Phys. Lett., 1967, v. 24B, N11, c. 583-585

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 3139

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили

РАССЕЯНИЕ НА МАЛЫЕ УГЛЫ И НИЖНЯЯ ГРАНИЦА УБЫВАНИЯ АМПЛИТУДЫ В ОБЛАСТИ БОЛЬШИХ УГЛОВ

1967.

Логунов А.А., Мествиришвили М.А. P2-3139

Рассеяние на малые углы и нижняя граница убывания амплитуды в области больших углов

В работе установлена связь между характером изменения ширины дифракционного пика и нижней границы убывания амплитуды рассеяния в области больших углов.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1967.

Logunov A.A., Mestrvirishvili M.A. P2-3139

Small-Angle Scattering and a Lower Bound for the Scattering Amplitude at Large Angles

A relationship is established between the lower bound for the large-angle scattering amplitude and the behaviour of the diffraction and of the backward scattering peak widths.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1967.

P2 - 3139

А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили

РАССЕЯНИЕ НА МАЛЫЕ УГЛЫ И НИЖНЯЯ ГРАНИЦА УБЫВАНИЯ АМПЛИТУДЫ В ОБЛАСТИ БОЛЬШИХ УГЛОВ

Направлено в Phys. Lett.

В работе Керулуса и Мартина[1] впервые была найдена нижняя граница убывания амплитуды рассеяния в области больших углов. Ими было показано, что нижняя граница убывания определяется только характером изменения начала разреза $\rho(s)$ (в плоскости $\cos\theta$) в зависимости от энергии.

В настоящей работе показывается, что в рамках локальной квантовой теории поля при высоких энергиях можно установить связь между поведением ширины дифракционного пика и нижней границей убывания амплитуды рассеяния в области больших углов. При этом установлено, что нижняя граница убывания амплитуды определяется не только функцией $\rho(s)$, но и поведением ширины как дифракционного пика, так и пика рассеяния назад.

Пусть амплитуда $T(s,\cos\theta)$ удовлетворяет представлению Мандельстама, тогда она будет аналитической функцией по $\cos\theta$ во всей комплексной z плоскости с разрезами вдоль действительной оси от $-\infty$ до $-\rho(s)$ и от $\rho(s)$ до ∞ (см. рис. 1) и будет возрастать на бесконечности по энергии не быстрее некоторого полинома, т.е.

$$|T(s,\cos\theta)| < s^N. \tag{1}$$

Как известно, в области больших энергий рассеяние на большие углы экспоненциально убывает с ростом энергии. Поэтому мы будем в дальнейшем предполагать, что если $-a \leq \cos\theta \leq a$, то амплитуда ограничена следующим неравенством:

$$|T(s,\cos\theta)| \leq \exp(-\phi(s)), \tag{2}$$

где $\phi(s)$-положительная функция.

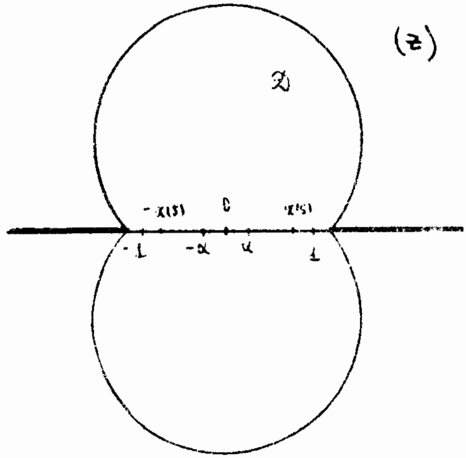

Рис. 1. $\rho = 1 + \frac{t}{s}$

В области передаваемых импульсов $t \ll s$ дифференциальное сечение рассеяния обычно представляется в виде [2-4]:

$$\frac{d\sigma}{dt} / \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{t=0} = e^{a(s)\,t} .$$

Отсюда для малых углов рассеяния получим:

$$\frac{\frac{d\sigma}{d\Omega}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta=0}} = e^{-as\theta^2} . \qquad (3)$$

На основании (3) легко убедиться, что для области углов $\theta \leqq \theta(s)$, где

$$x(s) = \cos\theta(s) = 1 - \frac{c\,\ell n\, s}{s\,a(s)}, \quad \frac{c\,\ell n\, s}{s\,a(s)} \ll 1 \qquad (4)$$

для амплитуды рассеяния можно написать следующее неравенство:

$$\frac{|T(s, \cos\theta)|}{|T(s, 1)|} \geqq e^{-as\theta^2} \geqq s^{-c}, \; c > 0, \; \theta \leqq \theta(s). \qquad (5)$$

Следуя Керулусу и Мартину [1], с помощью конформного отображения

$$W=\frac{\rho}{z}[\rho-\sqrt{\rho^2-z^2}] \tag{6}$$

переведем разрезанную z плоскость во внутренность круга радиуса ρ, причем при отображении (6) область D (см. рис. 1) переходит во внутренность эллипса G (см. рис. 2), ρ переходит в ρ, $\pm\alpha$, в $\pm\beta=\pm\frac{\rho}{\alpha}[\rho-\sqrt{\rho^2-\alpha^2}]$, а $\pm x(s)$ в $\pm y(s)=\pm\frac{\rho}{x(s)}[\rho-\sqrt{\rho^2-x^2}]$. Нетрудно заметить, что при больших s

$$y(s)\approx 1-\frac{1}{\sqrt{s}}\sqrt{2(b+c\frac{\ln s}{a(s)})} \tag{7}$$

и

$$\beta\approx\frac{1-\sqrt{1-\alpha^2}}{\alpha}[1-\frac{b}{s}\ \frac{1-\sqrt{1-\alpha^2}}{\sqrt{1-\alpha^2}}].$$

Так как для значения w, лежащего на участке $-\beta\leqq w\leqq\beta$, амплитуда рассеяния ограничена неравенством (2), то для дальнейшего анализа с помощью функции $r=\frac{1}{\beta}[w+\sqrt{w^2-\beta^2}]$ преобразуем область эллипса G вне участка $-\beta\leqq w\leqq\beta$ в кольцо. При этом участок $(-\beta,\beta)$ переходит в единичный круг, граница эллипса G - в круг радиуса

$$R=\frac{1}{\beta}[\rho+\sqrt{\rho^2-\beta^2}], \tag{8}$$

а эллипс с большой полуосью $y(s)$ переходит в круг радиуса

$$E=\frac{1}{\beta}[y(s)+\sqrt{y^2-\beta^2}]. \tag{9}$$

Введем обозначения $M_1=\sup\limits_{|r|=1}|T(s,r)|$,

$$M_2=\sup_{|r|=R}|T(s,r)| \quad \text{и} \quad M=\sup_{|r|=E}|T(s,r)|,$$

тогда в силу неравенства Адамара имеем:

$$M\leqq M_1^{(1-\frac{\ln E}{\ln R})}\ M_2^{\frac{\ln E}{\ln R}}. \tag{10}$$

Так как при больших s

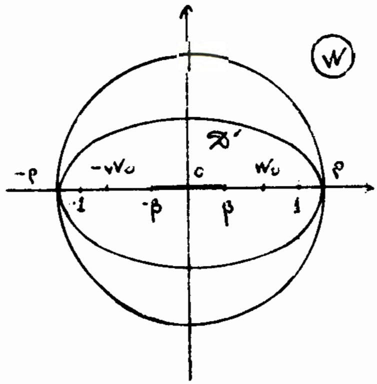

Рис. 2.

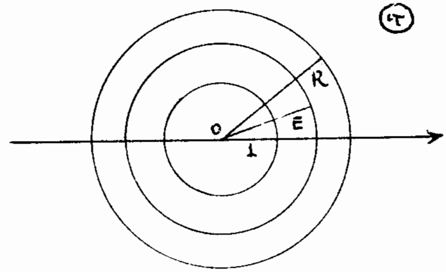

Рис. 3.

$$R \approx \frac{1+\sqrt{1-\beta^2}}{\beta}\left(1+0\left(\frac{1}{s}\right)\right)$$

$$E \approx \frac{1+\sqrt{1-\beta^2}}{\beta}\left[1-\frac{\sqrt{2\left(b+c\,\frac{\ln s}{a(s)}\right)}}{\sqrt{s}\,(1-\beta^2)}\right],$$

то

$$\frac{\ln F}{\ln F} \approx 1-2\,\frac{\sqrt{2\left(b+c\,\frac{\ln s}{a(s)}\right)}}{\lambda\ln\frac{1+\lambda}{1-\lambda}\,\sqrt{s}}\,, \tag{11}$$

где

$$\lambda = \left(\frac{2\sin\theta_a}{1+\sin\theta_a}\right)^{1/2}, \qquad \cos\theta_a = a\,.$$

Учитывая неравенства (1) и (2) , а также (11), получим:

$$M \leq \exp\left[-\frac{2\phi(s)\sqrt{2\left(b+c\dfrac{\ln s}{a(s)}\right)}}{\lambda\ln\dfrac{1+\lambda}{1-\lambda}\sqrt{s}} + N\left(1-2\frac{\sqrt{2\left(b+c\dfrac{\ln s}{a(s)}\right)}}{\lambda\ln\dfrac{1+\lambda}{1-\lambda}\sqrt{s}}\right)\ln s\right]. \qquad (12)$$

Из формулы (12) видно, что если $\phi(s)$ возрастает с энергией быстрее чем:

$$\phi_0(s) = d\,\frac{\sqrt{s}\,\ln s}{\sqrt{2\left(b+c\dfrac{\ln s}{a(s)}\right)}}, \qquad (13)$$

то в силу неравенства (5) амплитуда рассеяния вперед $|T(s,1)|$ при больших s будет экспоненциально возрастать, что противоречит исходному предположению (1). Таким образом,

$$\phi(s) \leqq \phi_0(s). \qquad (14)$$

Повторяя рассуждения Киношита /5/, мы получим

$$|T(s,\cos\theta_a)| \geqq e^{-\phi_0(s)}. \qquad (15)$$

Таким образом, мы установили, что нижняя граница убывания амплитуды рассеяния в области больших углов зависит не только от поведения функции $\rho(s)$, но также и от поведения ширины дифракционного пика рассеяния $\Lambda(s) = \dfrac{1}{a(s)}$.

Если ширина дифракционного пика удовлетворяет неравенству:

$$\Lambda(s) \gg \frac{b}{c}\cdot\frac{1}{\ln s}, \qquad (16)$$

то нижняя граница убывания амплитуды определяется только характером поведения дифракционного пика. Для этого случая имеем

$$\phi(s) = \mathrm{const}\sqrt{\frac{s\ln s}{\Lambda(s)}}. \qquad (17)$$

Если ширина дифракционного пика

$$\Lambda(s) \ll \frac{b}{c}\cdot\frac{1}{\ln s}, \qquad (18)$$

то нижняя граница убывания амплитуды определяется функцией $\rho(s)$ и для этого случая мы получаем оценку Керулиса и Мартина:

$$\phi_0(s) = \mathrm{const}\sqrt{s}\ \ln s. \tag{19}$$

В случае, когда $\Delta(s) \approx \frac{1}{\ln s}$, нижняя граница убывания амплитуды определяется как поведением функции $\rho(s)$, так и поведением дифракционного пика при больших энергиях. В этом случае зависимость от энергии функции $\phi_0(s)$ опять дается формулой (19).

В работе К. Фолей и др.[2] показано, что для рассеяния $\pi^- + p \to \pi^- + p$ ширина дифракционного пика $\Delta(s)$ при больших s постоянна. Поэтому для нижней границы получаем:

$$|T(s, \cos\theta_a)| \geqq e^{-\mathrm{const}\sqrt{s \ln s}}. \tag{20}$$

В работе Чижевского и др.[6] (см. также Линденбаум[3], Ван Хов[4]) показано, что для pp и $\tilde{\tilde{p}}p$ рассеяния ширина дифракционного пика при больших энергиях также стремится к постоянной. Следовательно, и в этих случаях нижняя граница амплитуды рассеяния на большие углы определяется формулой (20).

Другим фактором, который может существенно влиять на то, какова нижняя граница убывания амплитуды на большие углы, является рассеяние назад. Если исходные наши предположения, которые выше были сформулированы для амплитуды в области малых углов рассеяния, перенести на область рассеяния назад, то в формулу для нижней границы убывания амплитуды рассеяния на большие углы войдет вместо ширины дифракционного пика ширина пика назад.

Нижняя граница убывания амплитуды при больших углах будет определяться тремя факторами: функцией $\rho(s)$, шириной дифракционного пика и шириной пика рассеяния назад.

Если для ширины пика рассеяния назад $\tilde{\tilde{\Delta}}(s)$ выполняются следующие неравенства:

$$\tilde{\tilde{\Delta}}(s) > \Delta(s),\ \tilde{\tilde{\Delta}}(s) \gg \frac{b}{c}\cdot\frac{1}{\ln s}, \tag{21}$$

то для амплитуды рассеяния на большие углы имеем:

$$|T(s, \cos\theta_a)| \geq e^{-\mathrm{const}\sqrt{\frac{s \ln s}{\Delta(s)}}}. \tag{22}$$

Покажем теперь, как изменяются полученные выше результаты, если основываться на аналитичности, следующей из локальной квантовой теории поля.

Известно, что из принципов локальной квантовой теории поля вытекает, что амплитуды упругих процессов аналитичны по $z = \cos\theta$ в эллипсе Лемана. Большая полуось этого эллипса при больших s определяется формулой:

$$\rho_\ell = 1 + \frac{\ell}{s^2}. \tag{23}$$

Для дальнейшего анализа мы как и раньше предположим выполнение неравенств (1) и (2), (5). Для функции имеем то же выражение (4).

Повторяя рассуждения, которые проводились ранее при преобразовании эллипса G в кольцо в предположении, что $\Delta(s) \gg \frac{\ell}{c}\cdot\frac{1}{s \ln s}$, получим для амплитуды в области больших углов следующую оценку:

$$|T(s, \cos\theta_a)| \geq e^{-\mathrm{const}\frac{s}{\Delta(s)}}. \tag{24}$$

Таким образом, мы видим, что в этом случае нижняя граница убывания определяется только поведением ширины дифракционного пика.

В случае, если $\Delta(s) \ll \frac{\ell}{c}\cdot\frac{1}{s \ln s}$, нижняя граница будет определяться [illegible] и вместо формулы (24) мы будем иметь:

$$|T(s, \cos\theta_a)| \geq e^{-\mathrm{const}\, s^2 \ln s}.$$

Экспериментальное изучение для различных упругих процессов поведения ширины дифракционного пика, пика рассеяния назад и поведения амплитуды в области больших углов может служить также проверкой аналитичности амплитуды рассеяния по $\cos\theta$. Действительно, как показано выше, разные предположения об аналитичности амплитуды по $\cos\theta$ приводят к существенно различным формулам для нижней границы убывания амплитуды рассеяния.

Поэтому если бы оказалось, что для некоторых процессов амплитуда рассеяния в области больших углов убывает быстрее, чем это предписывается формулами (20) и (22), то это может свидетельствовать, что предположения об аналитичности более широкой, чем это имеет место в эллипсе Лемана или Мандельстама, несправедливы.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Н.Н. Боголюбову, Д.И. Блохинцеву, С.С. Герштейну, Нгуен Ван Хьеу, Ю.Д. Прокошкину, Р.М. Ры

дину, А.Н. Тавхелидзе, И.Т. Тодорову и О.А. Хрусталеву за ценные обсуждения.

Литература

1. F. Cerulus, A. Martin, Phys. Lett. 8, 80 (1964).
2. K. J. Foley et al. Phys. Rev. Lett. 15, 45 (1965).
3. S. J. Lindenbaum, Strong Interactions at High Energy", Oxford International Conference on Elementary Particles, 19/25, Sept. 1965.
4. Л. Ван Хов. УФН 99, 315 (1966). L. Van Hove Hadron Collisions at Very High Energies. Preprint CERN R-2994.
5. T. Kinoshita, Phys. Rev. Lett. 12, 257 (1964).
6. O. Czyzewski, B. Escoules, et al. Phys. Lett. 15, 188 (1965).

Рукопись поступила в издательский отдел
24 января 1967 г.