Psi}_{j_2} \dots \bar{\Psi}_{j_s}. \quad (1.6)$$

Для разложения (1.6) на неприводимые составляющие воспользуемся следующей теоремой:

Теорема 4.

Смешанный тензор неприводим, если

- свертка по одному нижнему и одному верхнему индексу приводит к нулю,
- симметрия нижних индексов отвечает определенной схеме Юнга,
- симметрия верхних индексов отвечает определенной схеме Юнга.

Следуя теореме 4, применим к тензору (1.6) три операции:

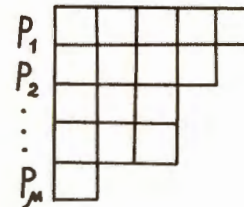
- Выполним в (1.6) свертку

$$T_{i_1 \dots i_r}^{j_1 \dots j_s} = T_{i_1 \dots i_r}^{j_1 \dots j_s} + \sum_{\alpha\beta} \delta_{i_\alpha}^{j_\alpha} T_{i_1 \dots i_r}^{j_1 \dots j_s} + \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \delta_{i_\alpha}^{j_\alpha} \delta_{i_\beta}^{j_\beta} T_{i_1 \dots i_r}^{j_1 \dots j_s} + \dots,$$

где индексы o_c указывают на отсутствие индексов i_c, j_c . Тензоры T сводятся к нулю, если мы свернем их по одному нижнему и одному верхнему индексу.

- Построим схемы Юнга, соответствующие разбиениям

$$s - m = p_1 + p_2 + \dots + p_m, \quad p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_m \geq 0$$

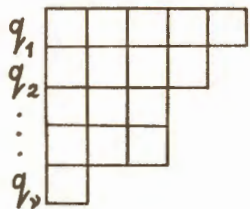


(1.7)

Сопоставим каждой схеме Юнга (1.7) тензор T^m , в котором нижние индексы симметрированы по строкам и альтернированы по столбцам схемы.

(в) Построим схемы Юнга, соответствующие разбиениям

$$r - m = q_1 + q_2 + \dots + q_\nu, \quad q_1 \geq q_2 \geq \dots \geq q_\nu \geq 0$$



$$(1.8)$$

Сопоставим каждой схеме Юнга (1.8) тензор T^m , в котором верхние индексы симметрированы по строкам и альтернированы по столбцам схемы.

Описанная процедура дает возможность конструировать из фундаментальных n -плетов супермультиплетн высшей размерности.

В качестве иллюстрации разложим на неприводимые составляющие следующие тензоры

$$T_{\beta}^{\alpha} = \Psi_{\beta} \bar{\Psi}_{\alpha} \quad \text{и} \quad T_{\alpha\beta\gamma} = \Psi_{\alpha} \Psi_{\beta} \Psi_{\gamma} .$$

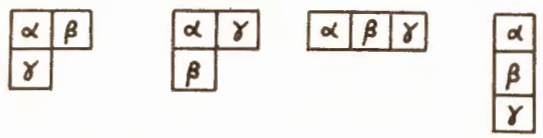
Используя операцию свертки, представим тензор T_{β}^{α} в виде

$$T_{\beta}^{\alpha} = T_{\beta}^{\alpha} + \delta_{\beta}^{\alpha} T^2 . \quad (1.9)$$

Это есть искомое разложение. Подсчитывая числа компонент тензоров, входящих в (1.9), получим формулу размерностей

$$n \times n = (n^2 - 1) + 1 . \quad (1.10)$$

Выполняя симметрирование и альтернирование по нижним индексам, представим тензор $T_{\alpha\beta\gamma}$ в виде

$$T_{\alpha\beta\gamma} = T_{[\alpha[\beta\gamma]]} + T_{[\alpha(\beta\gamma)]} + T_{(\alpha\beta\gamma)} + T_{[\alpha\beta\gamma]} . \quad (1.11)$$


Это есть искомое разложение. Подсчитывая числа компонент тензоров, входящих в (1.11), получим формулу размерностей

$$\begin{aligned} n \times n \times n &= \frac{1}{3} n (n^2 - 1) + \\ &+ \frac{1}{3} n (n^2 - 1) + \\ &+ \frac{1}{6} n (n+1)(n+2) + \\ &+ \frac{1}{6} n (n-1)(n-2) . \end{aligned} \quad (1.12)$$

Приведем формулы, выражающие содержание супермультиплетов группы $SU(\kappa m)$ по представлениям подгруппы $SU(\kappa) \times SU(m)$. Для супермультиплетов, фигурирующих в разложениях (1.10) и (1.12), эти формулы имеют вид

$$\begin{aligned}
 (\kappa^2 m^2 - 1) &= ((\kappa^2 - 1), (m^2 - 1)) + \\
 &+ ((\kappa^2 - 1), 1) + \\
 &+ (1, (m^2 - 1)),
 \end{aligned}
 \tag{1.13}$$

$$1 = (1, 1); \tag{1.14}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{3} \kappa m (\kappa^2 m^2 - 1) &= \left(\frac{1}{6} \kappa (\kappa + 1) (\kappa + 2), \frac{1}{3} m (m^2 - 1)\right) + \\
 &+ \left(\frac{1}{3} \kappa (\kappa^2 - 1), \frac{1}{3} m (m^2 - 1)\right) + \\
 &+ \left(\frac{1}{3} \kappa (\kappa^2 - 1), \frac{1}{6} m (m + 1) (m + 2)\right) + \\
 &+ \left(\frac{1}{3} \kappa (\kappa^2 - 1), \frac{1}{6} m (m - 1) (m - 2)\right) + \\
 &+ \left(\frac{1}{6} \kappa (\kappa - 1) (\kappa - 2), \frac{1}{3} m (m^2 - 1)\right),
 \end{aligned}
 \tag{1.15}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{6} \kappa m (\kappa m + 1) (\kappa m + 2) &= \left(\frac{1}{6} \kappa (\kappa + 1) (\kappa + 2), \frac{1}{6} m (m + 1) (m + 2)\right) + \\
 &+ \left(\frac{1}{3} \kappa (\kappa^2 - 1), \frac{1}{3} m (m^2 - 1)\right) + \\
 &+ \left(\frac{1}{6} \kappa (\kappa - 1) (\kappa - 2), \frac{1}{6} m (m - 1) (m - 2)\right),
 \end{aligned}
 \tag{1.16}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{6} \kappa m (\kappa m - 1) (\kappa m - 2) &= \left(\frac{1}{6} \kappa (\kappa + 1) (\kappa + 2), \frac{1}{6} m (m - 1) (m - 2)\right) + \\
 &+ \left(\frac{1}{3} \kappa (\kappa^2 - 1), \frac{1}{3} m (m^2 - 1)\right) + \\
 &+ \left(\frac{1}{6} \kappa (\kappa - 1) (\kappa - 2), \frac{1}{6} m (m + 1) (m + 2)\right),
 \end{aligned}
 \tag{1.17}$$

причем первая цифра в скобках обозначает $SU(\kappa)$ -мультиплетность, а вторая - $SU(m)$ -мультиплетность. Формулы (1.13) - (1.17) доказываются следующим образом. В тензорных разложениях (1.9) и (1.11) одинарные индексы α, β, \dots следует заменить парными $(\alpha A), (\beta B), \dots$, где малые буквы относятся к пространству группы $SU(\kappa)$, а большие - к пространству группы $SU(m)$. Если теперь последовательно фиксировать одни индексы пар и рассматривать возможные значения других, то мультиплетности устанавливаются без труда.

Укажем также рецепт разложения тензора (1.6) по неприводимым представлениям симплектической группы [5].

Группа $Sp(n)$ является подгруппой группы $SU(n)$, оставляющей инвариантным невырожденный антисимметричный тензор h^{ab} . Поэтому разложение тензора (1.6) проводится следующим образом. Сначала тензор (1.6) надо представить в виде

$$T_{i_1 i_2 \dots i_r k_1 k_2 \dots k_s} h^{k_1 j_1} h^{k_2 j_2} \dots h^{k_s j_s}.$$

Затем тензор $T_{i_1 i_2 \dots i_r k_1 k_2 \dots k_s}$ надо разложить согласно теореме 4 и выделить из членов разложения свертки по альтернированным индексам с тензорами h^{ab} .

Из указанного рецепта следуют формулы, выражающие содержание супермультиплетов группы $SU(n)$ по представлениям подгруппы $Sp(n)$. Для супермультиплетов, фигурирующих в разложениях (1.10) и (1.12), эти формулы имеют вид

$$(n^2 - 1) = \frac{1}{2} n(n+1) + \frac{1}{2} (n+1)(n-2),$$

$$1 = 1 ;$$

$$\frac{1}{3} n(n^2 - 1) = \frac{1}{3} n(n^2 - 4) +$$

$$+ n ,$$

$$\frac{1}{6} n(n+1)(n+2) = \frac{1}{6} n(n+1)(n+2) ,$$

$$\frac{1}{6} n(n-1)(n-2) = \frac{1}{6} n(n+1)(n-4) +$$

$$+ n .$$

Каждый супермультиплет группы $SU(n)$ характеризуется собственными значениями операторов Казимира

$$C_{\kappa}^{(n)} = \sum_{\alpha\beta} c_{\alpha_1\beta_1\beta_2} c_{\alpha_2\beta_2\beta_3} \dots c_{\alpha_{\kappa}\beta_{\kappa}\beta_1} F_{\alpha_1} F_{\alpha_2} \dots F_{\alpha_{\kappa}} ,$$

которые являются инвариантами группы.

Аналогичным образом, субмультиплеты, входящие в данный супермультиплет, характеризуются собственными значениями операторов Казимира соответствующих подгрупп.

В заключение представим явные выражения для унитарных и спиновых мультиплетностей, отвечающих конфигурациям кварк - антикварк и кварк - кварк - кварк.

Унитарные мультиплетности :

Таблица 1

$SU(3)$	Y, I	МУЛЬТИПЛЕТНОСТЬ
8	$1, 1/2$	u, \bar{u}_3 u_2, \bar{u}_3
	$0, 0$	$\frac{1}{\sqrt{6}} \{u, \bar{u}_1 + u_2, \bar{u}_2 - 2u_3, \bar{u}_3\}$
	$0, 1$	u, \bar{u}_2 $\frac{1}{\sqrt{2}} \{u, \bar{u}_1 - u_2, \bar{u}_2\}$ u_2, \bar{u}_1
	$-1, 1/2$	u, \bar{u}_1 u_3, \bar{u}_2
1	$0, 0$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \{u, \bar{u}_1 + u_2, \bar{u}_2 + u_3, \bar{u}_3\}$

Таблица 2

$SU(3)$	Y, I	МУЛЬТИПЛЕТНОСТЬ
8	$1, 1/2$	u_1, u_1, u_2 u_2, u_2, u_1
	$0, 0$	u_1, u_2, u_3
	$0, 1$	u_1, u_1, u_3 u_1, u_2, u_3 u_2, u_2, u_3
	$-1, 1/2$	u_3, u_3, u_1 u_3, u_3, u_2
1	$0, 0$	u_1, u_2, u_3
10	$1, 3/2$	u_1, u_1, u_1 u_1, u_1, u_2 u_2, u_2, u_1 u_2, u_2, u_2
	$0, 1$	u_1, u_1, u_3 u_1, u_2, u_3 u_2, u_2, u_3
	$-1, 1/2$	u_3, u_3, u_1 u_3, u_3, u_2
	$-2, 0$	u_3, u_3, u_3

Спиновые мультиплетности [128] :

$$V(j^2[f](\sigma)JM) = \sum_{M'm} (J'jM'm|JM) v(J'M') v(jm), \quad (1.18)$$

$$V(j^3[f](\sigma)JM) = \sum_{f'\sigma'J'} \langle j^2[f'](\sigma')J', jJ | j^3[f](\sigma)J \rangle \times \\ \times \sum_{M'm} (J'jM'm|JM) V(j^2[f'](\sigma')J'M') v(jm), \quad (1.19)$$





где

$(J'jM'm|JM)$ — коэффициенты Клебша-Гордана,

$\langle j^2[f'](\sigma')J', jJ | j^3[f](\sigma)J \rangle$ — генеалогические

коэффициенты, (γ) — символ Яманучи.

Квантовые числа и графические обозначения кварков u_α и v_β приведены в таблице 3 (B — барионное число, Y — гиперзаряд, I — изоспин, J — спин).

КВАРК	B	Y	I	J	ОБОЗНАЧЕНИЕ
u_1	$1/3$	$1/3$	$1/2$	0	
u_2	$1/3$	$1/3$	$1/2$	0	
u_3	$1/3$	$-2/3$	0	0	
v_m	0	0	0	j	

§ 4. Диаграммный метод нахождения массовых формул

Изложим теорему, позволяющую находить графическим путем формулы масс для адронов, принадлежащих некоторому супермультиплету.

Теорема 5.

1. Пусть волновые функции адронов H_1, H_2, \dots, H_ℓ , принадлежащих супермультиплету группы $SU[3(2j+1)]$, имеют вид

$$H_i = \sum_{\alpha A_1 B_1 \dots \alpha_s B_s} C_{\alpha_1 A_1 \alpha_2 A_2 \dots \alpha_s A_s}^{\beta_1 B_1 \beta_2 B_2 \dots \beta_s B_s} u_{\alpha_1 A_1} v_{\alpha_2 A_2} \dots u_{\alpha_s A_s} \bar{u}_{\beta_1 B_1} \bar{v}_{\beta_2 B_2} \dots \bar{u}_{\beta_s B_s},$$

где коэффициенты $C_{\alpha_1 A_1 \alpha_2 A_2 \dots \alpha_s A_s}^{\beta_1 B_1 \beta_2 B_2 \dots \beta_s B_s}$ являются произведениями коэффициентов, присутствующих в таблицах 1, 2 и формулах (1.18), (1.19).

2. Пусть взаимодействия, нарушающие $SU[3(2j+1)]$ - симметрию, инвариантны относительно подгрупп в цепи (1.3) и имеют вид

$$\text{инв. } SU(2j+1): \sum_P \sum_{\alpha} \bar{v}_1 F_{\alpha} v_1 \bar{v}_2 F_{\alpha} v_2 \bar{v}_3 v_3 \dots \bar{v}_s v_s, \quad (1.20)$$

$$\text{инв. } Sp(2j+1): \sum_P \sum_{\alpha} \bar{v}_1 X_{\alpha} v_1 \bar{v}_2 X_{\alpha} v_2 \bar{v}_3 v_3 \dots \bar{v}_s v_s, \quad (1.21)$$

$$\text{инв. } SU(2)_I: \sum_P \sum_{\alpha} \bar{v}_1 J_{\alpha} v_1 \bar{v}_2 J_{\alpha} v_2 \bar{v}_3 v_3 \dots \bar{v}_s v_s, \quad (1.22)$$

$$\text{инв. } SU(2)_I \times U(1)_Y: \bar{u}_3 u_3. \quad (1.23)$$

(\sum_P обозначает сумму по всем перестановкам обкладок $\bar{v}_1 v_1, \bar{v}_2 v_2, \bar{v}_3 v_3, \dots, \bar{v}_s v_s$).

Инвариантные взаимодействия (1.20), (1.21) и (1.22)

пропорциональны квадратичным операторам Казимира $C_2^{(2j+1)}, Q_2^{(2j+1)}, C_2^{(2)}$ соответствующих групп [115].

$$C_2^{(n)} = [f_1(f_1-1) + f_2(f_2-3) + \dots + f_{n-1}(f_{n-1}-2n+3)]$$

для представления, характеризуемого разбиением $[f_1 f_2 \dots f_{n-1}]$.

$$Q_2^{(n)} = [\sigma_1(\sigma_1+n) + \sigma_2(\sigma_2+n-2) + \dots + \sigma_{n/2}(\sigma_{n/2}+2)]$$

для представления, характеризуемого разбиением $(\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_{n/2})$.

Взаимодействие (1.23) обусловлено различием масс странного и нестранного кварков.

Тогда массы адронов, принадлежащих рассматриваемому супермультиплету, вычисляются путем приведения к диагональному виду оператора

$$M = \begin{vmatrix} \langle H_1 | H_1 \rangle & \langle H_1 | H_2 \rangle & \dots & \langle H_1 | H_e \rangle \\ \langle H_2 | H_1 \rangle & \langle H_2 | H_2 \rangle & \dots & \langle H_2 | H_e \rangle \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \langle H_e | H_1 \rangle & \langle H_e | H_2 \rangle & \dots & \langle H_e | H_e \rangle \end{vmatrix}, \quad (1.24)$$

матричные элементы которого конструируются следующим образом:

1. Сопоставим каждому члену матричного элемента

$$\langle H_i | H_k \rangle = \sum_{\alpha A B} \sum_{\alpha' A' B'} C_{\alpha_1 A_1 \dots \alpha_r A_r}^{\beta_1 B_1 \dots \beta_s B_s} C_{\alpha'_1 A'_1 \dots \alpha'_r A'_r}^{\beta'_1 B'_1 \dots \beta'_s B'_s} \times$$

$$\times \langle u_{\alpha_1 A_1} \bar{v}_{\alpha_2 A_2} \dots \bar{u}_{\beta_1 B_1} \bar{v}_{\beta_2 B_2} \dots \bar{u}_{\beta_s B_s} | u_{\alpha'_1 A'_1} \bar{v}_{\alpha'_2 A'_2} \dots \bar{u}_{\beta'_1 B'_1} \bar{v}_{\beta'_2 B'_2} \dots \bar{u}_{\beta'_s B'_s} \rangle$$

допускаемый законами сохранения сильно связанный двухполюсник, две $SU[3(2j+1)]$ -инвариантные вершины которого соединены стольким числом линий, сколько кварков входит в бра (или кет) вектор.

Каждой вершине двухполюсника припишем соответствующую константу связи, равную $C_{\alpha_1 A_1 \dots \alpha_r A_r}^{\beta_1 B_1 \dots \beta_s B_s}$ (или $C_{\alpha'_1 A'_1 \dots \alpha'_r A'_r}^{\beta'_1 B'_1 \dots \beta'_s B'_s}$).

2. К каждому двухполюснику, содержащему $r+S$ v -линий, добавим диаграмму, получаемую из данного двухполюсника путем посадки на его $r+S$ v -линий $2(r+S)$ -лучевой вершины, отвечающей взаимодействию (1.20).

Этой вершине припишем константу связи, равную собственному значению оператора Казимира $C_2^{(2j+1)}$, характеризующему адроны, образующие двухполюсник.

3. Описанную в предыдущем пункте процедуру проделаем с взаимодействиями (1.21) и (1.22).

4. К каждому двухполюснику, содержащему t u_3 -линий, добавим t диаграмм, полученных из данного двухполюс-

ника путем посадки на одну из его u_3 -линий двухлучевой вершины, отвечающей взаимодействию (1.23).

Так как изложенная теорема носит конструктивный характер, ее доказательство очевидно по построению: сконструированный указанным способом оператор (1.24) обладает симметрией взаимодействий (1.20) - (1.23) и является оператором массы.

Предвосхищая исследования, проведенные в главах II и III, представим диаграммы, вносящие вклад в операторы масс субмультиплетов, характеризующихся квантовыми числами $(SU(3), C_2^{(2)}, Q_2^{(2j+1)}, C_2^{(2j+1)})$. Для мезонного октета $(8, C_2^{(2)}, Q_2^{(2j+1)}, C_2^{(2j+1)})$ и мезонного нонета $(9, C_2^{(2)}, Q_2^{(2j+1)}, C_2^{(2j+1)})$ массовые диаграммы изображены на рис. 2 - 4. Для барионного синглета $(1, C_2^{(2)}, Q_2^{(2j+1)}, C_2^{(2j+1)})$, барионного октета $(8, C_2^{(2)}, Q_2^{(2j+1)}, C_2^{(2j+1)})$ и барионного декаплета $(10, C_2^{(2)}, Q_2^{(2j+1)}, C_2^{(2j+1)})$ массовые диаграммы изображены на рис. 5 и 6.

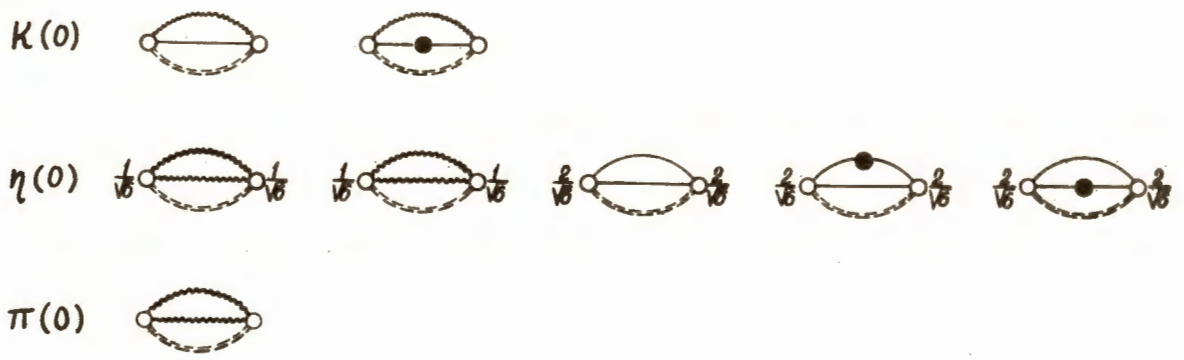


Рис. 2

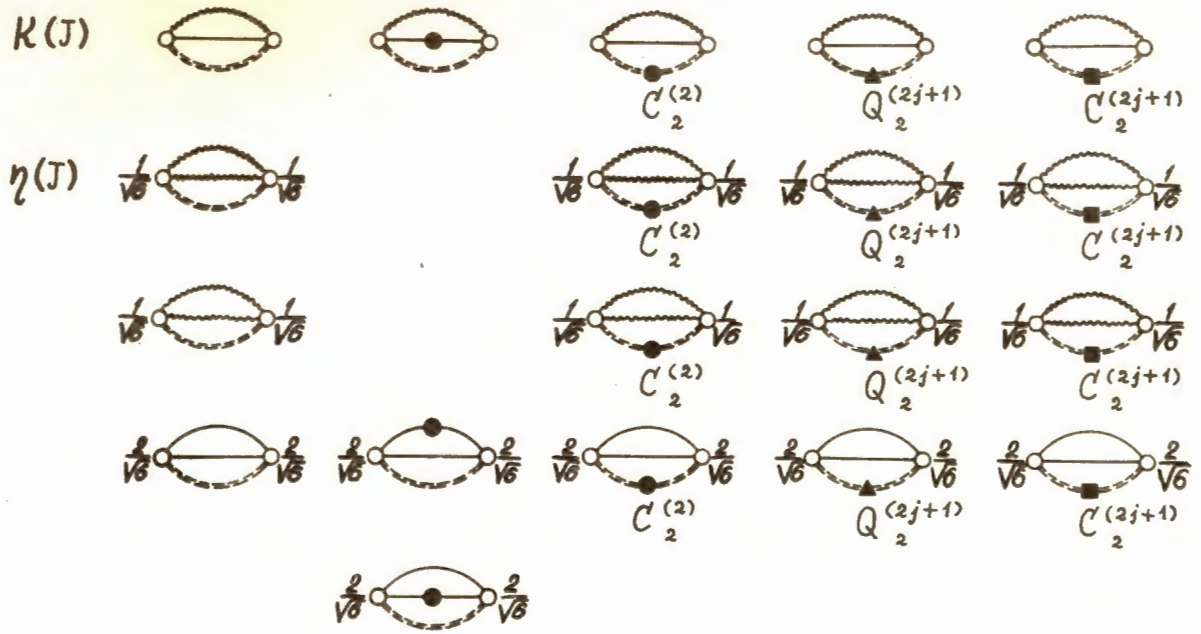
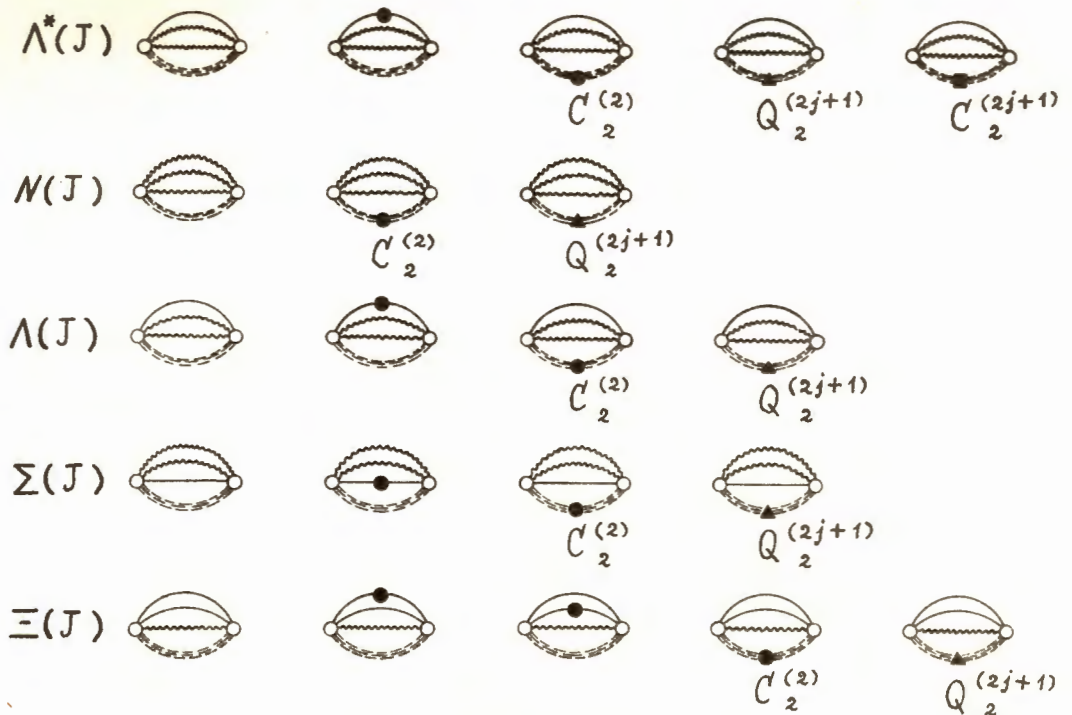
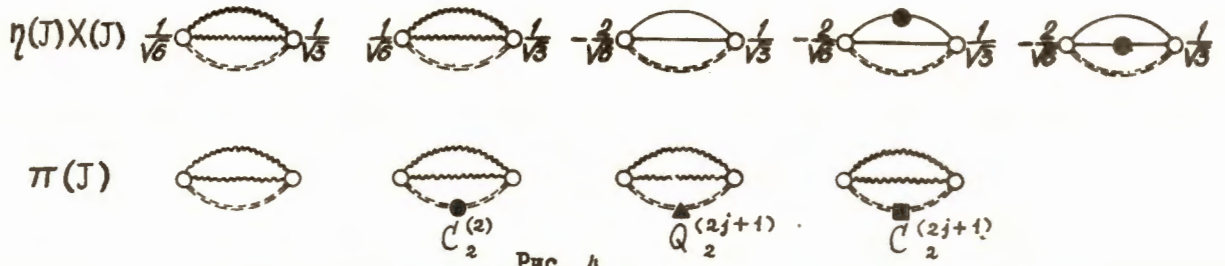
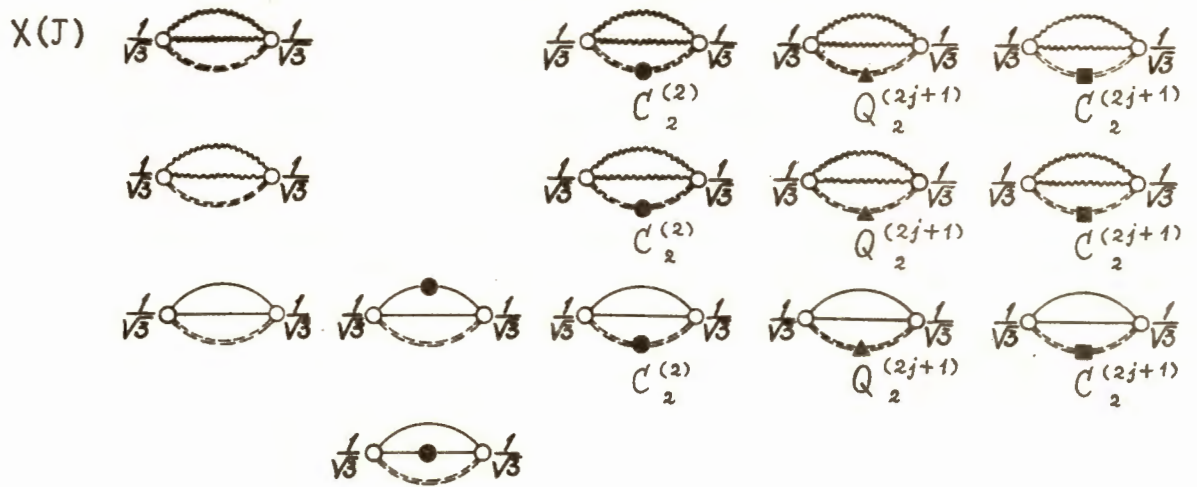


Рис. 3



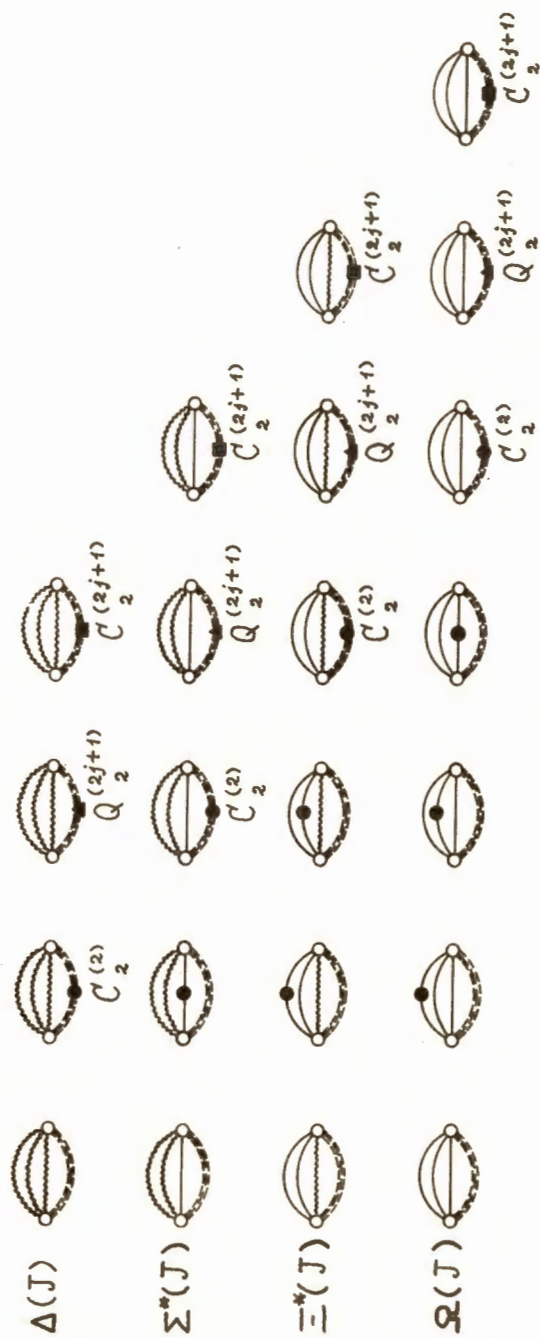


Рис. 6

§ 1. Конфигурация $(1s \frac{1}{2})^1 (1s \frac{1}{2})^{-1}$

Рассмотрим конфигурацию $(1s \frac{1}{2})^1 (1s \frac{1}{2})^{-1}$, состоящую из кварка и антикварка. Согласно (1.2) это будет случай $SU(6)$ -симметрии. Симметрия $SU(6)$ является нарушенной симметрией, которая понижается согласно схеме

$$SU(6) = SU(3) \times SU(2)_J$$

В качестве фундаментального мультиплета группы $SU(6)$ возьмем секстет кварков и представим его в виде

$$\begin{aligned} & (q_{11} \ q_{12} \ q_{21} \ q_{22} \ q_{31} \ q_{32}) = \\ & = (u_1 \ u_2 \ u_3) \times (v_1 \ v_2) \end{aligned}$$

где $(u_1 \ u_2 \ u_3)$ - унитарный триплет, а $(v_1 \ v_2)$ - спиновый дублет.

Построим из кварков мезонные супермультиплеты ⁴⁾

⁴⁾ Четность мезона определяется формулой $P = (-1)^{\ell_1 + \ell_2 + 1}$.

$$6 \times \bar{6} = 35^- + 1^- .$$

Содержание супермультиплета 35^- приведено в таблице 4.

Таблица 4

$SU(6)$	$SU(3) \times SU(2)_T$
35^-	$(8, 1^-)$ $(9, 3^-)$

Мезоны, входящие в 35^- -плет, перечислены в таблице 5. ⁵⁾ Синглет 1^- описывает мезон X_{960} .

Взаимодействия, нарушающие $SU(6)$ -симметрию, имеют вид

5) Зарядовая четность мезона определяется формулой $C = \eta_c (-1)^J$. Эта формула следует из определения зарядового сопряжения [145]

$$U_c T_{(\epsilon B)}^{(\alpha A)} U_c^{-1} = \eta_c h^{AA'} T_{(\alpha A')}^{(\epsilon B')} h_{B'B}, \quad (\eta_c = \pm 1),$$

где U_c - оператор зарядового сопряжения,

$$T_{(\epsilon B)}^{(\alpha A)} = (O_\epsilon^\alpha + \delta_\epsilon^\alpha S) \varphi_{(BC)} h^{CA} + (O_\epsilon^\alpha + \delta_\epsilon^\alpha S) (\varphi_{[BC]} h^{CA} - \delta_{[BC]}^A \varphi_{[CDS]} h^{CD}) + O_\epsilon^\alpha \delta_B^A \varphi_{[CDS]} h^{CD}$$

- тензор мезонного супермультиплета, O_ϵ^α и S - унитар-

$$\sum_1^3 (\bar{\psi} J_\alpha \psi) (\bar{\psi} J_\alpha \psi), \quad (2.1)$$

$$\bar{u}_3 u_3. \quad (2.2)$$

Собственные значения оператора Казимира $C_2^{(2)}$ для рассматриваемых нами мультиплетов равны:

$$C_2^{(2)}(1) = 0, \quad C_2^{(2)}(3) = 2.$$

Таблица 5

J^{PC}	$SU(3)$	$Y=1$ $I=1/2$	$Y=0$ $I=0$	$Y=0$ $I=1$
0^{-+}	8	K_{495}	η_{550}	π_{490}
1^{--}	9	K_{890}^*	φ_{1020} ω_{780}	ρ_{765}

ные мультиплетности октета и синглета, $\varphi_{(AB)}$ и $\varphi_{[AB]}$ - симплектические мультиплетности с нечетными и четными спинами, h^{AB} - инвариантный антисимметричный тензор симплектической группы.

Таблица 6

J^{PC}	$SU(3)$	$Y=1$ $I=1/2$	$Y=0$ $I=0$	$Y=0$ $I=1$
0^{-+}	8	<u>495</u>	565	<u>140</u>
1^{-}	9	900	1020 765	<u>765</u>

Используя данные таблицы 1 и формулы (1.18), выпишем волновые функции мезонов, принадлежащих 35^{-} -плету (ограничимся рассмотрением одной проекции изоспина)

$$\begin{aligned}
 K_{495} &= u_1 \bar{u}_3 V_{(21)}((1/2)^2 00), \\
 \eta_{550} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \{u_1 \bar{u}_1 + u_2 \bar{u}_2 - 2u_3 \bar{u}_3\} V_{(21)}((1/2)^2 00), \\
 \pi_{140} &= u_1 \bar{u}_2 V_{(21)}((1/2)^2 00), \\
 K_{890}^* &= u_1 \bar{u}_3 V_{(11)}((1/2)^2 1M); \\
 \psi_{1020} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \{u_1 \bar{u}_1 + u_2 \bar{u}_2 - 2u_3 \bar{u}_3\} V_{(11)}((1/2)^2 1M), \\
 \omega_{780} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \{u_1 \bar{u}_1 + u_2 \bar{u}_2 + u_3 \bar{u}_3\} V_{(11)}((1/2)^2 1M), \\
 \rho_{765} &= u_1 \bar{u}_2 V_{(11)}((1/2)^2 1M).
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

Применяя теорему 5 к (2.3), построим массовые диаграммы для 35^{-} -плета. Эти диаграммы изображены на рис. 2 - 4. Они учитывают нарушение $SU(6)$ -симметрии в первом порядке по взаимодействиям (2.1) и (2.2).

Обозначая топологически различные диаграммы различными параметрами m_i , получим следующие формулы масс ⁶⁾:

$$\begin{aligned}
 K_{495} &= m_0 + m_1, \\
 \eta_{550} &= m_0 + \frac{4}{3} m_1, \\
 \pi_{140} &= m_0, \\
 K_{890}^* &= m_0 + m_1 + m_2, \\
 \psi_{1020} &= m_0 + 2m_1 + m_2, \\
 \omega_{780} &= m_0 + m_2, \\
 \rho_{765} &= m_0 + m_2.
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

6) Символы мезонов обозначают квадраты их масс.

Вычисленный по формулам (2.4) спектр масс 35^- -плета представлен в таблице 6 (массы даны в Мэв, подчеркнутые цифры являются входными данными).

Спектр вычислен при следующих значениях параметров m_i (Мэв)²: $m_0 = 140^2$, $m_1 = 475^2$, $m_2 = 752^2$.

Из массовых формул (2.4) следует, что угол смешивания состояний $\psi - \omega$ в нонете равен $\theta = \arccos \sqrt{\frac{2}{3}}$.

§ 2. Конфигурация $(1s \frac{1}{2})^1 (1p \frac{1}{2})^{-1}$

Если кварк и антикварк образуют конфигурацию $(1s \frac{1}{2})^1 (1p \frac{1}{2})^{-1}$, то согласно (1.2) мы снова имеем случай $SU(6)$ -симметрии. Техника вычислений предыдущего параграфа автоматически переносится на рассматриваемый случай. Поэтому ограничимся формулировкой основных результатов.

Мезонные супермультиплеты строятся из кварков следующим образом ⁴⁾:

$$6 \times \bar{6} = 35^+ + 1^+.$$

Содержание супермультиплета 35^+ приведено в таблице 7. Мезоны, входящие в 35^+ -плет, перечислены в таблице 8 ^{5,7)}.

Символами без массового индекса обозначены предсказываемые мезоны.

7) Экспериментальные данные о резонансах взяты из работы [149].

Таблица 7

$SU(6)$	$SU(3) \times SU(2)_T$
35^+	$(8, 1^+)$
	$(9, 3^+)$

Взаимодействия, нарушающие $SU(6)$ -симметрию, определяются выражениями (2.1) и (2.2). Волновые функции мезонов, принадлежащих 35^+ -плету, имеют вид

$$\alpha_{725} = u_1 \bar{u}_3 V_{(21)}((\frac{1}{2})^2 00),$$

$$S_{730} = \frac{1}{\sqrt{6}} \{u_1 \bar{u}_1 + u_2 \bar{u}_2 - 2u_3 \bar{u}_3\} V_{(21)}((\frac{1}{2})^2 00),$$

$$\pi(0) = u_1 \bar{u}_2 V_{(21)}((\frac{1}{2})^2 00),$$

$$C_{1215} = u_1 \bar{u}_3 V_{(11)}((\frac{1}{2})^2 1M),$$

$$\eta(1) = \frac{1}{\sqrt{6}} \{u_1 \bar{u}_1 + u_2 \bar{u}_2 - 2u_3 \bar{u}_3\} V_{(11)}((\frac{1}{2})^2 1M),$$

$$X(1) = \frac{1}{\sqrt{3}} \{u_1 \bar{u}_1 + u_2 \bar{u}_2 + u_3 \bar{u}_3\} V_{(11)}((\frac{1}{2})^2 1M),$$

$$A_{1070}^1 = u_1 \bar{u}_2 V_{(11)}((\frac{1}{2})^2 1M).$$

Таблица 8

J^{PC}	$SU(3)$	$Y=1$ $I=1/2$	$Y=0$ $I=0$	$Y=0$ $I=1$
0^{+-}	8	χ_{725}	S_{730}	$\pi(0)$
1^{++}	9	C_{1215}	$\eta(1)$ $X(1)$	A'_{1070}

Таблица 9

J^{PC}	$SU(3)$	$Y=1$ $I=1/2$	$Y=0$ $I=0$	$Y=0$ $I=1$
0^{+-}	8	<u>725</u>	800	440
1^{++}	9	<u>1215</u>	1345 1070	<u>1070</u>

Массовые диаграммы для 35^+ -плета изображены на рис. 2 - 4.

Эти диаграммы приводят к следующим формулам масс ⁶⁾:

$$\chi_{725} = m_0 + m_1,$$

$$S_{730} = m_0 + \frac{4}{3} m_1,$$

$$\pi(0) = m_0,$$

$$C_{1215} = m_0 + m_1 + m_2,$$

$$\eta(1) = m_0 + 2m_1 + m_2,$$

$$X(1) = m_0 + m_2,$$

$$A'_{1070} = m_0 + m_2.$$

Спектр масс 35^+ -плета представлен в таблице 9 (массы даны в Мэв, подчеркнутые цифры являются входными данными).

Спектр вычислен при следующих значениях параметров m_i (Мэв)²:

$$m_0 = 441^2, \quad m_1 = 576^2, \quad m_2 = 975^2.$$

Из массовых формул следует, что угол смешивания состояний $\eta - X$ в нонете равен $\theta = \arccos \sqrt{\frac{2}{3}}$.

§ 3. Конфигурация $(1p^{3/2})^1(1d^{3/2})^{-1}$

Рассмотрим конфигурацию $(1p^{3/2})^1(1d^{3/2})^{-1}$, состоящую из кварка и антикварка. Согласно (1.2) это будет случай $SU(12)$ -симметрии. Симметрия $SU(12)$ является нарушенной симметрией, которая понижается согласно схеме

$$SU(12) \supset SU(3) \times SU(4) ,$$

$$SU(4) \supset Sp(4) \supset SU(2)_T .$$

В качестве фундаментального мультиплета группы $SU(12)$ возьмем 12-плет кварков и представим его в виде

$$(q_{11} q_{12} q_{13} q_{14} q_{21} q_{22} q_{23} q_{24} q_{31} q_{32} q_{33} q_{34}) = (u_1 u_2 u_3) \times (v_1 v_2 v_3 v_4) ,$$

где $(u_1 u_2 u_3)$ - унитарный триплет, а $(v_1 v_2 v_3 v_4)$ - спиновый квартет.

Построим из кварков мезонные супермультиплеты ⁴⁾

$$12 \times \bar{12} = 143^+ + 1^+ .$$

Содержание супермультиплета 143^+ приведено в таблице 10.

Таблица 10

$SU(12)$	$SU(3) \times SU(4)$	$SU(3) \times Sp(4)$	$SU(3) \times SU(2)_T$
143^+	$(8, 1^+)$	$(8, 1^+)$	$(8, 1^+)$
	$(9, 15^+)$	$(9, 5^+)$	$(9, 5^+)$
		$(9, 10^+)$	$(9, 3^+)$
			$(9, 7^+)$

Мезоны, входящие в 143^+ -плет, перечислены в таблице 11 ^{5,7)}. Символами без массового индекса обозначены предсказываемые мезоны.

Взаимодействия, нарушающие $SU(12)$ -симметрию, имеют вид

$$\sum_1^{15} (\bar{v} F_\alpha v) (\bar{v} F_\alpha v) , \quad (2.5)$$

$$\sum_1^{10} (\bar{v} X_\alpha v) (\bar{v} X_\alpha v) , \quad (2.6)$$

$$\sum_1^3 (\bar{v} J_\alpha v) (\bar{v} J_\alpha v) , \quad (2.7)$$

$$\bar{u}_3 u_3 . \quad (2.8)$$

Таблица II

J^{PC}	$SU(3)$	$Y=1$ $I=1/2$	$Y=0$ $I=0$	$Y=0$ $I=1$
0^{++}	8	$K(0)$	$(K_1 K_1)_{1070}$	$(K\bar{K})_{1005}$
1^{+-}	g	C'_{1320}	E_{1420} D_{1285}	B_{1220}
2^{++}	g	K^*_{1405}	f'_{1500} f_{1255}	A^2_{1325}
3^{+-}	g	$K(3)$	$\eta(3)$ $X(3)$	$(3\pi)_{1630}$

Таблица I2

J^{PC}	$SU(3)$	$Y=1$ $I=1/2$	$Y=0$ $I=0$	$Y=0$ $I=1$
0^{++}	8	1110	1140	<u>1005</u>
1^{+-}	g	1305	1390 1220	<u>1220</u>
2^{++}	g	<u>1405</u>	1480 1325	<u>1325</u>
3^{+-}	g	1695	1760 1630	<u>1630</u>

Собственные значения операторов Казимира $C_2^{(4)}$, $Q_2^{(4)}$, $C_2^{(2)}$ для рассматриваемых нами мультиплетов равны:

$$C_2^{(4)}(1) = 0, \quad C_2^{(4)}(15) = -4,$$

$$Q_2^{(4)}(1) = 0, \quad Q_2^{(4)}(5) = 8, \quad Q_2^{(4)}(10) = 12,$$

$$C_2^{(2)}(1) = 0, \quad C_2^{(2)}(3) = 2, \quad C_2^{(2)}(5) = 6, \quad C_2^{(2)}(7) = 12.$$

Используя данные таблицы I и формулы (1.18), выпишем волновые функции мезонов, принадлежащих 143^+ -плету (ограничимся рассмотрением одной проекции изоспина)

$$K(0) = u_1 \bar{u}_3 V_{(21)}^{((3/2)^2} [0](00)00),$$

$$(K_1 K_1)_{1070} = \frac{1}{\sqrt{6}} \{u_1 \bar{u}_1 + u_2 \bar{u}_2 - 2u_3 \bar{u}_3\} V_{(21)}^{((3/2)^2} [0](00)00),$$

$$(K\bar{K})_{1005} = u_1 \bar{u}_2 V_{(21)}^{((3/2)^2} [0](00)00),$$

$$C'_{1320} = u_1 \bar{u}_3 V_{(11)}^{((3/2)^2} [211](20)1M),$$

$$E_{1420} = \frac{1}{\sqrt{6}} \{u_1 \bar{u}_1 + u_2 \bar{u}_2 - 2u_3 \bar{u}_3\} V_{(11)}^{((3/2)^2} [211](20)1M),$$

$$D_{1285} = \frac{1}{\sqrt{3}} \{u_1 \bar{u}_1 + u_2 \bar{u}_2 + u_3 \bar{u}_3\} V_{(11)}^{((3/2)^2} [211](20)1M),$$

$$B_{1220} = u_1 \bar{u}_2 V_{(11)}^{((3/2)^2} [211](20)1M),$$

$$K_{1405}^* = u_1 \bar{u}_3 V_{(21)}((3/2)^2 [211](11) 2M), \quad (2.9)$$

$$f_{1500}' \sim \frac{1}{\sqrt{6}} \{u_1 \bar{u}_1 + u_2 \bar{u}_2 - 2u_3 \bar{u}_3\} V_{(21)}((3/2)^2 [211](11) 2M),$$

$$f_{1255}' \sim \frac{1}{\sqrt{3}} \{u_1 \bar{u}_1 + u_2 \bar{u}_2 + u_3 \bar{u}_3\} V_{(21)}((3/2)^2 [211](11) 2M),$$

$$A_{1325}^2 = u_1 \bar{u}_2 V_{(21)}((3/2)^2 [211](11) 2M),$$

$$K(3) = u_1 \bar{u}_3 V_{(11)}((3/2)^2 [211](20) 3M),$$

$$\eta(3) = \frac{1}{\sqrt{6}} \{u_1 \bar{u}_1 + u_2 \bar{u}_2 - 2u_3 \bar{u}_3\} V_{(11)}((3/2)^2 [211](20) 3M),$$

$$X(3) = \frac{1}{\sqrt{3}} \{u_1 \bar{u}_1 + u_2 \bar{u}_2 + u_3 \bar{u}_3\} V_{(11)}((3/2)^2 [211](20) 3M),$$

$$(3\pi)_{1630} = u_1 \bar{u}_2 V_{(11)}((3/2)^2 [211](20) 3M).$$

Применяя теорему 5 к (2.9), построим массовые диаграммы для 143^+ -плета. Эти диаграммы изображены на рис. 2 - 4. Они учитывают нарушение $SU(12)$ - симметрии в первом порядке по взаимодействиям (2.5) - (2.8).

Обозначая топологически различные диаграммы различными параметрами m_i , получим следующие формулы масс⁶⁾:

$$K(0) = m_0 + m_1,$$

$$(K_1 K_1)_{1070} = m_0 + \frac{4}{3} m_1,$$

$$(K \bar{K})_{1005} = m_0,$$

$$C'_{1320} = m_0 + m_1 + m_2 + 3m_3 + m_4,$$

$$E_{1420} = m_0 + 2m_1 + m_2 + 3m_3 + m_4,$$

$$D_{1285} = m_0 + m_2 + 3m_3 + m_4,$$

$$B_{1220} = m_0 + m_2 + 3m_3 + m_4,$$

$$K_{1405}^* = m_0 + m_1 + 3m_2 + 2m_3 + m_4,$$

2.10

$$f_{1500}' = m_0 + 2m_1 + 3m_2 + 2m_3 + m_4,$$

$$f_{1255}' = m_0 + 3m_2 + 2m_3 + m_4,$$

$$A_{1325}^2 = m_0 + 3m_2 + 2m_3 + m_4,$$

$$K(3) = m_0 + m_1 + 6m_2 + 3m_3 + m_4,$$

$$\eta(3) = m_0 + 2m_1 + 6m_2 + 3m_3 + m_4,$$

$$X(3) = m_0 + 6m_2 + 3m_3 + m_4,$$

$$(3\pi)_{1630} = m_0 + 6m_2 + 3m_3 + m_4.$$

Вычисленный по формулам (2.10) спектр масс 143^+ -плета представлен в таблице 12 (массы даны в Мэв, подчеркнутые цифры являются входными данными).

Спектр вычислен при следующих значениях параметров m_i (Мэв)²:

$$m_0 = 1005^2, m_1 = 467^2, m_2 = 483^2, m_3 = 447^2, m_4 = -597^2.$$

Из массовых формул (2.10) следует, что углы смешивания состояний $E-D$, $f'-f$, $\eta-X$ в нонетах равны $\theta = \arccos \sqrt{\frac{2}{3}}$.

В заключение отметим, что предложенная модель кинетических супермультиплетов позволяет в согласии с опытом систематизировать все обнаруженные до сих пор достоверные мезонные резонансы, причем абсолютные погрешности вычисленных масс не превосходят ширины резонансов [149].

§ 1. Конфигурация $(1s \frac{1}{2})^3$

Рассмотрим конфигурацию $(1s \frac{1}{2})^3$, состоящую из трех кварков. Согласно (1.2) это будет случай $SU(6)$ -симметрии. Схема понижения симметрии $SU(6)$ и факторизация фундаментального секстета кварков изложены в § 1 предыдущей главы.

Построим из кварков барионные супермультиплеты ⁸⁾

$$6 \times 6 \times 6 = 70^+ + 70^+ + 56^+ + 20^+.$$

Будем считать, что кварки являются парафермионами порядка 3, которые квантуются согласно предписанию Грина [101]:

$$[\hat{a}_\lambda^{(\alpha)} \hat{a}_\mu^{(\alpha)}]_+ = 0, \quad [\hat{a}_\lambda^{(\alpha)} \hat{a}_\mu^{(\beta)}]_- = 0 \quad (\alpha \neq \beta),$$

где $\hat{a}_\lambda^{(\alpha)} = \sum_{\alpha=1}^3 a_\lambda^{(\alpha)}$ - оператор рождения кварка.

Тогда в чистой конфигурации барионы описываются полностью симметричным супермультиплетом 56^+ .

Содержание супермультиплета 56^+ приведено в таблицах 13 и 14.

8) Четность бариона определяется формулой

$$P = (-1)^{2l_1 + l_2}.$$

Таблица 13

$SU(6)$	$SU(3) \times SU(2)_F$
56^+	$(8, 2^+)$
	$(10, 4^+)$

Взаимодействия, нарушающие $SU(6)$ -симметрию, имеют вид

$$\sum_P \sum_1^3 (\bar{\psi} J_\alpha \psi)(\bar{\psi} J_\alpha \psi)(\bar{\psi} \psi), \quad (3.1)$$

$$\bar{u}_3 u_3. \quad (3.2)$$

Собственные значения оператора Казимира $C_2^{(2)}$ для рассматриваемых нами мультиплетов равны :

$$C_2^{(2)}(2) = \frac{3}{4}, \quad C_2^{(2)}(4) = \frac{15}{4}.$$

Используя данные таблицы 2 и формулы (1.19), выпишем волновые функции барионов, принадлежащих 56^+ -плету (ограничимся рассмотрением одной проекции изоспина)

Таблица 14

J^P	$SU(3)$	$Y=1$ $I=1/2$	$Y=1$ $I=3/2$	$Y=0$ $I=0$	$Y=0$ $I=1$	$Y=-1$ $I=1/2$	$Y=-2$ $I=0$
$1/2^+$	8	N_{940}	Δ_{1235}	Λ_{1115}	Σ_{1190}	Ξ_{1320}	Ω_{1645}
$3/2^+$	10				Σ_{1385}^*	Ξ_{1520}^*	

Таблица 15

J^P	$SU(3)$	$Y=1$ $I=1/2$	$Y=1$ $I=3/2$	$Y=0$ $I=0$	$Y=0$ $I=1$	$Y=-1$ $I=1/2$	$Y=-2$ $I=0$
$1/2^+$	8	940		1115	1175	1320	
$3/2^+$	10		1240		1385	1530	1675

$$\begin{aligned}
N_{940} &= u_1 u_1 u_2 V\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{1}{2} M\right), \\
&\quad (211) \\
\Lambda_{1115} &= u_1 u_2 u_3 V\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{1}{2} M\right), \\
&\quad (121) \\
\Sigma_{1190} &= u_1 u_1 u_3 V\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{1}{2} M\right), \\
&\quad (211) \\
\Xi_{1320} &= u_3 u_3 u_1 V\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{1}{2} M\right), \\
&\quad (211) \\
\Delta_{1235} &= u_1 u_1 u_2 V\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{3}{2} M\right), \\
&\quad (111) \\
\Sigma_{1385}^* &= u_1 u_1 u_3 V\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{3}{2} M\right), \\
&\quad (111) \\
\Xi_{1530}^* &= u_3 u_3 u_1 V\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{3}{2} M\right), \\
&\quad (111) \\
\Omega_{1675} &= u_3 u_3 u_3 V\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{3}{2} M\right). \\
&\quad (111)
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Применяя теорему 5 к (3.3), построим массовые диаграммы для 56^+ -плета. Эти диаграммы изображены на рис. 5 и 6. Они учитывают нарушение $SU(6)$ - симметрии в первом порядке по взаимодействиям (3.1) и (3.2).

Обозначая топологически различные диаграммы различными

параметрами m_i , получим следующие формулы масс⁹⁾:

$$\begin{aligned}
N_{940} &= m_0 + m_3, \\
\Lambda_{1115} &= m_0 + m_1 + m_3, \\
\Sigma_{1190} &= m_0 + m_2 + m_3, \\
\Xi_{1320} &= m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2) + m_3, \\
\Delta_{1235} &= m_0 + 5m_3, \\
\Sigma_{1385}^* &= m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 - m_2) + 5m_3, \\
\Xi_{1530}^* &= m_0 + 2m_1 + m_1 - m_2 + 5m_3, \\
\Omega_{1675} &= m_0 + 3m_1 + \frac{3}{2}(m_1 - m_2) + 5m_3.
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Вычисленный по формулам (3.4) спектр масс 56^+ -плета представлен в таблице 15 (массы даны в Мэв, подчеркнутые цифры являются входными данными).

Спектр вычислен при следующих значениях параметров m_i (Мэв):

$$m_0 = 865, \quad m_1 = 175, \quad m_2 = 235, \quad m_3 = 75.$$

9) Символы барионов обозначают их массы.

§ 2. Конфигурация $(1s^{1/2})^2(1p^{1/2})^1$

Если три кварка образуют конфигурацию $(1s^{1/2})^2(1p^{1/2})^1$, то согласно (1.2) мы снова имеем случай $SU(6)$ -симметрии. Техника вычислений предыдущего параграфа автоматически переносится на рассматриваемый случай. Поэтому ограничимся формулировкой основных результатов. Барийные супермультиплеты строятся из кварков следующим образом ⁸⁾:

$$6 \times 6 \times 6 = 70^- + 70^- + 56^- + 20^- .$$

Будем считать, что кварки, принадлежащие разным уровням, подчиняются аномальному предписанию Грина, в котором антикоммутаторы заменены на коммутаторы и наоборот. Тогда в смешанной конфигурации барионы описываются супермультиплетом смешанной симметрии 70^- . Содержание супермультиплета 70^- приведено в таблице 16.

Таблица 16

$SU(6)$	$SU(3) \times SU(2)_T$
70^-	$(1, 2^-)$
	$(8, 2^-)$
	$(8, 4^-)$
	$(10, 2^-)$

Барионы, входящие в 70^- -плет, перечислены в табл. 17 ⁷⁾. Символами без массового индекса обозначены предсказываемые барионы. Взаимодействия, нарушающие $SU(6)$ -симметрию, делятся выражениями (3.1) и (3.2). Волновые функции барионов, принадлежащих 70^- -плету, имеют вид

$$\Lambda_{1405}^* = u_1 u_2 u_3 V_{(121)}((1/2)^3 1/2 M),$$

$$N_{1690} = u_1 u_1 u_2 V_{(211)}((1/2)^3 1/2 M),$$

$$\Lambda(1/2) = u_1 u_2 u_3 V_{(121)}((1/2)^3 1/2 M),$$

$$\Sigma(1/2) = u_1 u_1 u_3 V_{(211)}((1/2)^3 1/2 M),$$

$$\Xi(1/2) = u_3 u_3 u_1 V_{(211)}((1/2)^3 1/2 M),$$

$$\Delta_{1690} = u_1 u_1 u_2 V_{(211)}((1/2)^3 1/2 M),$$

$$\Sigma^*(1/2) = u_1 u_1 u_3 V_{(211)}((1/2)^3 1/2 M),$$

$$\Xi^*(1/2) = u_3 u_3 u_1 V_{(211)}((1/2)^3 1/2 M),$$

$$\begin{aligned} \Omega(1/2) &= u_3 u_3 u_3 V_{(211)}((1/2)^3 1/2 M), \\ N(3/2) &= u_1 u_1 u_2 V_{(111)}((1/2)^3 3/2 M), \\ \Lambda(3/2) &= u_1 u_2 u_3 V_{(111)}((1/2)^3 3/2 M), \\ \Sigma(3/2) &= u_1 u_1 u_3 V_{(111)}((1/2)^3 3/2 M), \\ \Xi(3/2) &= u_3 u_3 u_1 V_{(111)}((1/2)^3 3/2 M). \end{aligned}$$

Массовые диаграммы для 70^- -плета изображены на рис. 5 и 6.

Эти диаграммы приводят к следующим формулам масс ⁹⁾:

$$\Lambda_{1405}^* = m_0 + m_2 + \frac{1}{2}(m_2 - m_1) + m_3,$$

$$N_{1690} = m_0 + m_3,$$

$$\Lambda(1/2) = m_0 + m_1 + m_3,$$

$$\Sigma(1/2) = m_0 + m_2 + m_3,$$

$$\Xi(1/2) = m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2) + m_3,$$

Таблица 17

J ^P	SU(3)	Y=1 I=1/2	Y=1 I=3/2	Y=0 I=0	Y=0 I=1	Y=-1 I=1/2	Y=-2 I=0
1/2 ⁻	1	Λ_{1405}^*					
1/2 ⁻	8	N_{1690}					
1/2 ⁻	10	Δ_{1690}					
3/2 ⁻	8	$N(3/2)$					
		$\Lambda(1/2)$					
		$\Sigma(1/2)$					
		$\Sigma^*(1/2)$					
		$\Omega(1/2)$					
		$\Lambda(3/2)$					
		$\Sigma(3/2)$					

$$\Omega(1/2) = u_3 u_3 u_3 V_{(211)}((1/2)^3 1/2 M),$$

$$N(3/2) = u_1 u_1 u_2 V_{(111)}((1/2)^3 3/2 M),$$

$$\Lambda(3/2) = u_1 u_2 u_3 V_{(111)}((1/2)^3 3/2 M),$$

$$\Sigma(3/2) = u_1 u_1 u_3 V_{(111)}((1/2)^3 3/2 M),$$

$$\Xi(3/2) = u_3 u_3 u_1 V_{(111)}((1/2)^3 3/2 M).$$

Массовые диаграммы для 70^- -плета изображены на рис. 5 и 6.

Эти диаграммы приводят к следующим формулам масс ⁹⁾:

$$\Lambda_{1405}^* = m_0 + m_2 + \frac{1}{2} (m_2 - m_1) + m_3,$$

$$N_{1690} = m_0 + m_3,$$

$$\Lambda(1/2) = m_0 + m_1 + m_3,$$

$$\Sigma(1/2) = m_0 + m_2 + m_3,$$

$$\Xi(1/2) = m_0 + m_1 + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) + m_3,$$

Таблица I7

J^P	$SU(3)$	$Y=1$ $I=1/2$	$Y=1$ $I=3/2$	$Y=0$ $I=0$	$Y=0$ $I=1$	$Y=-1$ $I=1/2$	$Y=-2$ $I=0$
$1/2^-$	1			Λ_{1405}^*			
$1/2^-$	8	N_{1690}		$\Lambda(1/2)$	$\Sigma(1/2)$	$\Xi(1/2)$	
$1/2^-$	10		Δ_{1690}		$\Sigma^*(1/2)$	$\Xi^*(1/2)$	$\Omega(1/2)$
$3/2^-$	8	$N(3/2)$		$\Lambda(3/2)$	$\Sigma(3/2)$	$\Xi(3/2)$	

$$\begin{aligned}
\Delta_{1690} &= m_0 + m_3, \\
\Sigma^*(1/2) &= m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 - m_2) + m_3, \\
\Xi^*(1/2) &= m_0 + 2m_1 + m_1 - m_2 + m_3, \\
\Omega(1/2) &= m_0 + 3m_1 + \frac{3}{2}(m_1 - m_2) + m_3, \\
N(3/2) &= m_0 + 5m_3, \\
\Lambda(3/2) &= m_0 + m_1 + 5m_3, \\
\Sigma(3/2) &= m_0 + m_2 + 5m_3, \\
\Xi(3/2) &= m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2) + 5m_3.
\end{aligned}
\tag{3.5}$$

Из-за неполноты входных данных для формул (3.5) мы лишены возможности вычислить спектр масс 70^- -плета. Поэтому ограничимся сводкой соотношений между массами, следующих из (3.5):

$$\begin{aligned}
\Lambda(1/2) + 2\Lambda_{1405}^* &= 3\Sigma(1/2), \\
2N_{1690} + 2\Xi(1/2) &= 3\Lambda(1/2) + \Sigma(1/2), \\
\Delta_{1690} &= N_{1690},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma(1/2) + 2\Sigma^*(1/2) &= 3\Lambda(1/2), \\
N_{1690} + \Sigma(1/2) + \Xi^*(1/2) &= 3\Lambda(1/2), \\
4N_{1690} + 3\Sigma(1/2) + 2\Omega(1/2) &= 9\Lambda(1/2), \\
N_{1690} + \Lambda(3/2) &= N(3/2) + \Lambda(1/2), \\
N_{1690} + \Sigma(3/2) &= N(3/2) + \Sigma(1/2), \\
4N_{1690} + 2\Xi(3/2) &= 2N(3/2) + 3\Lambda(1/2) + \Sigma(1/2).
\end{aligned}$$

§ 3. Конфигурация $(1p^{3/2})^3$

Рассмотрим конфигурацию $(1p^{3/2})^3$, состоящую из трех кварков. Согласно (1.2) это будет случай $SU(12)$ -симметрии. Схема понижения симметрии $SU(12)$ и факторизация фундаментального 12-плета кварков изложены в § 3 предыдущей главы.

Построим из кварков барионные супермультиплеты⁸⁾

$$12 \times 12 \times 12 = 572^- + 572^- + 364^- + 220^-.$$

Так как кварки подчиняются парастатистике, то в чистой конфигурации барионы описываются полностью симметричным 364^- -плетом. Содержание супермультиплета 364^- приведено в таблице 18.

Барионы, входящие в 364^- -плет, перечислены в таблице 19⁷⁾. Символами без массового индекса обозначены предсказываемые барионы.

Таблица 18

$SU(12)$	$SU(3) \times SU(4)$	$SU(3) \times Sp(4)$	$SU(3) \times SU(2)_T$
364^-	$(1, 4^-)$	$(1, 4^-)$	$(1, 4^-)$
	$(8, 20^-)$	$(8, 4^-)$	$(8, 4^-)$
		$(8, 16^-)$	$(8, 2^-)$
			$(8, 6^-)$
			$(8, 8^-)$
	$(10, 20'^-)$	$(10, 20^-)$	$(10, 4^-)$
			$(10, 6^-)$
			$(10, 10^-)$

Взаимодействия, нарушающие $SU(12)$ -симметрию, имеют вид

$$\sum_P \rho \sum_1^{15} (\bar{\psi} F_\alpha \psi) (\bar{\psi} F_\alpha \psi) (\bar{\psi} \psi), \quad (3.6)$$

$$\sum_P \rho \sum_1^{10} (\bar{\psi} X_\alpha \psi) (\bar{\psi} X_\alpha \psi) (\bar{\psi} \psi), \quad (3.7)$$

$$\sum_P \rho \sum_1^3 (\bar{\psi} J_\alpha \psi) (\bar{\psi} J_\alpha \psi) (\bar{\psi} \psi), \quad (3.8)$$

$$\bar{u}_3 u_3 \quad (3.9)$$

Таблица 19

J^P	$SU(3)$	$Y=1$ $I=1/2$	$Y=1$ $I=3/2$	$Y=0$ $I=0$	$Y=0$ $I=1$	$Y=-1$ $I=1/2$	$Y=-2$ $I=0$
$1/2^-$	8	N_{1520}	Λ_{1660}	Λ_{1660}	$\Sigma(1/2)$	$\Xi(1/2)$	$\Xi(1/2)$
$3/2^-$	1	Λ_{1520}^*	Λ_{1520}^*				
$3/2^-$	8	N_{1520}	$\Lambda(3/2)$	$\Lambda(3/2)$	Σ_{1660}	Ξ_{1660}	Ξ_{1615}
$3/2^-$	10		$\Delta(3/2)$	$\Delta(3/2)$	$\Sigma^*(3/2)$	$\Xi^*(3/2)$	$\Omega(3/2)$
$5/2^-$	8	N_{1690}	Λ_{1850}	Λ_{1850}	$\Sigma(5/2)$	$\Xi(5/2)$	$\Xi(5/2)$
$5/2^-$	10		$\Delta(5/2)$	$\Delta(5/2)$	$\Sigma^*(5/2)$	$\Xi^*(5/2)$	$\Omega(5/2)$
$7/2^-$	8	N_{2190}	Λ_{2120}	Λ_{2120}	$\Sigma(7/2)$	$\Xi(7/2)$	$\Xi(7/2)$
$9/2^-$	10		Δ_{2420}	Δ_{2420}	$\Sigma^*(9/2)$	$\Xi^*(9/2)$	$\Omega(9/2)$

Собственные значения операторов Казимира $C_2^{(4)}, Q_2^{(4)}$, $C_2^{(2)}$ для рассматриваемых нами мультиплетов равны:

$$C_2^{(4)}(4) = -6, \quad C_2^{(4)}(20) = 0, \quad C_2^{(4)}(20') = 6,$$

$$Q_2^{(4)}(4) = 5, \quad Q_2^{(4)}(16) = 15, \quad Q_2^{(4)}(20) = 21,$$

$$C_2^{(2)}(2) = \frac{3}{4}, \quad C_2^{(2)}(4) = \frac{15}{4}, \quad C_2^{(2)}(6) = \frac{35}{4},$$

$$C_2^{(2)}(8) = \frac{63}{4}, \quad C_2^{(2)}(10) = \frac{99}{4}.$$

Используя данные таблицы 2 и формулы (1.19), выпишем волновые функции барионов, принадлежащих 364^- -плету (ограничимся рассмотрением одной проекции изоспина)

$$N_{1520} = u_1 u_1 u_2 V_{(211)}^{((3/2)^3 [21] (21) 1/2 M)},$$

$$\Lambda_{1660} = u_1 u_2 u_3 V_{(121)}^{((3/2)^2 [21] (21) 1/2 M)},$$

$$\Sigma(1/2) = u_1 u_1 u_3 V_{(211)}^{((3/2)^3 [21] (21) 1/2 M)},$$

$$\Xi(1/2) = u_3 u_3 u_1 V_{(211)}^{((3/2)^3 [21] (21) 1/2 M)},$$

$$\Lambda_{1520}^* = u_1 u_2 u_3 V_{(321)}^{((3/2)^3 [111] (10) 3/2 M)},$$

$$N_{1520} = u_1 u_1 u_2 V_{(211)}^{((3/2)^3 [21] (10) 3/2 M)},$$

$$\Lambda(3/2) = u_1 u_2 u_3 V_{(121)}^{((3/2)^3 [21] (10) 3/2 M)},$$

$$\Sigma_{1660} = u_1 u_1 u_3 V_{(211)}^{((3/2)^3 [21] (10) 3/2 M)},$$

$$\Xi_{1815} = u_3 u_3 u_1 V_{(211)}^{((3/2)^3 [21] (10) 3/2 M)},$$

$$\Delta(3/2) = u_1 u_1 u_2 V_{(111)}^{((3/2)^3 [3] (30) 3/2 M)},$$

$$\Sigma^*(3/2) = u_1 u_1 u_3 V_{(111)}^{((3/2)^3 [3] (30) 3/2 M)},$$

$$\Xi^*(3/2) = u_3 u_3 u_1 V_{(111)}^{((3/2)^3 [3] (30) 3/2 M)},$$

$$\Omega(3/2) = u_3 u_3 u_3 V_{(111)}^{((3/2)^3 [3] (30) 3/2 M)},$$

$$N_{1690} = u_1 u_1 u_2 V_{(211)}^{((3/2)^3 [21] (21) 5/2 M)}, \quad (3.1)$$

$$\Lambda_{1850} = u_1 u_2 u_3 V_{(121)}^{((3/2)^3 [21] (21) 5/2 M)},$$

$$\Sigma_{1765} = u_1 u_1 u_3 V_{(211)}^{((3/2)^3 [21] (21) 5/2 M)},$$

$$\Xi(5/2) = u_3 u_3 u_1 V_{(211)}^{((3/2)^3 [21] (21) 5/2 M)}$$

$$\Delta(5/2) = u_1 u_1 u_2 V_{(111)}^{((3/2)^3 [3] (30) 5/2 M)},$$

$$\begin{aligned}
\Sigma^*(5/2) &= u_1 u_1 u_3 V_{(111)}((3/2)^3 [3](30)^{5/2} M), \\
\Xi^*(5/2) &= u_3 u_3 u_1 V_{(111)}((3/2)^3 [3](30)^{5/2} M), \\
\Omega(5/2) &= u_3 u_3 u_3 V_{(111)}((3/2)^3 [3](30)^{5/2} M), \\
N_{2190} &= u_1 u_1 u_2 V_{(211)}((3/2)^3 21^{7/2} M), \\
\Lambda_{2120} &= u_1 u_2 u_3 V_{(121)}((3/2)^3 21^{7/2} M), \\
\Sigma(7/2) &= u_1 u_1 u_3 V_{(211)}((3/2)^3 21^{7/2} M), \\
\Xi(7/2) &= u_3 u_3 u_1 V_{(211)}((3/2)^3 21^{7/2} M), \\
\Delta_{2420} &= u_1 u_1 u_2 V_{(111)}((3/2)^3 [3](30)^{9/2} M), \\
\Sigma^*(9/2) &= u_1 u_1 u_3 V_{(111)}((3/2)^3 [3](30)^{9/2} M), \\
\Xi^*(9/2) &= u_3 u_3 u_1 V_{(111)}((3/2)^3 [3](30)^{9/2} M), \\
\Omega(9/2) &= u_3 u_3 u_3 V_{(111)}((3/2)^3 [3](30)^{9/2} M).
\end{aligned}$$

Применяя теорему 5 к (3.10), построим массовые диаграммы для 364^- -плета. Эти диаграммы изображены на рис. 5 и 6. Они учитывают нарушение $SU(12)$ -симметрии в первом порядке по взаимодействиям (3.6)-(3.9).

Обозначая топологически различные диаграммы различными параметрами m_i , получим следующие формулы масс ⁹⁾:

$$\begin{aligned}
N_{1520} &= m_0 + 3m_3 + 15m_4, \\
\Lambda_{1660} &= m_0 + m_1 + 3m_3 + 15m_4, \\
\Sigma(1/2) &= m_0 + m_2 + 3m_3 + 15m_4, \\
\Xi(1/2) &= m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2) + 3m_3 + 15m_4, \\
\Lambda_{1520}^* &= m_0 + m_2 + \frac{1}{2}(m_2 - m_1) + 15m_3 + 5m_4 - m_5, \\
N_{1520} &= m_0 + 15m_3 + 5m_4, \\
\Lambda(3/2) &= m_0 + m_1 + 15m_3 + 5m_4, \\
\Sigma_{1660} &= m_0 + m_2 + 15m_3 + 5m_4, \\
\Xi_{1815} &= m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2) + 15m_3 + 5m_4, \\
\Delta(3/2) &= m_0 + 15m_3 + 21m_4 + m_5, \\
\Sigma^*(3/2) &= m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 - m_2) + 15m_3 + 21m_4 + m_5,
\end{aligned}$$

$$\Xi^*(3/2) = m_0 + 2m_1 + m_1 - m_2 + 15m_3 + 21m_4 + m_5,$$

$$\Omega(3/2) = m_0 + 3m_1 + \frac{3}{2}(m_1 - m_2) + 15m_3 + 21m_4 + m_5,$$

$$N_{1690} = m_0 + 35m_3 + 15m_4,$$

$$\Lambda_{1850} = m_0 + m_1 + 35m_3 + 15m_4,$$

$$\Sigma_{1765} = m_0 + m_2 + 35m_3 + 15m_4, \quad (3.11)$$

$$\Xi(5/2) = m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2) + 35m_3 + 15m_4,$$

$$\Delta(5/2) = m_0 + 35m_3 + 21m_4 + m_5,$$

$$\Sigma^*(5/2) = m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 - m_2) + 35m_3 + 21m_4 + m_5,$$

$$\Xi^*(5/2) = m_0 + 2m_1 + m_1 - m_2 + 35m_3 + 21m_4 + m_5,$$

$$\Omega(5/2) = m_0 + 3m_1 + \frac{3}{2}(m_1 - m_2) + 35m_3 + 21m_4 + m_5,$$

$$N_{2190} = m_0 + 63m_3 + 15m_4,$$

$$\Lambda_{2120} = m_0 + m_1 + 63m_3 + 15m_4,$$

$$\Sigma(7/2) = m_0 + m_2 + 63m_3 + 15m_4,$$

$$\Xi(7/2) = m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2) + 63m_3 + 15m_4,$$

$$\Delta_{2420} = m_0 + 99m_3 + 21m_4 + m_5,$$

$$\Sigma^*(9/2) = m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 - m_2) + 99m_3 + 21m_4 + m_5,$$

$$\Xi^*(9/2) = m_0 + 2m_1 + m_1 - m_2 + 99m_3 + 21m_4 + m_5,$$

$$\Omega(9/2) = m_0 + 3m_1 + \frac{3}{2}(m_1 - m_2) + 99m_3 + 21m_4 + m_5.$$

Вычисленный по формулам (3.11) спектр масс 364^- - плета представлен в таблице 20 (массы даны в Мэв, подчеркнутые цифры являются входными данными).

Спектр вычислен при следующих значениях параметров m_i (Мэв):

$$m_0 = 1385, \quad m_1 = 150, \quad m_2 = 140,$$

$$m_3 = 10, \quad m_4 = -3, \quad m_5 = 135.$$

J^P	$SU(3)$		$Y=1$	$Y=1$	$Y=0$	$Y=0$	$Y=0$	$Y=-1$	$Y=-2$
			$I=1/2$	$I=3/2$	$I=0$	$I=1$	$I=1/2$	$I=1/2$	$I=0$
$1/2^-$	8		1370		1520	1510	1665		
$3/2^-$	1				<u>1520</u>				
$3/2^-$	8		<u>1520</u>		1670	<u>1660</u>	<u>1815</u>		
$3/2^-$	10			1605		1760	1915	2070	
$5/2^-$	8		<u>1690</u>		1840	1830	1985		
$5/2^-$	10			1805		1960	2115	2270	
$7/2^-$	8		1970		<u>2120</u>	2110	2265		
$9/2^-$	10			2445		2600	2755	2910	

§ 4. Конфигурация $(1d^{5/2})^3$

Рассмотрим конфигурацию $(1d^{5/2})^3$, состоящую из трех кварков. Согласно (1.2) это будет случай $SU(18)$ -симметрии. Симметрия $SU(18)$ является нарушенной симметрией, которая понижается согласно схеме

$$SU(18) = SU(3) \times SU(6) ,$$

$$SU(6) = Sp(6) = SU(2)_T .$$

В качестве фундаментального мультиплетта группы $SU(18)$ возьмем 18-плет кварков и представим его в виде

$$(q_{11} q_{12} q_{13} q_{14} q_{15} q_{16} q_{21} q_{22} q_{23} q_{24} q_{25} q_{26} q_{31} q_{32} q_{33} q_{34} q_{35} q_{36}) =$$

$$= (u_1 u_2 u_3) \times (v_1 v_2 v_3 v_4 v_5 v_6) ,$$

где $(u_1 u_2 u_3)$ - унитарный триплет, а $(v_1 v_2 v_3 v_4 v_5 v_6)$ - спиновый секстет.

Построим из кварков барионные супермультиплеты ⁸⁾

$$18 \times 18 \times 18 = 1938^+ + 1938^+ + 1140^+ + 816^+ .$$

Так как кварки подчиняются парастатистике, то в чистой конфигурации барионы описываются полностью симметричным 1140^+ -плетом.

Содержание супермультиплетта 1140^+ приведено в таблице 21.

Барионы, входящие в 1140^+ -плет, перечислены в таблице 22 ⁷⁾. Символами без массового индекса обозначены предсказываемые барионы.

Взаимодействия, нарушающие $SU(18)$ -симметрию, имеют вид

$$\sum_P P \sum_1^{35} (\bar{\psi} F_\alpha \psi) (\bar{\psi} F_\alpha \psi) (\bar{\psi} \psi) \quad , \quad (3.12)$$

$$\sum_P P \sum_1^{24} (\bar{\psi} X_\alpha \psi) (\bar{\psi} X_\alpha \psi) (\bar{\psi} \psi) \quad , \quad (3.13)$$

$$\sum_P P \sum_1^3 (\bar{\psi} J_\alpha \psi) (\bar{\psi} J_\alpha \psi) (\bar{\psi} \psi) \quad , \quad (3.14)$$

$$\bar{u}_3 u_3 \quad . \quad (3.15)$$

Таблица 21

$SU(18)$	$SU(3) \times SU(6)$	$SU(3) \times Sp(6)$	$SU(3) \times SU(2)_T$
1140 ⁺	(1, 20 ⁺)	(1, 6 ⁺) (1, 14 ⁺)	(1, 6 ⁺) (1, 4 ⁺) (1, 10 ⁺)
	(8, 70 ⁺)	(8, 6 ⁺) (8, 64 ⁺)	(8, 6 ⁺) (8, 2 ⁺) (8, 4 ⁺) (8, 6 ⁺) (8, 8 ⁺) (8, 8 ⁺) (8, 10 ⁺) (8, 12 ⁺) (8, 14 ⁺)
	(10, 56 ⁺)	(10, 56 ⁺)	(10, 4 ⁺) (10, 6 ⁺) (10, 8 ⁺) (10, 10 ⁺) (10, 12 ⁺) (10, 16 ⁺)

Таблица 22

J^P	$SU(3)$	$Y=1$ $I=1/2$	$Y=1$ $I=3/2$	$Y=0$ $I=0$	$Y=0$ $I=1$	$Y=-1$ $I=1/2$	$Y=-2$ $I=0$
$1/2^+$	8	N_{1520}		$\Lambda(1/2)$	$\Sigma(1/2)$	$\Xi(1/2)$	
$3/2^+$	1			$\Lambda^*(3/2)$			
$3/2^+$	8	$N(3/2)$		$\Lambda(3/2)$	$\Sigma(3/2)$	$\Xi(3/2)$	
$3/2^+$	10		$\Delta(3/2)$		$\Sigma^*(3/2)$	$\Xi^*(3/2)$	$\Omega(3/2)$
$5/2^+$	1			$\Lambda^*(5/2)$			
$5/2^+$	8	N_{1650}		Λ_{1815}	Σ_{1860}	Ξ_{1935}	
$5/2^+$	8	$N(5/2)$		$\Lambda(5/2)$	$\Sigma(5/2)$	$\Xi(5/2)$	
$5/2^+$	10		$\Delta(5/2)$		$\Sigma^*(5/2)$	$\Xi^*(5/2)$	$\Omega(5/2)$
$7/2^+$	8	$N(7/2)$		$\Lambda(7/2)$	$\Sigma(7/2)$	$\Xi(7/2)$	

$\frac{7}{2}^+$	8	$N(\frac{7}{2})$	$\Lambda(\frac{7}{2})$	$\Sigma(\frac{7}{2})$	$\Xi(\frac{7}{2})$
$\frac{7}{2}^+$	10		Δ_{1925}	Σ_{2040}^*	$\Omega(\frac{7}{2})$
$\frac{9}{2}^+$	1		$\Lambda^*(\frac{9}{2})$		
$\frac{9}{2}^+$	8	$N(\frac{9}{2})$	$\Lambda(\frac{9}{2})$	$\Sigma(\frac{9}{2})$	$\Xi(\frac{9}{2})$
$\frac{9}{2}^+$	10		$\Delta(\frac{9}{2})$	$\Sigma^*(\frac{9}{2})$	$\Omega(\frac{9}{2})$
$\frac{11}{2}^+$	8	N_{2650}	$\Lambda(\frac{11}{2})$	$\Sigma(\frac{11}{2})$	$\Xi(\frac{11}{2})$
$\frac{11}{2}^+$	10		Δ_{2825}	$\Sigma^*(\frac{11}{2})$	$\Omega(\frac{11}{2})$
$\frac{13}{2}^+$	8	N_{3245}	$\Lambda(\frac{13}{2})$	$\Sigma(\frac{13}{2})$	$\Xi(\frac{13}{2})$
$\frac{15}{2}^+$	10		$\Delta(\frac{15}{2})$	$\Sigma^*(\frac{15}{2})$	$\Omega(\frac{15}{2})$

Собственные значения операторов Казимира $C_2^{(6)}$, $Q_2^{(6)}$, $C_2^{(2)}$ для рассматриваемых нами мультиплетов равны :

$$C_2^{(6)}(20) = -6, \quad C_2^{(6)}(70) = 0, \quad C_2^{(6)}(56) = 6,$$

$$Q_2^{(6)}(6) = 7, \quad Q_2^{(6)}(14) = 15, \quad Q_2^{(6)}(64) = 21, \quad Q_2^{(6)}(56) = 27,$$

$$C_2^{(2)}(2) = \frac{3}{4}, \quad C_2^{(2)}(4) = \frac{15}{4}, \quad C_2^{(2)}(6) = \frac{35}{4}, \quad C_2^{(2)}(8) = \frac{63}{4},$$

$$C_2^{(2)}(10) = \frac{99}{4}, \quad C_2^{(2)}(12) = \frac{143}{4}, \quad C_2^{(2)}(14) = \frac{195}{4}, \quad C_2^{(2)}(16) = \frac{255}{4}.$$

Используя данные таблицы 2 и формулы (1.19), выпишем волновые функции барионов, принадлежащих 1140^+ -плету (ограничимся рассмотрением одной проекции изospина)

$$N_{1520} = u_1 u_1 u_2 V_{(211)}((\frac{5}{2})^3 [21](210) \frac{1}{2} M),$$

$$\Lambda(\frac{1}{2}) = u_1 u_2 u_3 V_{(121)}((\frac{5}{2})^3 [21](210) \frac{1}{2} M),$$

$$\Sigma(\frac{1}{2}) = u_1 u_1 u_3 V_{(211)}((\frac{5}{2})^3 [21](210) \frac{1}{2} M),$$

$$\Xi(\frac{1}{2}) = u_3 u_3 u_1 V_{(211)}((\frac{5}{2})^3 [21](210) \frac{1}{2} M),$$

$$\begin{aligned}
\Lambda^{*(3/2)} &= u_1 u_2 u_3 V_{(321)}^{((5/2)^3 [111] (111) 3/2 M)}, \\
N^{(3/2)} &= u_1 u_1 u_2 V_{(211)}^{((5/2)^3 [21] (210) 3/2 M)}, \\
\Lambda^{(3/2)} &= u_1 u_2 u_3 V_{(121)}^{((5/2)^3 [21] (210) 3/2 M)}, \\
\Sigma^{(3/2)} &= u_1 u_1 u_3 V_{(211)}^{((5/2)^3 [21] (210) 3/2 M)}, \\
\Xi^{(3/2)} &= u_3 u_3 u_1 V_{(211)}^{((5/2)^3 [21] (210) 3/2 M)}, \\
\Delta^{(3/2)} &= u_1 u_1 u_2 V_{(111)}^{((5/2)^3 [3] (300) 3/2 M)}, \\
\Sigma^{*(3/2)} &= u_1 u_1 u_3 V_{(111)}^{((5/2)^3 [3] (300) 3/2 M)}, \\
\Xi^{*(3/2)} &= u_3 u_3 u_1 V_{(111)}^{((5/2)^3 [3] (300) 3/2 M)}, \\
\Omega^{(3/2)} &= u_3 u_3 u_3 V_{(111)}^{((5/2)^3 [3] (300) 3/2 M)}, \\
\Lambda^{*(5/2)} &= u_1 u_2 u_3 V_{(321)}^{((5/2)^3 [111] (100) 5/2 M)}, \\
N_{1690} &= u_1 u_1 u_2 V_{(211)}^{((5/2)^3 [21] (210) 5/2 M)}, \\
\Lambda_{1815} &= u_1 u_2 u_3 V_{(121)}^{((5/2)^3 [21] (210) 5/2 M)}, \\
\Sigma_{1860} &= u_1 u_1 u_3 V_{(211)}^{((5/2)^3 [21] (210) 5/2 M)}, \\
\Xi_{1935} &= u_3 u_3 u_1 V_{(211)}^{((5/2)^3 [21] (210) 5/2 M)}, \\
N^{(5/2)} &= u_1 u_1 u_2 V_{(211)}^{((5/2)^3 [21] (100) 5/2 M)}, \\
\Lambda^{(5/2)} &= u_1 u_2 u_3 V_{(121)}^{((5/2)^3 [21] (100) 5/2 M)},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma^{(5/2)} &= u_1 u_1 u_3 V_{(211)}^{((5/2)^3 [21] (100) 5/2 M)}, \\
\Xi^{(5/2)} &= u_3 u_3 u_1 V_{(211)}^{((5/2)^3 [21] (100) 5/2 M)}, \\
\Delta^{(5/2)} &= u_1 u_1 u_2 V_{(111)}^{((5/2)^3 [3] (300) 5/2 M)}, \\
\Sigma^{*(5/2)} &= u_1 u_1 u_3 V_{(111)}^{((5/2)^3 [3] (300) 5/2 M)}, \\
\Xi^{*(5/2)} &= u_3 u_3 u_1 V_{(111)}^{((5/2)^3 [3] (300) 5/2 M)}, \\
\Omega^{(5/2)} &= u_3 u_3 u_3 V_{(111)}^{((5/2)^3 [3] (300) 5/2 M)}, \\
N^{(7/2)} &= u_1 u_1 u_2 V_{(211)}^{((5/2)^3 [21] (210) 7/2 M)}, \\
\Lambda^{(7/2)} &= u_1 u_2 u_3 V_{(121)}^{((5/2)^3 [21] (210) 7/2 M)}, \\
\Sigma^{(7/2)} &= u_1 u_1 u_3 V_{(211)}^{((5/2)^3 [21] (210) 7/2 M)}, \\
\Xi^{(7/2)} &= u_3 u_3 u_1 V_{(211)}^{((5/2)^3 [21] (210) 7/2 M)}, \\
N^{(7/2)} &= u_1 u_1 u_2 V_{(211)}^{((5/2)^3 [21] (210) 7/2 M)}, \\
\Lambda^{(7/2)} &= u_1 u_2 u_3 V_{(121)}^{((5/2)^3 [21] (210) 7/2 M)}, \\
\Sigma^{(7/2)} &= u_1 u_1 u_3 V_{(211)}^{((5/2)^3 [21] (210) 7/2 M)}, \\
\Xi^{(7/2)} &= u_3 u_3 u_1 V_{(211)}^{((5/2)^3 [21] (210) 7/2 M)}, \\
\Delta_{1925} &= u_1 u_1 u_2 V_{(111)}^{((5/2)^3 [3] (300) 7/2 M)}, \\
\Sigma_{2040}^* &= u_1 u_1 u_3 V_{(111)}^{((5/2)^3 [3] (300) 7/2 M)},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Xi^*(7/2) &= u_3 u_3 u_1 V_{(111)}((5/2)^3 [3](300)^{7/2} M), \\
\Omega(7/2) &= u_3 u_3 u_3 V_{(111)}((5/2)^3 [3](300)^{7/2} M), \\
\Lambda^*(9/2) &= u_1 u_2 u_3 V_{(321)}((5/2)^3 111^{9/2} M), \\
N(9/2) &= u_1 u_1 u_2 V_{(211)}((5/2)^3 [21](210)^{9/2} M), \\
\Lambda(9/2) &= u_1 u_2 u_3 V_{(121)}((5/2)^3 [21](210)^{9/2} M), \\
\Sigma(9/2) &= u_1 u_1 u_3 V_{(211)}((5/2)^3 [21](210)^{9/2} M), \\
\Xi(9/2) &= u_3 u_3 u_1 V_{(211)}((5/2)^3 [21](210)^{9/2} M), \\
\Delta(9/2) &= u_1 u_1 u_2 V_{(111)}((5/2)^3 [3](300)^{9/2} M), \\
\Sigma^*(9/2) &= u_1 u_1 u_3 V_{(111)}((5/2)^3 [3](300)^{9/2} M), \\
\Xi^*(9/2) &= u_3 u_3 u_1 V_{(111)}((5/2)^3 [3](300)^{9/2} M), \\
\Omega(9/2) &= u_3 u_3 u_3 V_{(111)}((5/2)^3 [3](300)^{9/2} M), \\
N_{2650} &= u_1 u_1 u_2 V_{(211)}((5/2)^3 [21](210)^{11/2} M), \\
\Lambda(11/2) &= u_1 u_2 u_3 V_{(121)}((5/2)^3 [21](210)^{11/2} M), \\
\Sigma(11/2) &= u_1 u_1 u_3 V_{(211)}((5/2)^3 [21](210)^{11/2} M), \\
\Xi(11/2) &= u_3 u_3 u_1 V_{(211)}((5/2)^3 [21](210)^{11/2} M), \\
\Delta_{2825} &= u_1 u_1 u_2 V_{(111)}((5/2)^3 [3](300)^{11/2} M),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma^*(11/2) &= u_1 u_1 u_3 V_{(111)}((5/2)^3 [3](300)^{11/2} M), \\
\Xi^*(11/2) &= u_3 u_3 u_1 V_{(111)}((5/2)^3 [3](300)^{11/2} M), \\
\Omega(11/2) &= u_3 u_3 u_3 V_{(111)}((5/2)^3 [3](300)^{11/2} M), \\
N_{3245} &= u_1 u_1 u_2 V_{(211)}((5/2)^3 [21](210)^{13/2} M), \\
\Lambda(13/2) &= u_1 u_2 u_3 V_{(121)}((5/2)^3 [21](210)^{13/2} M), \\
\Sigma(13/2) &= u_1 u_1 u_3 V_{(211)}((5/2)^3 [21](210)^{13/2} M), \\
\Xi(13/2) &= u_3 u_3 u_1 V_{(211)}((5/2)^3 [21](210)^{13/2} M), \\
\Delta(15/2) &= u_1 u_1 u_2 V_{(111)}((5/2)^3 [3](300)^{15/2} M), \\
\Sigma^*(15/2) &= u_1 u_1 u_3 V_{(111)}((5/2)^3 [3](300)^{15/2} M), \\
\Xi^*(15/2) &= u_3 u_3 u_1 V_{(111)}((5/2)^3 [3](300)^{15/2} M), \\
\Omega(15/2) &= u_3 u_3 u_3 V_{(111)}((5/2)^3 [3](300)^{15/2} M).
\end{aligned}$$

Применяя теорему 5 к (3.16), построим массовые диаграммы для 1140^+ -плета. Эти диаграммы изображены на рис. 5 и 6. Они учитывают нарушение $SU(18)$ -симметрии в первом порядке по взаимодействиям (3.12) - (3.15).

Обозначая топологически различные диаграммы различны-
ми параметрами m_i , получим следующие формулы масс ⁹⁾:

$$N_{1520} = m_0 + 3m_3 + 21m_4,$$

$$\Lambda(1/2) = m_0 + m_1 + 3m_3 + 21m_4,$$

$$\Sigma(1/2) = m_0 + m_2 + 3m_3 + 21m_4,$$

$$\Xi(1/2) = m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2) + 3m_3 + 21m_4,$$

$$\Lambda^*(3/2) = m_0 + m_2 + \frac{1}{2}(m_2 - m_1) + 15m_3 + 15m_4 - m_5,$$

$$N(3/2) = m_0 + 15m_3 + 21m_4,$$

$$\Lambda(3/2) = m_0 + m_1 + 15m_3 + 21m_4,$$

$$\Sigma(3/2) = m_0 + m_2 + 15m_3 + 21m_4,$$

$$\Xi(3/2) = m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2) + 15m_3 + 21m_4,$$

$$\Delta(3/2) = m_0 + 15m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$\Sigma^*(3/2) = m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 - m_2) + 15m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$\Xi^*(3/2) = m_0 + 2m_1 + m_1 - m_2 + 15m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$\Omega(3/2) = m_0 + 3m_1 + \frac{3}{2}(m_1 - m_2) + 15m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$\Lambda^*(5/2) = m_0 + m_2 + \frac{1}{2}(m_2 - m_1) + 35m_3 + 7m_4 - m_5,$$

$$N_{1690} = m_0 + 35m_3 + 21m_4,$$

$$\Lambda_{1815} = m_0 + m_1 + 35m_3 + 21m_4,$$

$$\Sigma_{1860} = m_0 + m_2 + 35m_3 + 21m_4,$$

$$\Xi_{1935} = m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)$$

$$N(5/2) = m_0 + 35m_3 + 7m_4,$$

$$\Lambda(5/2) = m_0 + m_1 + 35m_3 + 7m_4,$$

$$\Sigma(5/2) = m_0 + m_2 + 35m_3 + 7m_4,$$

$$\Xi(5/2) = m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2) + 35m_3 + 7m_4,$$

$$\Delta(5/2) = m_0 + 35m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$\Sigma^*(5/2) = m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 - m_2) + 35m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$\Xi^*(5/2) = m_0 + 2m_1 + m_1 - m_2 + 35m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$\Omega(5/2) = m_0 + 3m_1 + \frac{3}{2}(m_1 - m_2) + 35m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$N(7/2) = m_0 + 63m_3 + 21m_4,$$

$$\Lambda(7/2) = m_0 + m_1 + 63m_3 + 21m_4,$$

$$\Sigma(7/2) = m_0 + m_2 + 63m_3 + 21m_4,$$

$$\Xi(7/2) = m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2) + 63m_3 + 21m_4,$$

$$N(7/2) = m_0 + 63m_3 + 21m_4,$$

$$\Lambda(\frac{7}{2}) = m_0 + m_1 + 63m_3 + 21m_4,$$

$$\Sigma(\frac{7}{2}) = m_0 + m_2 + 63m_3 + 21m_4,$$

$$\Xi(\frac{7}{2}) = m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2) + 63m_3 + 21m_4, \quad (3.17)$$

$$\Delta_{1925} = m_0 + 63m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$\Sigma^*_{2040} = m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 - m_2) + 63m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$\Xi^*(\frac{7}{2}) = m_0 + 2m_1 + m_1 - m_2 + 63m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$\Omega(\frac{7}{2}) = m_0 + 3m_1 + \frac{3}{2}(m_1 - m_2) + 63m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$\Lambda^*(\frac{9}{2}) = m_0 + m_2 + \frac{1}{2}(m_2 - m_1) + 99m_3 + 15m_4 - m_5,$$

$$V(\frac{9}{2}) = m_0 + 99m_3 + 21m_4,$$

$$\Lambda(\frac{9}{2}) = m_0 + m_1 + 99m_3 + 21m_4,$$

$$\Sigma(\frac{9}{2}) = m_0 + m_2 + 99m_3 + 21m_4,$$

$$\Xi(\frac{9}{2}) = m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2) + 99m_3 + 21m_4,$$

$$\Delta(\frac{9}{2}) = m_0 + 99m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$\Sigma^*(\frac{9}{2}) = m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 - m_2) + 99m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$\Xi^*(\frac{9}{2}) = m_0 + 2m_1 + m_1 - m_2 + 99m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$\Omega(\frac{9}{2}) = m_0 + 3m_1 + \frac{3}{2}(m_1 - m_2) + 99m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$N_{2650} = m_0 + 143m_3 + 21m_4,$$

$$\Lambda(\frac{11}{2}) = m_0 + m_1 + 143m_3 + 21m_4,$$

$$\Sigma(\frac{11}{2}) = m_0 + m_2 + 143m_3 + 21m_4,$$

$$\Xi(\frac{11}{2}) = m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2) + 143m_3 + 21m_4,$$

$$\Delta_{2825} = m_0 + 143m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$\Sigma^*(\frac{11}{2}) = m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 - m_2) + 143m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$\Xi^*(\frac{11}{2}) = m_0 + 2m_1 + m_1 - m_2 + 143m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$\Omega(\frac{11}{2}) = m_0 + 3m_1 + \frac{3}{2}(m_1 - m_2) + 143m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$N_{3245} = m_0 + 195m_3 + 21m_4,$$

$$\Lambda(\frac{13}{2}) = m_0 + m_1 + 195m_3 + 21m_4,$$

$$\Sigma(\frac{13}{2}) = m_0 + m_2 + 195m_3 + 21m_4,$$

$$\Xi(\frac{13}{2}) = m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2) + 195m_3 + 21m_4,$$

$$\Delta(\frac{15}{2}) = m_0 + 255m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$\Sigma^*(\frac{15}{2}) = m_0 + m_1 + \frac{1}{2}(m_1 - m_2) + 255m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$\Xi^*(\frac{15}{2}) = m_0 + 2m_1 + m_1 - m_2 + 255m_3 + 27m_4 + m_5,$$

$$\Omega(\frac{15}{2}) = m_0 + 3m_1 + \frac{3}{2}(m_1 - m_2) + 255m_3 + 27m_4 + m_5.$$

Вычисленный по формулам (3.17) спектр масс 1140^+ - плета представлен в таблице 23 (массы даны в Мэв, подчеркнутые цифры являются входными данными).

Спектр вычислен при следующих значениях параметров m_i (Мэв) :

$$m_1 = 125 , m_2 = 170 , m_3 = 11 ,$$

$$m_0 + 21 m_4 = 1305 ,$$

$$m_0 + 27 m_4 + m_5 = 1232 .$$

В заключение отметим, что предложенная модель кинетических супермультиплетов позволяет в согласии с опытом систематизировать все обнаруженные до сих пор достоверные барионные резонансы, причем абсолютные погрешности вычисленных масс не превосходят ширины резонансов [¹⁴⁹] .

Таблица 23

J^P	$SU(3)$	$Y=1$	$Y=1$	$Y=0$	$Y=0$	$Y=-1$	$Y=-2$
		$I=1/2$	$I=3/2$	$I=0$	$I=1$	$I=1/2$	$I=0$
$1/2^+$	8	1340		1465	1510	1615	
$3/2^+$	1			1670			
$3/2^+$	8	1470		1595	1640	1745	
$3/2^+$	10		1395		1500	1605	1710
$5/2^+$	1						
$5/2^+$	8	<u>1690</u>		<u>1815</u>	<u>1860</u>	1965	
$5/2^+$	8						
$5/2^+$	10		1615		1720	1825	1930
$7/2^+$	8	2000		2125	2170	2275	

$\frac{7}{2}^+$	8	2000	2125	2170	2275
$\frac{7}{2}^+$	10	<u>1925</u>		2030	2135
$\frac{9}{2}^+$	1		2595		2240
$\frac{9}{2}^+$	8	2395	2520	2565	2670
$\frac{9}{2}^+$	10		2320	2425	2530
$\frac{11}{2}^+$	8	2880	3005	3050	3155
$\frac{11}{2}^+$	10	<u>2825</u>		2930	3035
$\frac{13}{2}^+$	8	3450	3575	3620	3725
$\frac{15}{2}^+$	10		4035	4140	4245
					4350

§ 1. Коллинеарная группа

Для описания распадов и процессов рассеяния вперед и назад надо найти коллинеарную группу, отвечающую статической группе (1.2). Не составляет труда показать, что искомой коллинеарной группой будет группа

$$S[U(3) \times U(3) \times \dots \times U(3)] \quad (4.1)$$

($2j+1$ сомножителей),

где каждый сомножитель соответствует определенному состоянию спиральности. Действительно, группа (4.1) является такой подгруппой группы $SU[3(2j+1)]$, которая коммутирует с преобразованием Лоренца в плоскости Xy , перпендикулярной направлению движения.

Отметим также, что компланарной группой в нашей модели будет группа $SU(3)$.

В следующих параграфах мы приступим к нахождению соотношений между ширинами резонансов и между эффективными сечениями. Для этой цели мы применим хорошо известное в ядерной физике импульсное приближение [150, 151]. В модели кварков импульсное приближение формулируется следующим образом: амплитуда столкновения адрона с адроном равна сумме амплитуд столк-

новений каждого кварка, входящего в состав налетающего адрона с каждым кварком адрона - мишени.

Этот подход фактически позволит нам выйти за рамки группы (4.1) и получить такие соотношения, которые эта группа не дает, но которые хорошо согласуются с экспериментальными данными.

§ 2. Распады адронов

Найдем соотношения между парциальными ширинами мезонных и барионных резонансов. Рассмотрим двухчастичный парциальный распад некоторого адрона

$$H_k \rightarrow H_i H_j, \quad (4.2)$$

идущий по конкурирующим изотопическим каналам. Парциальная ширина резонанса в состоянии L_J пропорциональна величине [152]

$$\Gamma \sim \frac{(2P_{out})^{2L+1}}{M^2} \sum_{\text{изоканал}} |\langle H_k | H_i H_j \rangle|^2, \quad (4.3)$$

$$\text{где } P_{out} = \frac{1}{2M} \sqrt{[M^2 - (m+M)^2][M^2 - (m-M)^2]}$$

- величина импульса рождающихся частиц в системе покоя резонанса, M - масса резонанса, m и M - массы рождающихся частиц, $\langle H_k | H_i H_j \rangle$ - вершинная часть распада (4.2).

Для нахождения соотношений между вершинными частями $\langle H_k | H_i H_j \rangle$ применим импульсное приближение. Ограничимся исследованием распадов, для которых экспериментально определены относительные вероятности [149]:

$$\varphi_{1020} \rightarrow \begin{matrix} K_1 K_2 \\ K^+ K^- \end{matrix}, \quad f'_{1500} \rightarrow \begin{matrix} \bar{K} K \\ \bar{K} K^* \end{matrix}, \quad A^2_{1325} \rightarrow \begin{matrix} \rho \pi \\ \bar{K} K \\ \eta \pi \end{matrix},$$

$$K^*_{1405} \rightarrow \begin{matrix} K \pi \\ K^* \pi \end{matrix},$$

$$\Lambda^*_{1520} \rightarrow \begin{matrix} N \bar{K} \\ \Sigma \pi \end{matrix}, \quad \Lambda_{1815} \rightarrow \begin{matrix} N \bar{K} \\ \Sigma \pi \\ \Sigma^* \pi \\ \Lambda \eta \end{matrix}, \quad \Sigma^*_{1385} \rightarrow \begin{matrix} \Sigma \pi \\ \Lambda \pi \end{matrix},$$

$$\Sigma_{1660} \rightarrow \begin{matrix} N \bar{K} \\ \Sigma \pi \\ \Lambda \pi \\ \Lambda^*_{1405} \pi \end{matrix}, \quad \Sigma_{1765} \rightarrow \begin{matrix} N \bar{K} \\ \Sigma \pi \\ \Sigma^* \pi \\ \Lambda \pi \\ \Lambda^*_{1520} \pi \end{matrix}, \quad \Xi_{1815} \rightarrow \begin{matrix} \Lambda \bar{K} \\ \Xi \pi \\ \Xi^* \pi \end{matrix}.$$

Используя таблицы 1 и 2, построим диаграммы, вносящие вклад в вершинные части $\langle N_K | N_i N_j \rangle$ в импульсном приближении. Для мезонных распадов эти диаграммы представлены на рис. 7 - 9¹⁰⁾, для барионных распадов - на рис. 10 - 16¹⁰⁾.

Обозначая топологически эквивалентные диаграммы одинаковыми параметрами и применяя формулу (4.3), можно вычислить относительные ширины резонансов. Результаты вычислений для мезонных резонансов приведены в таблице 24, для барионных резонансов - в таблице 25 (символом Γ_0 обозначена относительная ширина, не исправленная на фактор фазового объема $(2p_{out})^{2L+1} / M^2$).

10) Так как адроны, участвующие в рассматриваемых процессах, принадлежат мультиплетам разных групп (4.1), то следует перейти к обобщенной подгруппе этих групп - $SU(3) \times e^{i\psi J_z}$ (где J_z - компонента спина в направлении движения, ψ - вещественный параметр). Тогда фундаментальные триплеты кварков, преобразующиеся по группе (4.1), можно представить в виде

$$(q_{1m} q_{2m} q_{3m}) = (u_1 u_2 u_3) \times v_m,$$

где $(u_1 u_2 u_3)$ - унитарный триплет, а v_m - спиральный синглет. Графические обозначения кварков приведены в таблице 3. На рисунках опущены v -линии, демонстрирующие сохранение спиральности. Цифры рядом с диаграммами отмечают количество эквивалентных диаграмм.

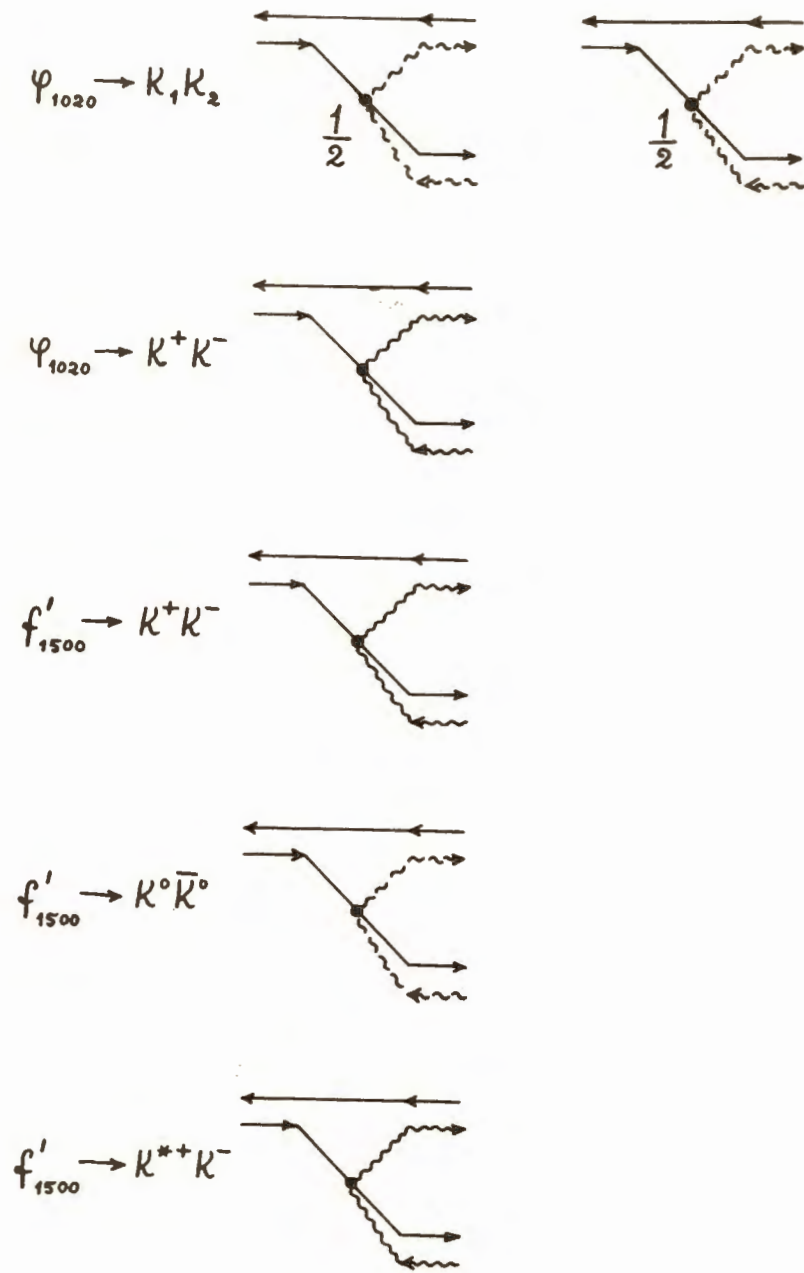


Рис. 7

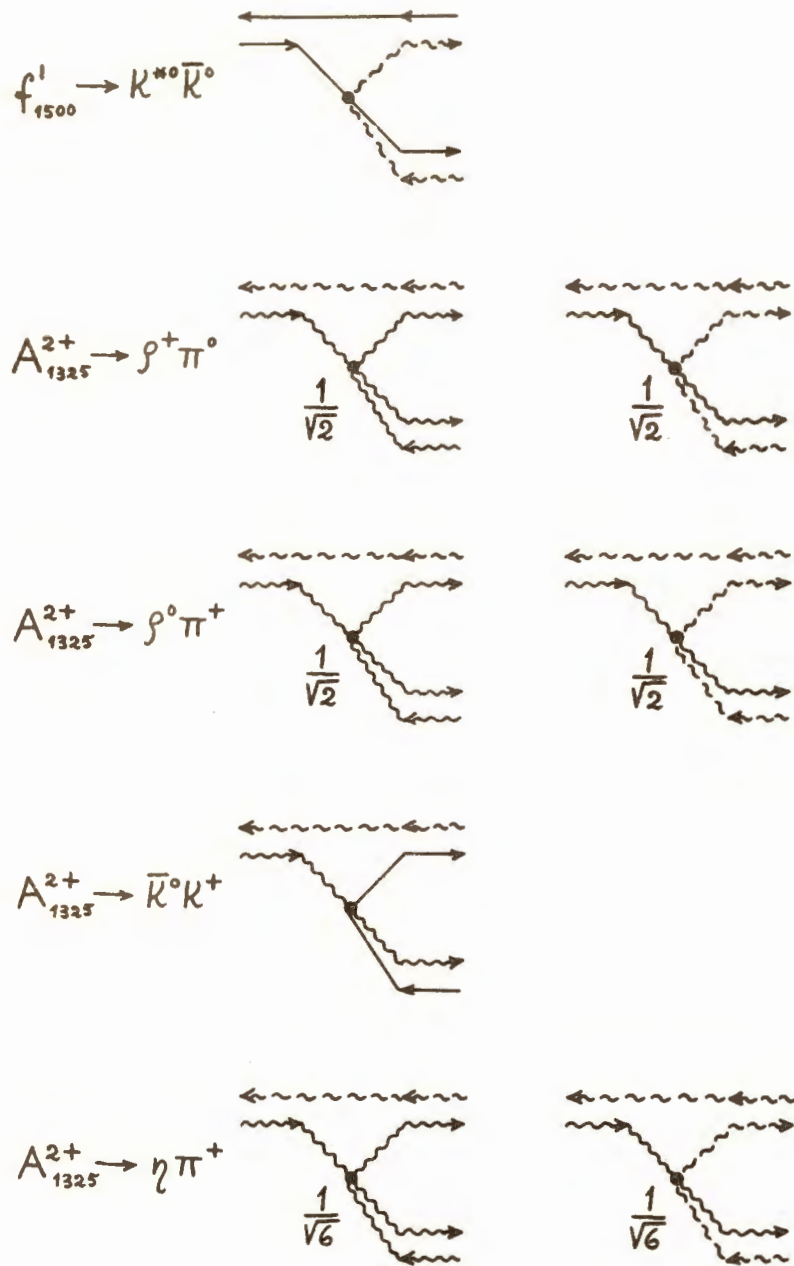


Рис. 8
96

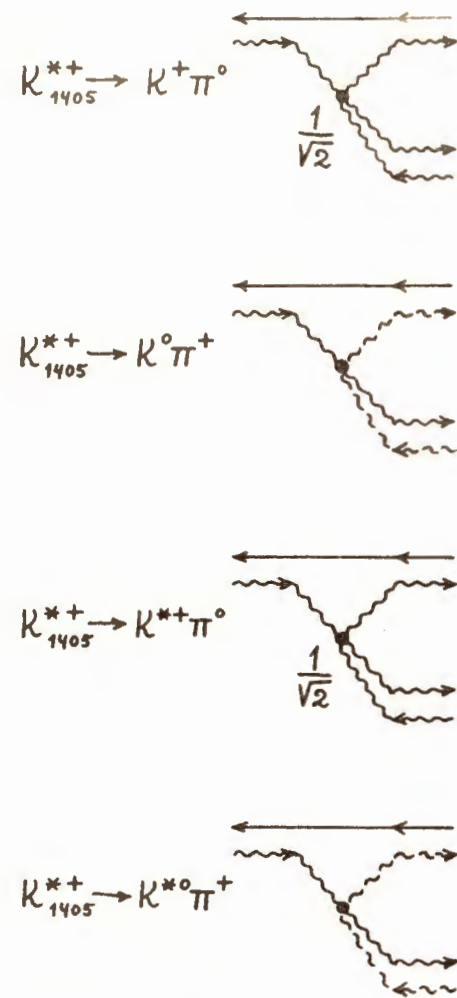


Рис. 9

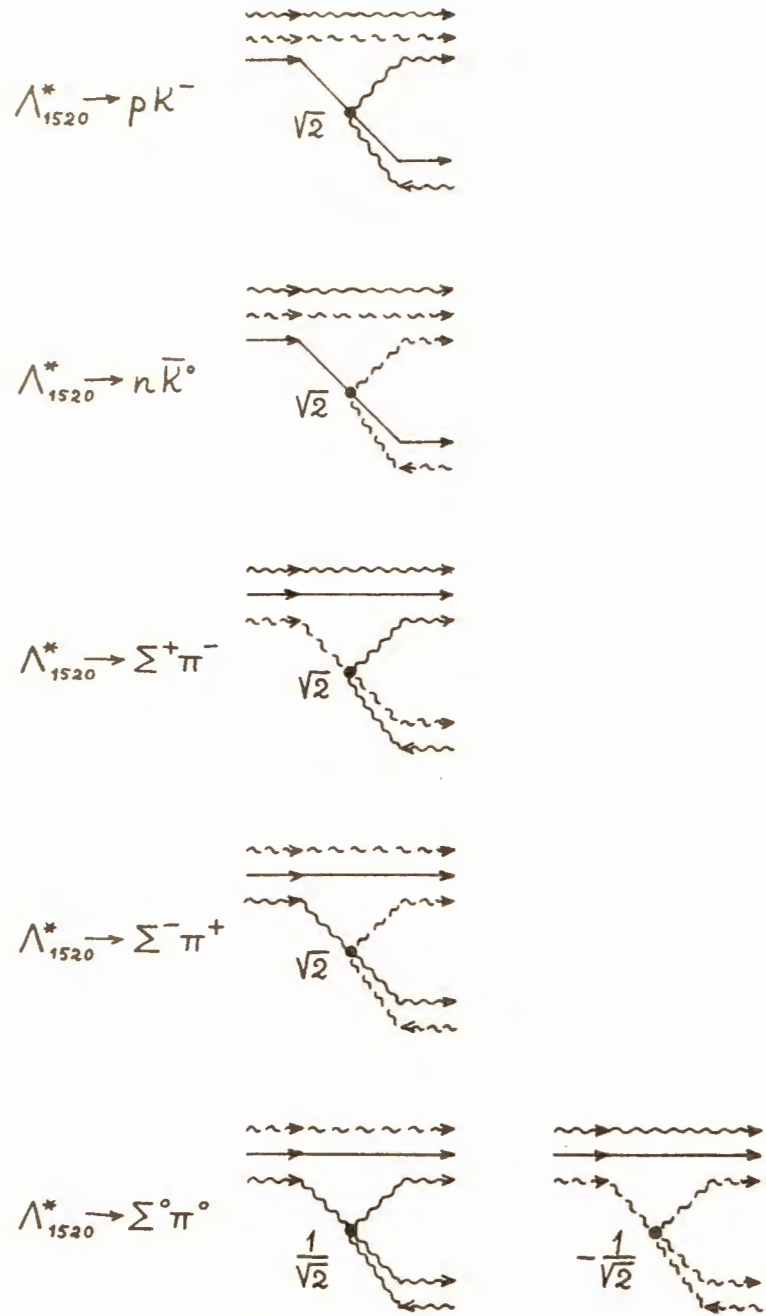


Рис. 10

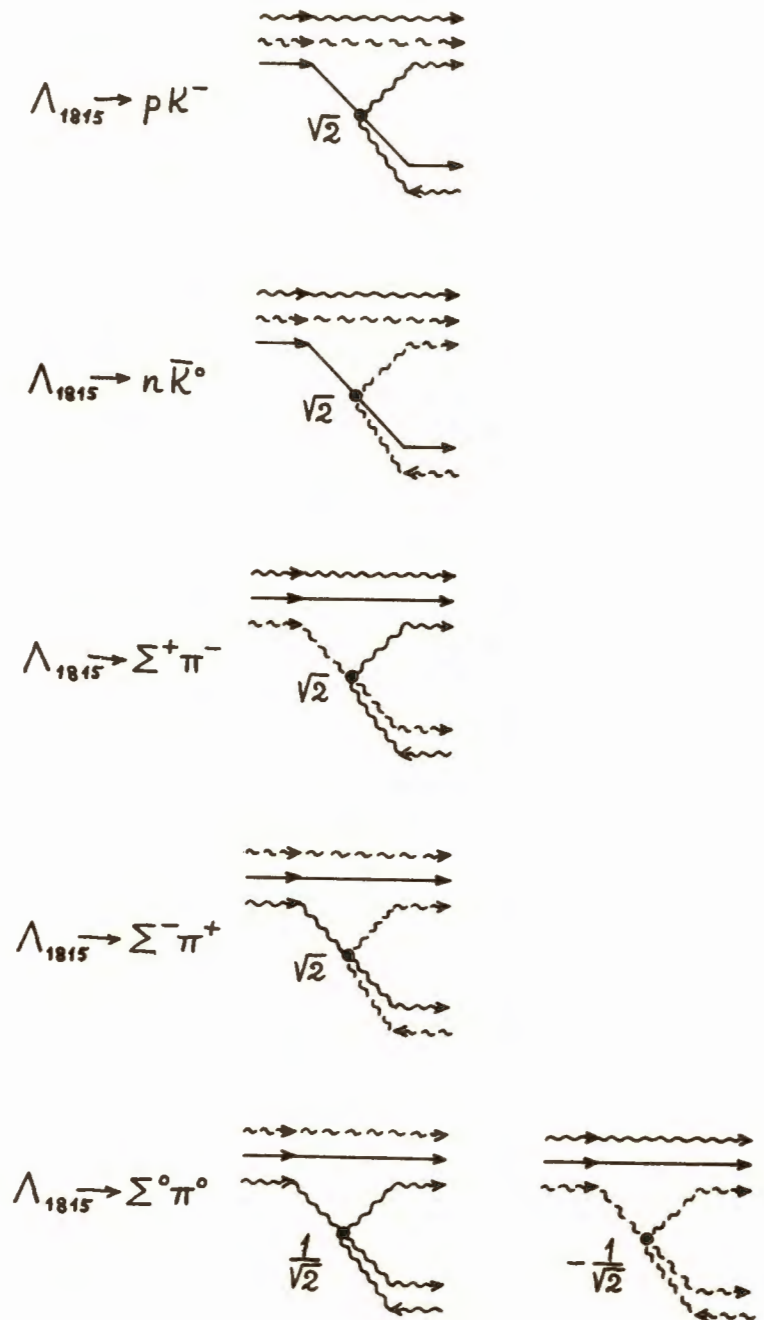


Рис. 11

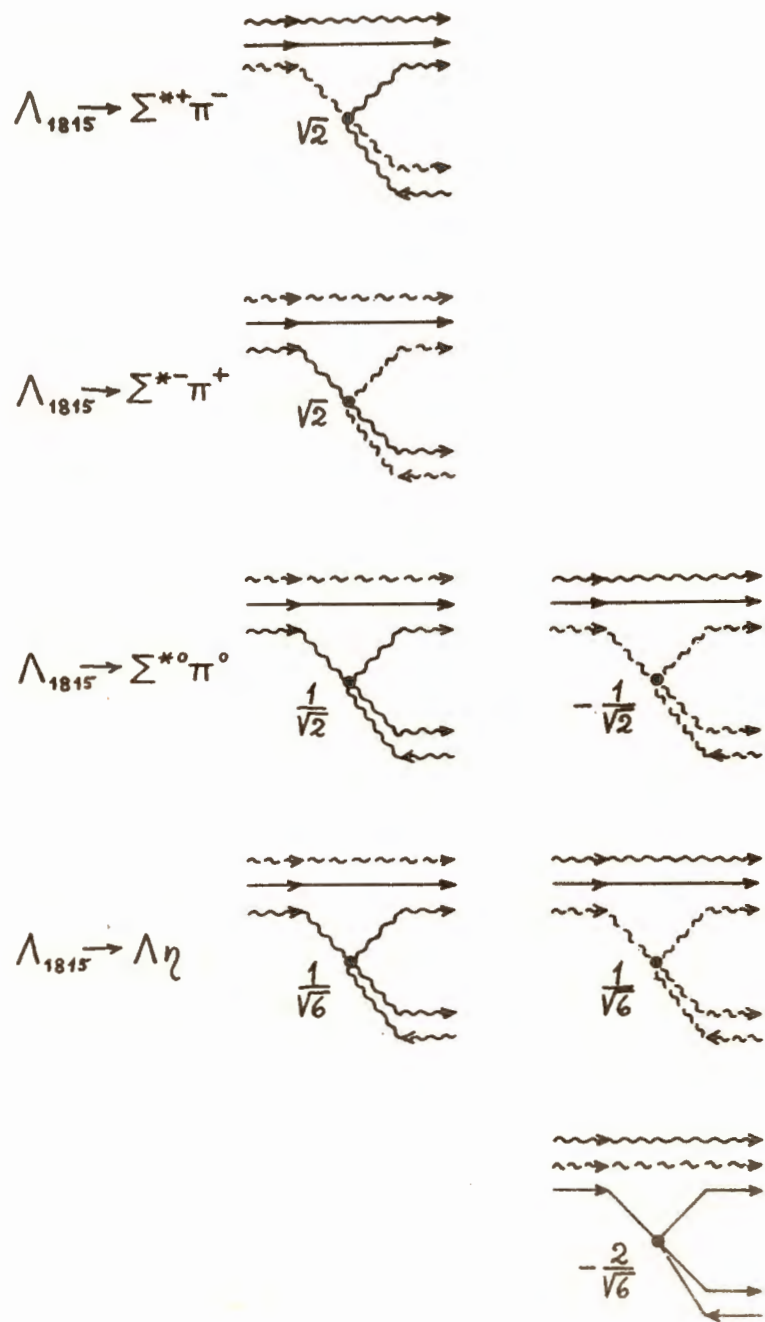


Рис. 12
100

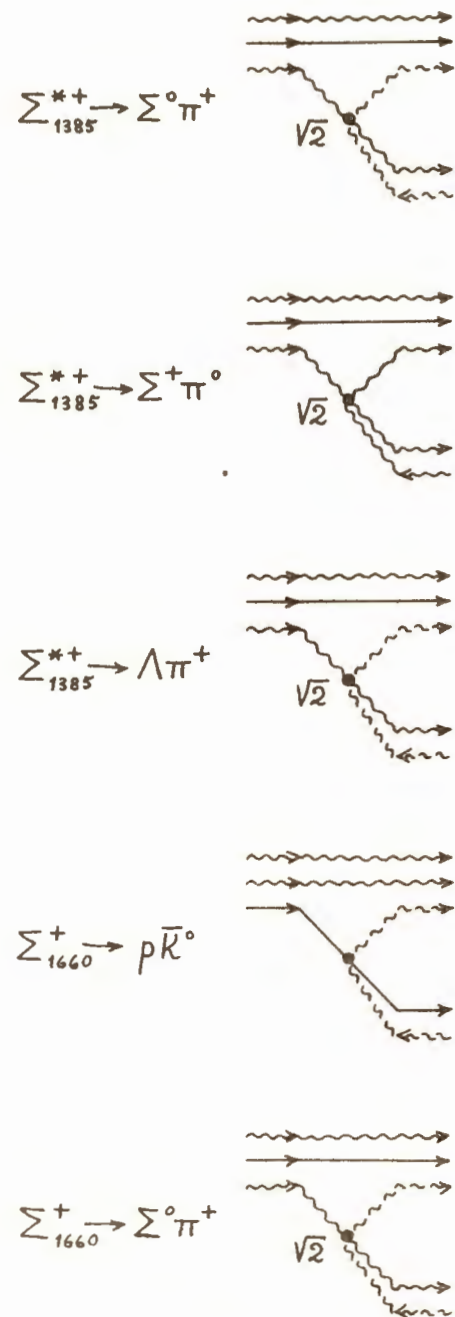


Рис. 13
101

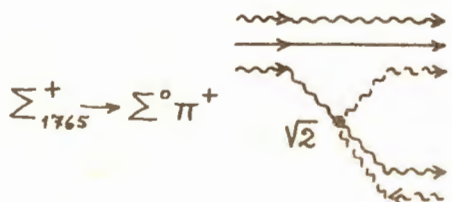
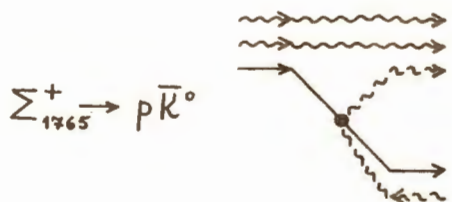
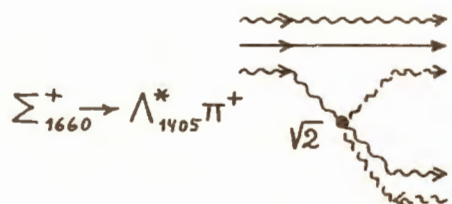
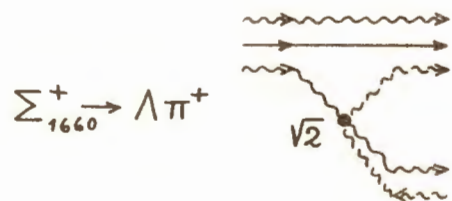
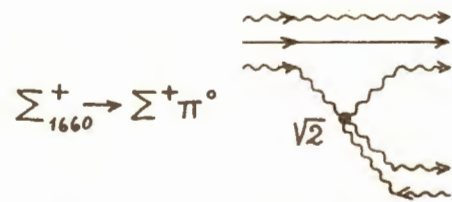


Рис. I4

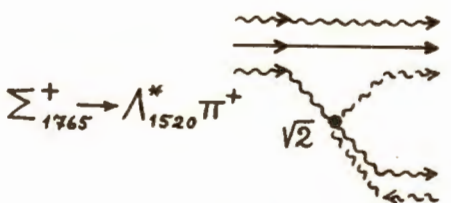
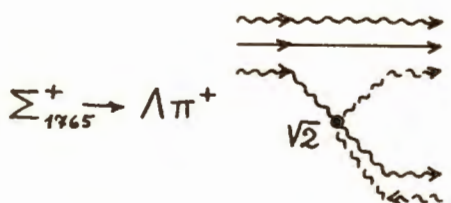
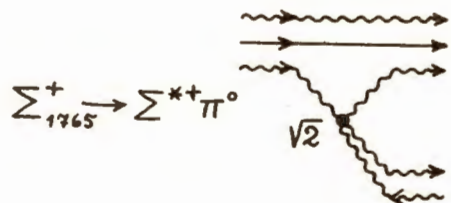
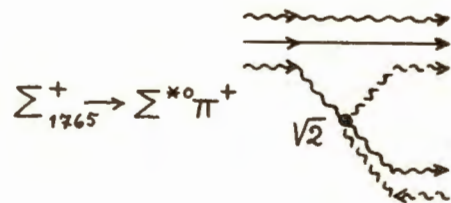
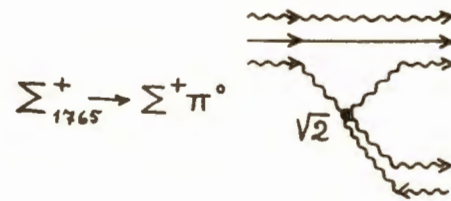


Рис. I5

Таблица 24

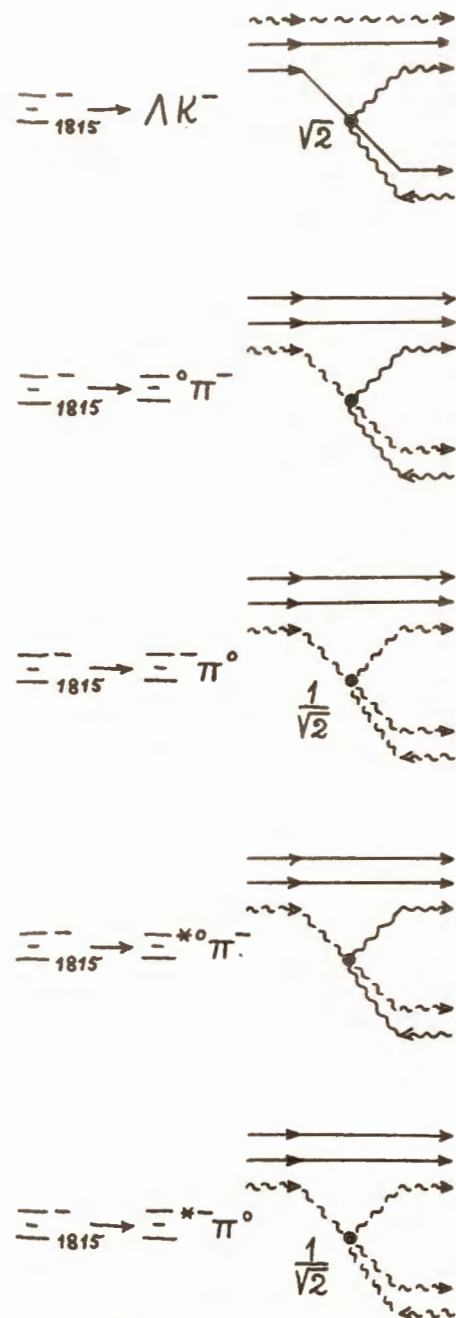


Рис. 16

104

РАСПАД	L_J	Γ_0	Γ	$\Gamma_{\text{эксп}}$
$\varphi_{1020} \rightarrow K_1 K_2$	P_1	1 *	1	30
	P_1	1 *	1	38
$f'_{1500} \rightarrow \bar{K} K$	D_2	1 *	1	60
	D_2	1 *	0,03	40
$A_{1325}^2 \rightarrow \rho \pi$	D_2	12	1	91
	D_2	3 *	0,29	5,5
	D_2	2 *	0,56	3,6
$K_{1405}^* \rightarrow K \pi$	D_2	1 *	1	50
	D_2	1 *	0,14	50

Результаты, находящиеся в хорошем или удовлетворительном согласии с экспериментальными данными [149], отмечены звездочками.

Таблица 25

РАСПАД	L_J	Γ_0	Γ	$\Gamma_{\text{эксп}}$	
$\Lambda_{1520}^* \rightarrow N\bar{K}$	$D_{3/2}$	1	1	*	29
$\Sigma\pi$	$D_{3/2}$	1	1,94	*	56
$\Lambda_{1815} \rightarrow N\bar{K}$	$F_{5/2}$	1	1	*	75
$\Sigma\pi$	$F_{5/2}$	1	0,64		9
$\Sigma^*\pi$	$P_{5/2}$	1	0,22	*	15
$\Lambda\eta$	$F_{5/2}$	0	0	*	1
$\Sigma_{1385}^* \rightarrow \Sigma\pi$	$P_{3/2}$	2	1		10
$\Lambda\pi$	$P_{3/2}$	1	2,13		90
$\Sigma_{1660} \rightarrow N\bar{K}$	$D_{3/2}$	1	1	*	15
$\Sigma\pi$	$D_{3/2}$	4	3,30	*	30
$\Lambda\pi$	$D_{3/2}$	2	3,08		5
$\Lambda_{1405}^*\pi$	$P_{3/2}$	2	0,35		30
$\Sigma_{1765} \rightarrow N\bar{K}$	$D_{5/2}$	1	1	*	60
$\Sigma\pi$	$D_{5/2}$	4	2,97		3
$\Sigma^*\pi$	$D_{5/2}$	4	0,39	*	10
$\Lambda\pi$	$D_{5/2}$	2	2,43		16
$\Lambda_{1520}^*\pi$	$P_{5/2}$	2	0,11	*	10
$\Xi_{1815} \rightarrow \Lambda\bar{K}$	$D_{3/2}$	4	1		65
$\Xi\pi$	$D_{3/2}$	3	0,99		5
$\Xi^*\pi$	$S_{3/2}$	3	1,24		25

§ 3. Упругое рассеяние

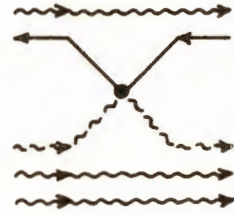
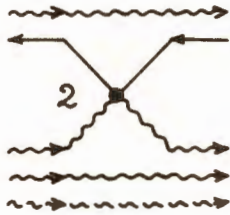
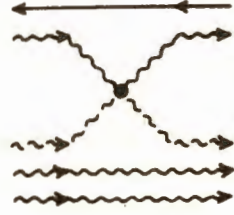
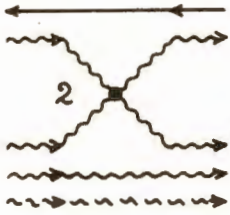
Применим импульсное приближение для получения соотношений Джонсона - Треймана [43] и ряда других соотношений между полными сечениями упругого рассеяния, которые хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Мы рассмотрим следующие реакции рассеяния на нулевой угол :

$$\begin{aligned}
 K^+p &\rightarrow K^+p, & K^+n &\rightarrow K^+n, \\
 K^-p &\rightarrow K^-p, & K^-n &\rightarrow K^-n, \\
 \pi^+p &\rightarrow \pi^+p, & \pi^-p &\rightarrow \pi^-p, \\
 pp &\rightarrow pp, & pn &\rightarrow pn, \\
 \bar{p}p &\rightarrow \bar{p}p, & \bar{p}n &\rightarrow \bar{p}n.
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Используя таблицы 1 и 2, построим диаграммы, вносящие вклад в амплитуды реакций (4.4). Эти диаграммы представлены на рис. 17 - 21¹⁰⁾.

$K^+p \rightarrow K^+p$



$K^+n \rightarrow K^+n$

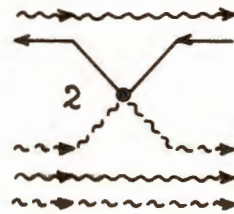
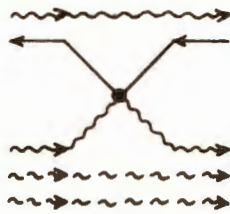
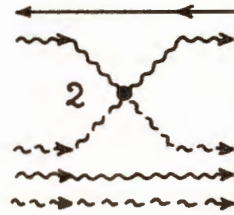
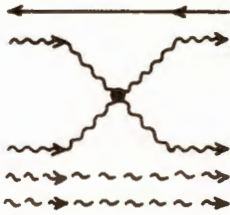
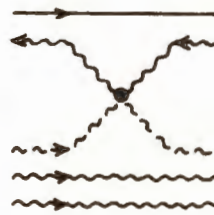
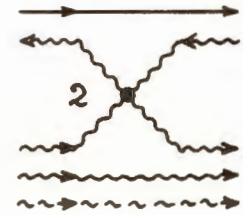
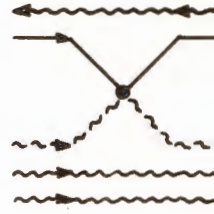
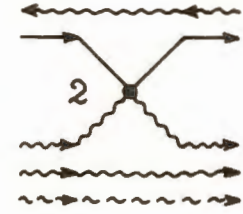


Рис. 17

$K^-p \rightarrow K^-p$



$K^-n \rightarrow K^-n$

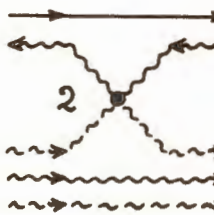
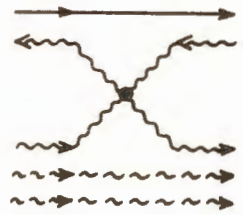
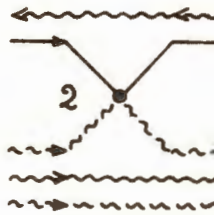
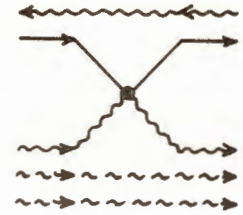
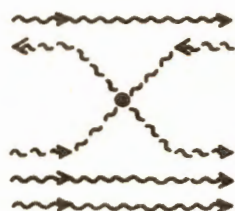
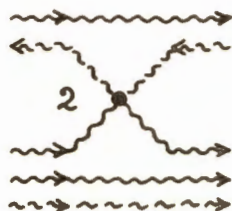
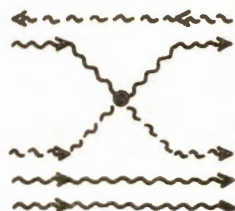
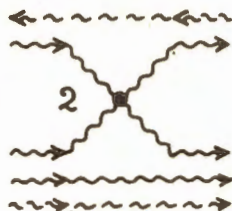


Рис. 18

$$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p$$



$$\pi^- p \rightarrow \pi^- p$$

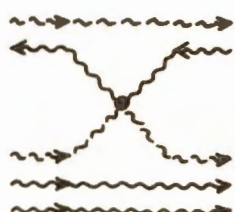
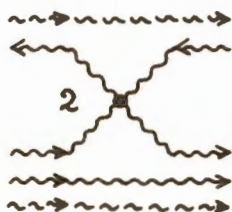
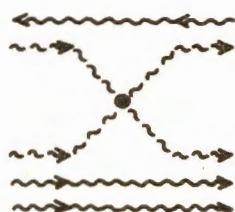
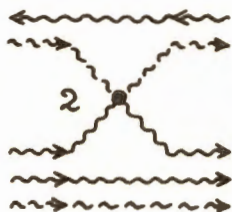
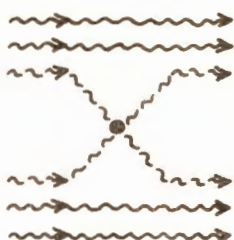
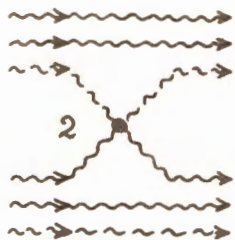
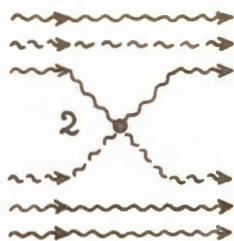
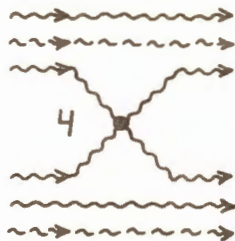


Рис. 19

$pp \rightarrow pp$



$pn \rightarrow pn$

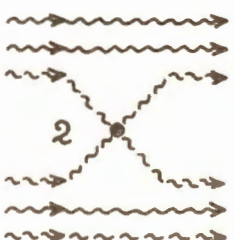
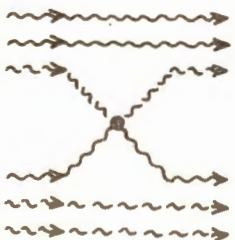
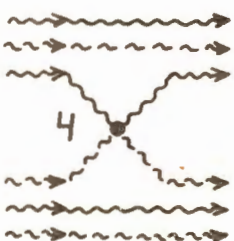
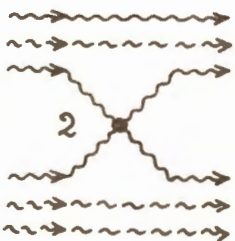
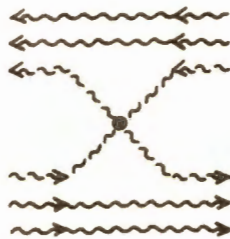
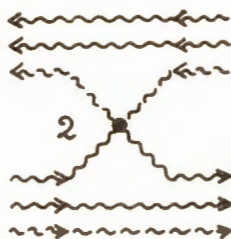
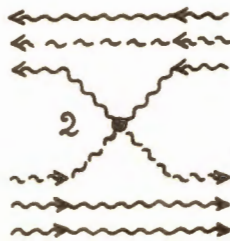
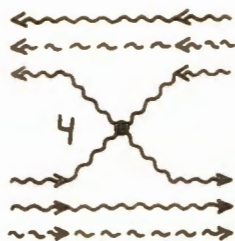


Рис. 20

$$\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$$



$$\bar{p}n \rightarrow \bar{p}n$$

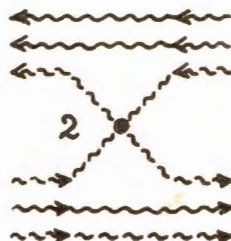
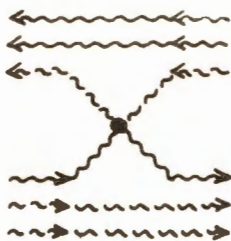
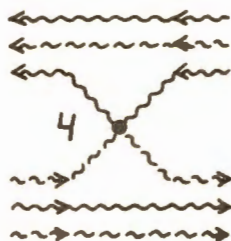
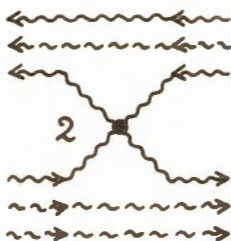


Рис. 21

Диаграммы с вершинами



обозначим параметрами α (вклад α обусловлен каналом рассеяния), диаграммы с вершинами



обозначим параметрами $\alpha + \beta$ (вклад β обусловлен различием масс странных и нестранных кварков), а диаграммы с вершинами



обозначим параметрами $\alpha + \gamma$ (вклад γ обусловлен каналом аннигиляции). В указанных обозначениях амплитуды реакций (4.4) примут вид

$$\langle K^+p | K^+p \rangle = 6a + 3b ,$$

$$\langle K^+n | K^+n \rangle = 6a + 3b ,$$

$$\langle K^-p | K^-p \rangle = 6a + 3b + 2c ,$$

$$\langle K^-n | K^-n \rangle = 6a + 3b + c ,$$

$$\langle \pi^+p | \pi^+p \rangle = 6a + c ,$$

$$\langle \pi^-p | \pi^-p \rangle = 6a + 2c ,$$

$$\langle pp | pp \rangle = 9a ,$$

$$\langle pn | pn \rangle = 9a ,$$

$$\langle \bar{p}p | \bar{p}p \rangle = 9a + 5c ,$$

$$\langle \bar{p}n | \bar{p}n \rangle = 9a + 4c .$$

Согласно оптической теореме аналогичная зависимость от параметров будет иметь место для полных сечений упругого рассеяния (4.4). Исключая параметры a , b , c , получим следующие соотношения между полными сечениями

рассматриваемых процессов ¹¹⁾ :

$$\frac{1}{2} [\sigma(K^+p) - \sigma(K^-p)] = \sigma(K^+n) - \sigma(K^-n) = \quad (4.5a)$$

$$= \sigma(\pi^+p) - \sigma(\pi^-p) , \quad (4.5b)$$

$$\sigma(K^+p) = \sigma(K^+n) , \quad (4.6)$$

$$\sigma(pp) = \sigma(pn) , \quad (4.7)$$

$$\sigma(\bar{p}p) - \sigma(pp) = \frac{5}{4} [\sigma(\bar{p}n) - \sigma(pn)] = \quad (4.8a)$$

$$= 5 [\sigma(\pi^-p) - \sigma(\pi^+p)] = \quad (4.8b)$$

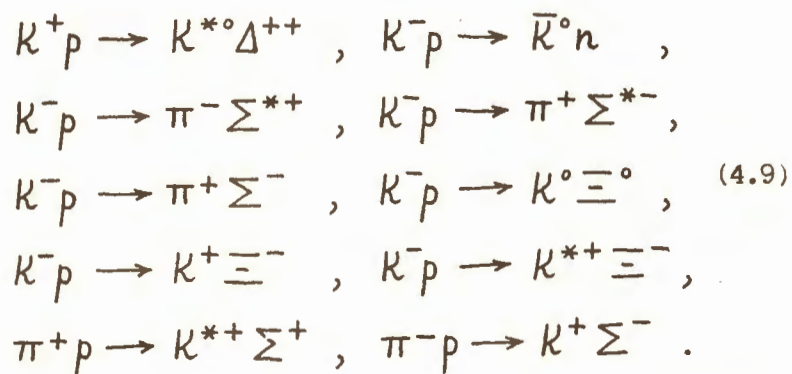
$$= 5 [\sigma(\bar{p}p) - \sigma(\bar{p}n)] . \quad (4.8b)$$

Эти соотношения хорошо согласуются с экспериментальными данными в пределах импульсов налетающих частиц от 6 Бэв/с до 18 Бэв/с [¹⁵⁵].

11) Соотношения (4.5 а, б) являются соотношениями Джонсона - Треймана [⁴³]. Соотношения (4.6) и (4.7) были получены в работе [¹⁵³] в рамках модели независимых кварков. Соотношения (4.8 а, б) были получены в работе [¹⁵⁴], исходя из требований $SU(6,6)$ -инвариантности и универсальности.

§ 4. Неупругое рассеяние

Применим импульсное приближение для получения соотношений между дифференциальными сечениями неупругих процессов рассеяния вперед и назад. Мы ограничимся исследованием реакций, для которых определены экспериментально сечения $\frac{d\sigma}{d\Omega}(0^\circ)$ и $\frac{d\sigma}{d\Omega}(180^\circ)$ [48]:



Используя таблицы 1 и 2, построим диаграммы, вносящие вклад в амплитуды реакций (4.9). Эти диаграммы представлены на рис. 22 и 23¹⁰⁾.

Обозначая топологически различные диаграммы различными параметрами, получим следующие выражения для амплитуд реакций (4.9):

$$\begin{aligned}
 \langle K^+p | K^{*0}\Delta^{++} \rangle &= \sqrt{3}a, & \langle K^-p | \bar{K}^0n \rangle &= 2b, \\
 \langle K^-p | \pi^-\Sigma^{*+} \rangle &= a, & \langle K^-p | \pi^+\Sigma^{*-} \rangle &= 2c, \\
 \langle K^-p | \pi^+\Sigma^- \rangle &= 2c, & \langle K^-p | K^0\Xi^0 \rangle &= 2c, \\
 \langle K^-p | K^+\Xi^- \rangle &= 2c, & \langle K^-p | K^{*+}\Xi^- \rangle &= 2c,
 \end{aligned}$$

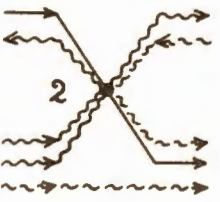
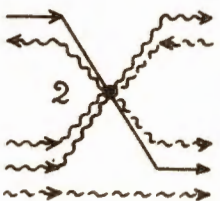
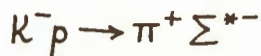
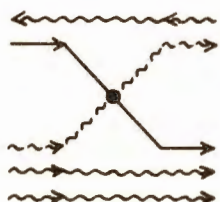
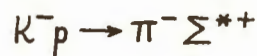
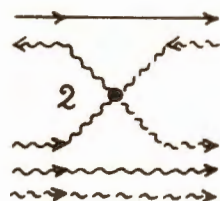
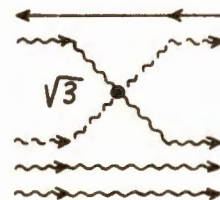
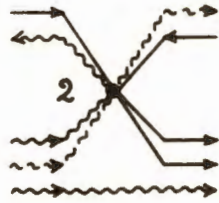
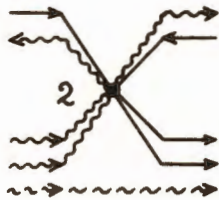


Рис. 22

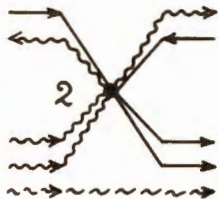
$$K^- p \rightarrow K^0 \Xi^0$$



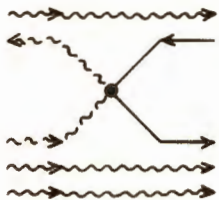
$$K^- p \rightarrow K^+ \Xi^-$$



$$K^- p \rightarrow K^{*+} \Xi^-$$



$$\pi^+ p \rightarrow K^{*+} \Sigma^+$$



$$\pi^- p \rightarrow K^+ \Sigma^-$$

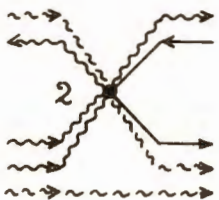


Рис. 23

$$\langle \pi^+ p | K^{*+} \Sigma^+ \rangle = b, \quad \langle \pi^- p | K^+ \Sigma^- \rangle = 2c$$

(вклад a обусловлен каналом обменного рассеяния, вклад b - каналом аннигиляции, вклад c - суперпозицией обменного рассеяния и аннигиляции). Исключая параметры a, b, c , можно получить соотношения между дифференциальными сечениями рассеяния вперед и назад ¹²⁾ :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (K^+ p | K^{*0} \Delta^{++}) = 3 \frac{d\sigma}{d\Omega} (K^- p | \pi^- \Sigma^{*+}),$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (K^- p | \bar{K}^0 n) = 4 \frac{d\sigma}{d\Omega} (\pi^+ p | K^{*+} \Sigma^+),$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (K^- p | \pi^+ \Sigma^{*-}) = \frac{d\sigma}{d\Omega} (K^- p | \pi^+ \Sigma^-) = \quad (4.10)$$

$$= \frac{d\sigma}{d\Omega} (K^- p | K^+ \Xi^-) = \frac{d\sigma}{d\Omega} (K^- p | K^{*+} \Xi^-) =$$

$$= \frac{d\sigma}{d\Omega} (K^- p | K^0 \Xi^0) = \frac{d\sigma}{d\Omega} (\pi^- p | K^+ \Sigma^-).$$

12) Величины, обозначенные в (4.10) символами $\frac{d\sigma}{d\Omega}$, равны дифференциальным сечениям с точностью до факторов $\frac{P_{out}}{S P_{in}} \cdot e^{-(\alpha_m + \alpha_b)|t|}$, где $\frac{P_{out}}{S P_{in}}$ - фактор фазового объема [152] а $e^{-\alpha_n|t|}$ - структурный фактор, являющийся трансформантой Фурье волновой функции кварка в адроне [150, 151] (P_{in} и P_{out} - величины импульсов частиц до и после рассеяния в системе центра инерции, S - квадрат полной энергии, $|t|$ - квадрат переданного импульса).

Таблица 26

РЕАКЦИЯ	$P_{\text{лаб}}$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}(0^\circ)$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}(180^\circ)$	χ
	(Бэв/с)	(мкбарн/стерад)		
$K^+p \rightarrow K^{*0}\Delta^{++}$	2,26	450 ± 60		1/3
	3	1360 ± 140		1/3
$K^-p \rightarrow \pi^- \Sigma^{*+}$	2,24	80 ± 10		1
	3	37 ± 10		1
$K^-p \rightarrow \pi^+ \Sigma^{*-}$	2,24	9 ± 4	14 ± 6	1
	3	3,5 ± 1,8	3,5 ± 1,8	1
$K^-p \rightarrow \pi^+ \Sigma^-$	2,24	8	20	1
	3	2,5 ± 1	19 ± 4	1
$K^-p \rightarrow K^+ \Xi^-$	2,24		22	1
	3	0,6 ± 0,2	7 ± 1,4	1
$K^-p \rightarrow K^{*+} \Xi^-$	2,24		5,2	1
	3	0,5 ± 0,3	5,3 ± 1,3	1
$K^-p \rightarrow K^0 \Xi^0$	3	2,5 ± 0,6	2,5 ± 0,6	1

Сравнение соотношений (4.10) с экспериментальными данными [48] приведено в таблице 26, где X - фактор, нормирующий данные к предсказаниям (4.10) (сравнение выполнено с точностью до факторов, указанных в примечании 12).

Приложение. ФОРМФАКТОРЫ

Получим соотношения между формфакторами электромагнитных и слабых взаимодействий, которые допускают сравнение с имеющимися экспериментальными данными:

$$\frac{M(n)}{M(p)} = \frac{\langle n | Q J_z | n \rangle}{\langle p | Q J_z | p \rangle}, \quad \frac{M(\Lambda)}{M(n)} = \frac{\langle \Lambda | Q J_z | \Lambda \rangle}{\langle n | Q J_z | n \rangle},$$

$$\frac{M(\Sigma^+)}{M(p)} = \frac{\langle \Sigma^+ | Q J_z | \Sigma^+ \rangle}{\langle p | Q J_z | p \rangle}, \quad \frac{M^*}{M(n)} = \frac{\langle \Delta^0 | Q J_z | n \rangle}{\langle n | Q J_z | n \rangle}, \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{G_A}{G_V} = \frac{\langle p | I_3 J_z | p \rangle}{\langle p | I_3 | p \rangle}, \quad \frac{G^*}{G_V} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\langle \Delta^+ | I_3 J_z | p \rangle}{\langle p | I_3 | p \rangle},$$

$$\frac{F}{D+F} = \frac{1}{2} \frac{\langle \Sigma^+ | I_3 J_z | \Sigma^+ \rangle}{\langle p | I_3 J_z | p \rangle},$$

где Q , I , J - операторы заряда, изоспина и спина.

Для вычисления величин (A.1) применим метод смешивания конфигураций. Будем считать, что состояния октета барионов $1/2^+$ содержат примесь состояний октета изобар $3/2^-$:

$$N = \cos \theta N_{940} + \sin \theta N_{1520},$$

$$\Lambda = \cos \theta \Lambda_{1115} + \sin \theta \Lambda_{1670}, \quad (\text{A.2})$$

$$\Sigma = \cos \theta \Sigma_{1385} + \sin \theta \Sigma_{1660}.$$

Состояния декаплета изобар $3/2^+$ считаем чистыми:

$$\Delta = \Delta_{1235}. \quad (\text{A.3})$$

Явные выражения волновых функций частиц, присутствующих в (А.2) и (А.3), даны в (3.3), (3.10) и (1.19).

Матрируя (А.1) на состояниях (А.2) и (А.3), получим результаты, приведенные в таблице 27.

Таблица 27

Формфакторы	Теория	Эксперимент
$\frac{M(n)}{M(p)} = -\frac{2 \cos^2 \theta + 8}{2 \cos^2 \theta + 13}$	-0,65	-0,68
$\frac{M(\Lambda)}{M(n)} = \frac{1}{2}$	0,5	0,41 ± 0,11
$\frac{M(\Sigma^+)}{M(p)} = 1$	1	1,5 ± 0,5
$\frac{M^*}{M(n)} = \frac{5\sqrt{2} \cos \theta}{\cos^2 \theta + 4}$	1,16	1,76 ± 0,03
$\frac{G_A}{G_V} = \frac{4 \cos^2 \theta + 21}{15}$	1,55	1,18 ± 0,02
$\frac{G^*}{G_V} = \frac{4}{3} \cos \theta$	1	1 ± 0,2
$\frac{D}{D+F} = \frac{3 \cos^2 \theta + 12}{4 \cos^2 \theta + 21}$	0,59	0,665 ± 0,018

В двух последних столбцах таблицы 27 дано сравнение с экспериментальными данными^[149] теоретических значений, вычисленных при угле смешивания $\theta = \arccos \frac{3}{4}$.

Литература

1. Trieste Seminar on Theoretical Physics, IAEA, Vienna, 1963.
2. Trieste Seminar on Theoretical Physics, IAEA, Vienna, 1965.
3. A. Salam, Доклад на конференции в Оксфорде, 1965.
4. M. Gell-Mann, Доклад на конференции в Оксфорде, 1965.
5. R. Behrends, J. Dreitlein, C. Fronsdal, B. Lee, Rev. Mod. Phys., 34, 1, 1962.
6. J. de Swart, Rev. Mod. Phys., 35, 916, 1963.
7. M. Konuma, K. Shima, M. Wada, Progr. Theor. Phys. Suppl., 28, 1963.
8. Нгуен Ван Хьеу, Препринт ОИЯИ, 2571, Дубна, 1966.
9. В.Г. Кадышевский, Р.М. Мурадян, Я.А. Смородинский, Препринт ОИЯИ, Р - 2061, Дубна, 1965.
10. H. Vascu, I. Nuyts, Preprint CERN 10 - 068/TH. 506, Geneva, 1964.
11. Нгуен Ван Хьеу, Препринт ОИЯИ, Р - 1954, Дубна, 1965.
12. A. Salam, R. Delbourgo, J. Strathdee, Proc. Roy. Soc., A284, 146, 1965.
13. A. Salam, R. Delbourgo, M. Rashid, J. Strathdee, Proc. Roy. Soc., A285, 312, 1965.
14. M. Beg, A. Pais, Phys. Rev. Lett., 14, 267, 1965.
15. B. Sakita, K. Wali, Phys. Rev. Lett., 14, 404, 1965.
16. F. Gursev, L. Radicati, Phys. Rev. Lett., 13, 173, 1964.
17. A. Pais, Phys. Rev. Lett., 13, 175, 1964.

18. F. Gursev, A. Pais, L. Radicati, Phys. Rev. Lett., 13, 239, 1964.
19. B. Sakita, Phys. Rev., 136, B1756, 1964.
20. M. Beg, A. Pais, Phys. Rev., 137, B1514, 1965.
21. F. Dyson, Nguyen Huu Xuong, Phys. Rev. Lett., 13, 815, 1964.
22. R. Feynman, M. Gell-Mann, G. Zweig, Phys. Rev. Lett., 13, 678, 1964.
23. K. Bardakci, J. Cornwall, P. Freund, B. Lee, Phys. Rev. Lett., 13, 698, 1964.
24. K. Bardakci, J. Cornwall, P. Freund, B. Lee, Phys. Rev. Lett., 14, 48, 1965.
25. K. Bardakci, J. Cornwall, P. Freund, B. Lee, Phys. Rev. Lett., 14, 264, 1965.
26. S. Okubo, R. Marshak, Phys. Rev. Lett., 13, 818, 1964.
27. S. Okubo, R. Marshak, Phys. Rev. Lett., 14, 156, 1965.
28. T. Kuo, T. Yao, Phys. Rev. Lett., 13, 415, 1964.
29. M. Beg, V. Singh, Phys. Rev. Lett., 13, 418, 1964.
30. M. Beg, V. Singh, Phys. Rev. Lett., 13, 509, 1964.
31. I. Gyuk, S. Tuan, Phys. Rev. Lett., 14, 121, 1965.
32. L. Radicati, L. Picasso, D. Zanello, J. Sakurai, Phys. Rev. Lett., 14, 160, 1965.
33. M. Beg, B. Lee, A. Pais, Phys. Rev. Lett., 13, 514, 1964.
34. B. Sakita, Phys. Rev. Lett., 13, 643, 1964.
35. C. Chan, A. Sarker, Phys. Rev. Lett., 13, 731, 1964.

36. M. Rashid, Phys. Rev. Lett., 14, 272, 1965.
37. Б.В. Струминский, Препринт ОИЯИ, Р-1939, Дубна, 1965.
38. Н.Н. Боголюбов, Б.В. Струминский, А.Н. Тавхелидзе, Препринт ОИЯИ, Д - 1968, Дубна, 1965.
39. Н.Н. Боголюбов, Нгуен Ван Хьеу, Д.С. Стоянов, Б.В. Струминский, А.Н. Тавхелидзе, В.П. Шелест, Препринт ОИЯИ, Д - 2075, Дубна, 1965.
40. Т. Куо, Т. Yao, Phys. Rev. Lett., 14, 79, 1965.
41. А.Д. Долгов, Л.Б. Окунь, И.Я. Померанчук, В.В. Соловьев, Препринт ИТЭФ, 313, Москва, 1965.
42. А.И. Ахизер, М.П. Рекало, ЖЭТФ /письма/, 1, 47, 1965.
43. K. Johnson, S. Treiman, Phys. Rev. Lett., 14, 189, 1965.
44. H. Lipkin, S. Meshkov, Phys. Rev. Lett., 14, 670, 1965.
45. H. Harari, H. Lipkin, Phys. Rev., 140, B1617, 1965.
46. J. Carter, J. Coyne, S. Meshkov, D. Horn, M. Kugler, H. Lipkin, Phys. Rev. Lett., 15, 373, 1965.
47. H. Harari, H. Lipkin, Phys. Rev. Lett., 15, 983, 1965.
48. J. Jackson, Phys. Rev. Lett., 15, 990, 1965.
49. H. Harari, H. Lipkin, Phys. Rev. Lett., 13, 208, 1964.
50. S. Glashow, R. Socolow, Phys. Rev. Lett., 15, 329, 1965.
51. M. Ikeda, S. Ogawa, Y. Ohnuki, Progr. Theor. Phys., 22, 715, 1959.

52. M. Ikeda, S. Ogawa, Y. Ohnuki, *Progr. Theor. Phys.*, 23, 1073, 1960.
53. S. Sawada, M. Yonezawa, *Progr. Theor. Phys.*, 23, 662, 1960.
54. C. Iso, *Ann. Phys.*, 19, 314, 1962.
55. A. Salam, J. Ward, *Nuovo Cim.*, 20, 419, 1961.
56. И.Ю. Кобзарев, Л.Б. Окунь, *ЖЭТФ*, 42, 419, 1961.
57. J. Sakurai, *Ann. Phys.*, 11, 1, 1960.
58. S. Glashow, M. Gell-Mann, *Ann. Phys.*, 15, 437, 1961.
59. M. Gell-Mann, Report CTSL-20, California Institute of Technology, 1961.
60. M. Gell-Mann, *Phys. Rev.*, 125, 1067, 1962.
61. Y. Ne'eman, *Nucl. Phys.*, 26, 222, 1961.
62. M. Gell-Mann, Y. Ne'eman, *Ann. Phys.*, 30, 360, 1964.
63. S. Glashow, J. Sakurai, *Nuovo Cim.*, 25, 337, 1962.
64. S. Glashow, J. Sakurai, *Nuovo Cim.*, 26, 622, 1962.
65. J. Sakurai, *Phys. Rev.*, 132, 434, 1963.
66. S. Okubo, R. Marshak, *Nuovo Cim.*, 28, 56, 1963.
67. C. Ryan, S. Okubo, R. Marshak, *Nuovo Cim.*, 34, 753, 1964.
68. S. Okubo, C. Ryan, R. Marshak, *Nuovo Cim.*, 34, 759, 1964.
69. R. Marshak, N. Mukunda, S. Okubo, *Phys. Rev.*, 137, B698, 1965.
70. S. Okubo, *Progr. Theor. Phys.*, 27, 949, 1962.
71. S. Okubo, *Phys. Lett.*, 4, 14, 1963.
72. M. Rashid, I. Yamanaka, *Phys. Rev.*, 131, 2797, 1963.

73. H. Goldberg, Y. Lehrer - Ilamed, J. Math. Phys., 4, 501, 1963.
74. J. Ginibre, Nuovo Cim., 30, 406, 1963.
75. J. Ginibre, J. Math. Phys., 4, 720, 1963.
76. F. Gliozzi, Nuovo Cim., 34, 1813, 1964.
77. S. Coleman, S. Glashow, Phys. Rev. Lett., 6, 423, 1961.
78. S. Coleman, S. Glashow, Phys. Rev., 134, B671, 1964.
79. S. Coleman, H. Schnitzer, Phys. Rev., 136, B223, 1964.
80. R. Oakes, Phys. Rev., 132, 2349, 1963.
81. А.И. Ахиезер, М.П. Рекало, Препринт ФТИ АН УССР, 063/Т - 008, Харьков, 1964.
82. M. Gell-Mann, Phys. Lett., 8, 214, 1964.
83. M. Gell-Mann, Physics, 1, 63, 1964.
84. G. Zweig, CERN International Report TH/401, Geneva, 1964.
85. J. Schwinger, Phys. Rev., 135, B816, 1964.
86. J. Schwinger, Phys. Rev., 136, B1821, 1964.
87. E. Johnson, R. Sawyer, Phys. Lett., 9, 212, 1963.
88. C. Hagen, A. Macfarlane, Phys. Rev., 135, B432, 1964.
89. F. Gursey, T. Lee, M. Nauenberg, Phys. Rev., 135, B467, 1964.
90. B. Bjorken, S. Glashow, Phys. Lett., 11, 255, 1964.
91. P. Tarjanne, V. Teplitz, Phys. Rev. Lett., 11, 447, 1964.
92. P. Tarjanne, Phys. Rev., 136, B1532, 1964.
93. V. Amar, A. Esteve, P. Sona, Nuovo Cim., 30, 772, 1963.

94. W. Krolikowski, Nuovo Cim., 33, 243, 1964.
95. Y. Hara, Phys. Rev., 134, B701, 1964.
96. Z. Maki, Y. Ohnuki, Progr. Theor. Phys., 32, 144, 1964.
97. M. Hama, Progr. Theor. Phys., 32, 411, 1964.
98. D. Amati, H. Bacry, J. Nuyts, J. Prentki, Phys. Lett., 11, 190, 1964.
99. H. Bacry, J. Nuyts, L. Van Hove, Phys. Lett., 9, 279, 1964.
100. P. Freund, B. Lee, Phys. Rev. Lett., 13, 592, 1964.
101. O. Greenberg, Phys. Rev. Lett., 13, 598, 1964.
102. В.Г. Кадмиевский, Р.М. Муредян, А.Н. Тавхелидзе, И.Т. Тодоров, Препринт ОИЯИ, Д - 1929, Дубна, 1964.
103. M. Gell-Mann, Phys. Rev. Lett., 14, 77, 1965.
104. K. Mahanthappa, E. Sudarshan, Phys. Rev. Lett., 14, 163, 1965.
105. M. Miller, Phys. Rev. Lett., 14, 416, 1965.
106. Yu. M. Malyuta, Nucl. Phys., 74, 625, 1965.
107. Д. М. Малюта, ДАН, 168, 885, 1965.
108. Д. М. Малюта, Укр. фмз. журнал, 10, 229, 1965.
109. Д. М. Малюта, Укр. фмз. журнал, 10, 282, 1965.
110. Yu. M. Malyuta, Nuovo Cim., 42, 782, 1966.
111. Д. М. Малюта, Физика высоких энергий и теория элементарных частиц, Ялта, апрель 1966.
112. Yu. M. Malyuta, Ann. Phys.
113. E. Wigner, Phys. Rev., 51, 106, 1937.

114. E. Feenberg, E. Wigner, Rept. Progr. Phys., 8, 274, 1941.
115. G. Racah, Group theory and spectroscopy, Institute for Advanced Study, Princeton, 1951 (Preprint IAS, R - 1864, Dubna, 1964).
116. Б. Бейман, Лекции по применению теории групп в ядерной спектроскопии, Физматгиз, Москва, 1961.
117. Дж. Эллиотт, А. Лейн, Модель ядерных оболочек, в сборнике "Строение атомного ядра", ИЛ, Москва, 1959.
118. A. de Shalit, I. Talmi, Nuclear Shell Theory, Academic Press, New York, 1963.
119. G. Racah, Physica, 16, 655, 1950.
120. G. Racah, Phys. Rev., 62, 438, 1942.
121. G. Racah, Phys. Rev., 76, 1352, 1949.
122. G. Racah, L. Farkas Memorial Volume, Jerusalem, 1952.
123. G. Racah, J. Talmi, Physica, 18, 1097, 1952.
124. H. Jahn, Proc. Roy. Soc., A201, 516, 1950.
125. B. Flowers, Proc. Roy. Soc., A210, 491, 1951.
126. B. Flowers, Proc. Roy. Soc., A212, 248, 1952.
127. H. Jahn, Proc. Roy. Soc., A209, 502, 1951.
128. A. Edmonds, B. Flowers, Proc. Roy. Soc., A214, 515, 1952.
129. A. Edmonds, B. Flowers, Proc. Roy. Soc., A215, 120, 1952.
130. А. Эдмондс, Угловые моменты в квантовой механике, в сборнике "Деформация атомных ядер", ИЛ, Москва, 1958.

131. Б. Ван-дер-Варден, Метод теории групп в квантовой механике, ДНТЕУ, Харьков, 1988.
132. Е. Вигнер, Теория групп, ИЛ, Москва, 1961.
133. H. Weyl, Gruppentheorie und Quantenmechanik, Leipzig, 1928.
134. Г. Вейль, Классические группы их инварианты и представления, ИЛ, Москва, 1947.
135. А.С. Понтрягин, Непрерывные группы, Гостехиздат, Москва, 1954.
136. Н. Джекбсон, Алгебры Ли, ИЛ, Москва, 1964.
137. К. Шевалле, Теория групп Ли, ИЛ, Москва, том I /1948/, том II /1958/, том III /1958/.
138. Семинар "Софус Ли", Теория алгебр Ли, Топология групп Ли, ИЛ, Москва, 1962.
139. M. Hamermesh, Group Theory and its Application to Physical Problems, Massachusetts, 1962.
140. D. Littlewood, The Theory of Group Characters, Oxford, 1940.
141. Н.Н. Боголюбов, Д.В. Ширков, Введение в теорию квантованных полей, Гостехиздат, Москва, 1957.
142. А.И. Ахиезер, В.Г. Берестецкий, Квантовая электродинамика, Физматгиз, Москва, 1959.
143. Дао Вонг Дык, Фам Кун Ты, Ядерная физика, 2, 748, 1965.
144. D. Robaschik, A. Uhlman, Preprint JINR, E - 2557, Dubna, 1966.
145. Л. Енковски, В.В. Кухтин, Нгуен Ван Хьеу, Препринт ОИЯИ, P-2701, Дубна, 1966.

146. A. Rosenfeld, A. Barbaro - Galtieri, W. Barkas,
P. Bastien, J. Kirz, M. Roos, *Rev. Mod. Phys.*, 37,
633, 1965.
147. Ch. Peyrou, Доклад на конференции в Оксфорде, 1965.
148. R. Dalitz, Доклад на конференции в Беркли, 1966.
149. A. Rosenfeld, Доклад на конференции в Беркли, 1966.
150. G. Chew, G. Wick, *Phys. Rev.*, 85, 636, 1952.
151. G. Chew, M. Goldberger, *Phys. Rev.*, 87, 778, 1952.
152. К. Нишиджима, Фундаментальные частицы, Мир, Москва,
1965.
153. H. Lipkin, Доклад в Международной школе физиков в
Ялте, апрель 1966.
154. P. Freund, *Phys. Rev. Lett.*, 15, 929, 1965.
155. W. Galbraith, E. Jenkins, T. Kycia, B. Leontic,
R. Phillips, A. Read, R. Rubinstein, *Phys. Rev.*,
138, B913, 1965.
156. R. Gatto, H. Maiani, G. Preparata, *Nuovo Cim.*, 39,
1192, 1965.
157. L. Borchi, R. Gatto, *Phys. Lett.*, 14, 352, 1965.
158. D.V. Volkov, *Nuovo Cim.*, 40, 281, 1965.
159. R. Blankenbecler, M. Goldberger, K. Johnson,
S. Treiman, *Phys. Rev. Lett.*, 14, 518, 1965.
160. H. Ruegg, D.V. Volkov, *Nuovo Cim.*, 43, 84, 1966.
161. S. Meshkov, G. Snow, G. Yodh, *Phys. Rev. Lett.*,
12, 87, 1964.
162. Я.Б. Зельдович, А.Д. Сахаров, Ядерная физика,
4, 395, 1966.

Рукопись поступила в издательский отдел
1 февраля 1967 г.