ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 3118

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В.А. Матвеев, Л.Д. Соловьев, Б.В. Струминский,
А.Н. Тавхелидзе, В.П. Шелест

ДИСПЕРСИОННЫЕ ПРАВИЛА СУММ
В ТЕОРИИ СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

1967 г.

P2 - 3118

В.А. Матвеев, Л.Д. Соловьев, Б.В. Струминский,
А.Н. Тавхелидзе, В.П. Шелест

ДИСПЕРСИОННЫЕ ПРАВИЛА СУММ В ТЕОРИИ СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Введение

Дисперсионные правила сумм в теории сильных взаимодействий элементарных частиц выводятся на основе дисперсионных соотношений в предположении о достаточно быстром убывании амплитуд при больших энергиях.

На существование дисперсионных правил сумм было указано в первых работах по дисперсионным соотношениям [1]. С тех пор в этой области был достигнут значительный успех в основном благодаря доказательству дисперсионных соотношений в квантовой теории поля [2], и вплоть до настоящего времени правила сумм продолжают оставаться одним из наиболее эффективных и широко применяемых методов исследования общих свойств фотоядерных реакций.

Дисперсионные правила сумм, которые в основном рассматриваются далее, были получены и использованы для анализа низкоэнергетического электророждения и фоторождения π-мезонов в работе [3].

Хотя после доказательства дисперсионных соотношений в квантовой теории поля для самых различных процессов и гипотезы мандельстамовского представления прошло много лет, дисперсионные правила сумм для описания элементарных частиц до последнего времени фактически не применялись. Толчком в этом направлении послужили работы Фубини, Фурлана и Розетти [4]. В этих работах на основе синтеза метода алгебры токов [5] и дисперсионных соотношений был получен ряд интересных правил сумм.

Н.Н. Боголюбов обратил внимание на то, что для получения дисперсионных правил сумм естественно исходить из доказанных в квантовой теории поля дисперсионных соотношений с учетом свойств симметрии элементарных частиц и резонансов.

Впервые такой подход применялся в работах[6,7] для получения соотношений между константами связи и магнитными моментами нуклонов.

В работах[8-11] были получены соотношения между константами связи и магнитными моментами барионов в рамках $SU(3)$ симметрии, а также выведены известные правила сумм Кабиббо-Радикати[12] и Адлера-Вайсбергера[13]. Подобные соотношения затем рассматривались в работе[14], где они получили название "сверхсходящихся дисперсионных правил сумм".

Заметим, что метод алгебры токов богаче по возможности получения результатов. Однако надо учесть, что алгебра токов основана на постулируемых коммутационных соотношениях токов в равные времена.

Учитывая, что задание одновременных коммутаторов токов в квантовой теории поля является весьма сильным предположением, которое может быть проверено лишь для модельных токов, представляется весьма интересным более подробно проанализировать дисперсионные правила сумм, которые используют лишь локальные свойства токов и предположение о поведении амплитуд при больших энергиях.

Целью настоящего обзора является обсуждение способов получения дисперсионных правил сумм в теории сильных взаимодействий и результатов, полученных на основе этих правил.

В § 2 этой работы в целях полноты изложения мы напоминаем об определении токов в квантовой теории поля и обсуждаем их локальные свойства. Далее мы рассматриваем локальные векторные и аксиально-векторные токи адронов и их изотопическую и унитарную структуру.

В § 3 обсуждаются основные способы получения и применения дисперсионных правил сумм.

В §§ 4-8 дисперсионные правила сумм используются для исследования конкретных физических процессов, в предположении изотопической инвариантности сильных взаимодействий. В частности, получены правила сумм Кабиббо-Радикати и Адлера-Вайсбергера.

В § 9 рассматриваются дисперсионные правила сумм для мезонных процессов. Вывод правил сумм основан на дисперсионных соотношениях по энергии при фиксированном угле рассеяния 90°.

В §§ 10-12 рассматриваются дисперсионные правила сумм с привлечением $SU(3)$-симметрии. В § 11 расматривается вопрос о насыщении правил сумм ближайшими резонансами и возможная модификация правил сумм, связанная с учетом вкладов высоких энергий в дисперсионные правила сумм.

§ 2. Локальные токи адронов и их свойства

Как известно, фундаментальными величинами квантовой теории поля являются локальные токи. В лагранжевом подходе локальные токи могут быть выражены через гайзенберговские поля частиц. Например, в квантовой электродинамике электромагнитный ток фермионов имеет следующий вид:

$$j^n(x) = e\bar{\psi}\gamma^n\psi\,, \qquad (2.1)$$

где ψ –гайзенберговское поле фермиона со спином 1/2 и γ^n –матрицы Дирака[x/].

В S –матричной формулировке квантовой теории поля локальные токи определяются вариационными производными S –матрицы по локальным операторам полей. Например, электромагнитный ток записывается следующим образом[/15/]:

$$j^n(x) = i\,\frac{\delta S}{\delta A_n(x)}\cdot S^+\,, \qquad (2.2)$$

где $A_n(x)$ –оператор электромагнитного поля.

Основные физические величины, такие, как вершинные функции и амплитуды различных процессов, могут быть выражены с точностью до так называемых контр-членов через матричные элементы токов и их произведений.

В дальнейшем для амплитуды рассеяния мы будем пользоваться выражением через запаздывающие коммутаторы токов[xx/]:

---

x/ В дальнейшем мы используем следующее представление для γ^n:

$$\gamma^n\gamma^m + \gamma^m\gamma^n = 2g^{nm};\quad g^{00} = -g^{11} = -g^{22} = -g^{33} = 1;\quad \gamma^5 = \gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3.$$

xx/ Определение амплитуды с помощью выражения (2.3) является удобным, но содержит произвол, связанный с неопределенностью произведения двух сингулярных (или обобщенных) функций: θ –функции и коммутатора токов. Это произведение должно быть определено таким образом, чтобы обеспечить релятивистскую инвариантность и причинность амплитуды рассеяния, при которых интегрирование в формуле (2.3) распространяется лишь на верхнюю полость светового конуса.

$$T(s,t) = i\cdot\int dx\, e^{iqx}\cdot\theta(x_0)\langle p'|[j_2(x), j_1(0)]|p\rangle , \qquad (2.3)$$

где $j_1(x)$ и $j_2(x)$ –локальные токи налетающей и рассеянной частиц соответственно, $|p\rangle$ и $\langle p'|$ –векторы состояний частиц мишени до и после столкновений, а $s=(p'+q)^2$, $t=(p'-p)^2$.

Для мнимой части амплитуды (2.3) имеем:

$$Im\, T(s,t) = \frac{1}{2}\cdot\int dx\, e^{iqx}\langle p'|[j_2(x), j_1(0)]|p\rangle . \qquad (2.4)$$

В квантовой теории поля, используя локальные свойства токов $j_{1,2}(x)$, можно установить аналитические свойства амплитуды рассеяния $T(s,t)$ по переменной s и написать дисперсионные соотношения, связывающие реальные и мнимые части амплитуды

$$Re\, T(s,t) = \frac{1}{\pi} P\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{Im\, T(s',t)}{s'-s} ds' . \qquad (2.5)$$

Эти дисперсионные соотношения написаны в предположении, что амплитуда рассеяния на бесконечности убывает. В противном случае в дисперсионных соотношениях надо делать вычитание. Подчеркиваем, что количество вычитаний в дисперсионных соотношениях определяется динамикой процесса и постулируется независимо /2,15/.

Как уже отмечалось выше, для установления аналитических свойств амплитуды рассеяния (2.3) важно иметь локальные токи. В обычной формулировке квантовой теории поля каждой элементарной частице приписывается свое локальное поле и свой локальный ток, так что при описании вершин и процессов рассеяния мы имеем дело лишь с локальными токами.

В последние годы широкое развитие получила идея составных частиц. В кварковой модели, например, считается, что все сильновзаимодействующие частицы являются связанными состояниями кварков и антикварков. Так что с точки зрения квантовой теории поля только фундаментальным частицам – кваркам и, из известных в настоящее время, лишь лептонам и фотонам могут быть приписаны локальные поля и токи.

В дальнейшем мы будем пользоваться идеей составных адронов. В этой связи представляется интересным обсудить вопрос о локальных токах адронов.

Благодаря закону сохранения лептонного заряда, лептоны принимают участие во взаимодействиях с адронами только парами: $(e\bar{\nu}_e)$, $(\mu\bar{\nu}_\mu)$ в слабых взаимодействиях и $(e\bar{e})$, $(\mu\bar{\mu})$ в электромагнитных взаимодействиях. Ввиду малости констант связи слабого и электромагнитного взаимодействия в квантовой теории поля можно ввести локальные слабые и электромагнитные токи адронов, которые описывают реакцию сильновзаимодействующих частиц на слабое внешнее возмущение.

Электромагнитный ток представляет собой сохраняющийся векторный ток, а слабый ток, согласно $V-A$ гипотезе Фейнмана-Гелл-Манна, является комбинацией векторного и аксиального токов.

Не исключено, что в слабых взаимодействиях адронов принимают участие также скалярный, псевдоскалярный и тензорный локальные токи, однако в дальнейшем мы сосредоточим внимание на векторных и аксиальных локальных токах.

Гипотеза изотопической инвариантности сильных взаимодействий позволяет наделить электромагнитный и слабый токи изотопической структурой.

Исходя из $SU(3)$–симметрии сильных взаимодействий или из модели кварков, можно пытаться объединить слабые и электромагнитный токи в октеты векторных и аксиальных токов.

Таким образом, имея локальные векторные и аксиальные токи, мы можем последовательно вычислять на базе квантовой теории поля электромагнитные и слабые формфакторы адронов и амплитуды различных процессов с участием лептонов.

Важным инструментом извлечения из этих токов информации о сильных взаимодействиях является соотношение Гольдбергера-Треймана или гипотеза о частичном сохранении аксиального слабого тока. Соотношение Гольдбергера-

Треймана связывает матричный элемент дивергенции аксиального тока с вершиной испускания π -мезона: $T_{A\to B+\pi}$ [10]:

$$\langle B|\operatorname{div} A^{\rho}(0)|A\rangle = \frac{\mu^2 f_\pi}{\mu^2 - q^2}\cdot T_{A\to B+\pi}\,, \tag{2.5}$$

где f_π -константа слабого распада заряженных π -мезонов.

Соотношения типа (2.5) являются следствием безвычитательных дисперсионных соотношений по q^2 для матричных элементов $\operatorname{div} A^{\rho}(x)$ и предположения о доминировании полюса π -мезона[x]. Другой вывод соотношения (2.5) основан на операторной формулировке $PCAC$ - гипотезы[17], устанавливающей пропорциональность оператора φ_π -мезонного поля и дивергенции аксиального тока с квантовыми числами π -мезонов:

$$\operatorname{div} A^{\rho}(x) = c\cdot\varphi_\pi(x)\,. \tag{2.5}$$

Такая формулировка предполагает, однако, наличие локального поля π -мезона.

Заметим, что из дисперсионных соотношений для амплитуды типа (2.3), в которых токи j_2 и j_1 являются дивергенцией аксиального тока и имеют все квантовые числа псевдоскалярных мезонов, используя соотношение Гольдбергера-Треймана, можно получить дисперсионные соотношения для пион-нуклонного рассеяния. В таком подходе эти дисперсионные соотношения будут, вообще говоря, приближенными.

Мы здесь не будем касаться этих сложных вопросов получения дисперсионных соотношений и в дальнейшем будем рассматривать дисперсионные соотношения для амплитуд рассеяния, фоторождения мезонов на барионах и др. в том виде, который требуется локальной теорией поля.

§ 3. Дисперсионные правила сумм

Ограничения на поведение амплитуд при больших энергиях позволяют извлекать определенную информацию о динамике взаимодействий.

---

[x] Можно пытаться обобщить соотношение Гольдбергера-Треймана для аксиальных токов, имеющих квантовые числа K -мезонов. Однако такие соотношения имеют меньшую точность благодаря большой массе K -мезонов.

Предположим, что некоторая амплитуда $f(E)$ при больших энергиях удовлетворяет следующему ограничению:

$$|f(E)| < \frac{const}{E^{a}}, \quad где \ a > 1. \tag{3.1}$$

Тогда для амплитуд $f(E)$ и $E \cdot f(E)$ справедливы дисперсионные соотношения без вычитаний:

$$f(E) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{Im f(E')}{E'-E} dE', \tag{3.2}$$

$$E \cdot f(E) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{Im f(E') \cdot E'}{E'-E} dE', \tag{3.3}$$

откуда следует дисперсионное правило сумм

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dE \, Im f(E) = 0. \tag{3.4}$$

Ограничение на высокоэнергетическое поведение амплитуды (3.1) является, вообще говоря, довольно сильным.

Однако в случае, например, процессов с участием спиновых частиц имеются амплитуды, которые входят в полную амплитуду процесса с растущими при больших энергиях кинематическими факторами. Для таких амплитуд ограничение типа (3.1) может быть выполнено при разумных ограничениях на высокоэнергетическое поведение полных амплитуд.

Обычно такие амплитуды отвечают за перенос спина в реакции, и без противоречия с общими результатами об асимптотическом поведении упругих и полных сечений процессов можно предположить, что такие амплитуды достаточно быстро убывают, так что правила сумм (3.4) выполняются.

Отметим, что дисперсионные правила сумм являются нетривиальными лишь для перекрестно-нечетных амплитуд $f(E)$.

Если выбор амплитуды сделан правильно, дисперсионные правила сумм (3.4) являются точными и в принципе доступны проверке без дополнительных предположений.

Значительно бо́льшая динамическая информация может быть извлечена из дисперсионных правил сумм для тех амплитуд, которые в области низких энергий доминируются несколькими одночастичными и резонансными состояниями. Мы будем предполагать, что для тех амплитуд, выбор которых описан в последующих разделах, дисперсионные правила сумм насыщаются вкладами ближайших одночастичных и резонансных состояний (и это в первую очередь относится к тем амплитудам, в которых вклады ближайших резонансов кинематически усилены).

Отметим, что вклады резонансов в дисперсионные правила сумм мы будем учитывать в так называемом δ -приближении, пренебрегая ширинами резонансов.

Учет вкладов высоких энергий в дисперсионные правила сумм позволяет в принципе связать параметры, определяющие асимптотическое поведение амплитуд при больших энергиях, с параметрами, характеризующими область низких энергий. В работах /18/ эти правила сумм используются для анализа высокоэнергетического рассеяния. Здесь мы не будем затрагивать этот интересный вопрос.

Отметим в заключение роль симметрий при использовании дисперсионных правил сумм. Выбор симметрии задачи определяет количество независимых параметров, характеризующих вершины и количество связывающих их уравнений, оказывая таким образом влияние на насыщение дисперсионных правил сумм. Дисперсионные правила сумм в режиме насыщения ближайшими одночастичными и резонансными состояниями позволяют в принципе, исходя из изотопической или унитарной симметрии, получать результаты высших симметрий, таких, как $SU(3)$ -симметрия, модель кварков и др.

Рассмотрение дисперсионных правил сумм на основе изотопической и $SU(3)$-симметрии дается соответственно в §§ 4-9 и §§ 10-13.

§ 4. Рассеяния пионов на барионах

В качестве первого примера рассмотрим рассеяние пиона на барионе $\pi(q)+B(p)\to\pi(q')+B(p')$, где B означает N, Ξ, Σ или Λ и в скобках указаны импульсы частиц. Амплитуда этого процесса имеет вид /19/

$$T = \bar{u}(p')\left[A(s,t) + \gamma q \cdot B(s,t)\right]u(p), \qquad (4.1)$$

где $s=(p+q)^2, t=(p'-p)^2$. Переходя в брейтовскую систему координат, легко показать, что для того, чтобы обеспечить определенное поведение T при $s\to\infty$ и фиксированном t, амплитуда B должна убывать быстрее, чем A. Амплитуда B соответствует рассеянию с переворотом спина, т.е. в сущности неупругому процессу. Поэтому, не вступая в противоречие с общими результатами теории об асимптотическом поведении амплитуд упругих процессов или с известными данными о поведении полного сечения πN - рассеяния при высоких энергиях, мы можем предположить, что амплитуда B удовлетворяет условию (3.1) и для нее имеет место правило сумм (3.4).

Заметим, что правило сумм (3.4) в приближенной (низкоэнергетической) форме может иметь место и при более слабом ограничении на поведение B. Этот вопрос обсуждается в конце настоящего раздела.

Как было отмечено в § 3, правило сумм (3.4) является нетривиальным лишь для перекрестно-нечетных амплитуд B_{odd}, соответствующих следующим разложениям амплитуды B по изотопическим структурам :

$$\pi N, \pi\Xi: \quad B = \delta_{i\ell}\cdot B_{odd} + \frac{1}{2}[\tau_i, \tau_\ell] B^{(-)}, \qquad (4.2)$$

$$\pi\Sigma: \quad B = \delta_{i\ell}\cdot\delta_{jk} B_{odd} + \frac{1}{2}(\delta_{ij}\delta_{k\ell} + \delta_{ik}\delta_{j\ell}) B'_{odd} + \frac{1}{2}(\delta_{ij}\delta_{k\ell} - \delta_{ik}\delta_{j\ell}) B^{(-)}, \qquad (4.3)$$

$$\pi\Sigma\Lambda: \quad B = \delta_{i\ell}\cdot B_{odd}. \qquad (4.4)$$

Здесь i,ℓ и j,k -изотопические индексы пионов и Σ -частиц. Выписывая явно однобарионный член, получим для каждой реакции следующее правило сумм:

$$g^2_{\pi\pi B} + \frac{1}{\pi}\int\limits_{(m_B+m_\pi)^2}^{\infty} ds\, \mathrm{Im}\, B_{odd}(s,t) = 0, \qquad (4.5)$$

где m_B –масса бариона (для $\pi\Sigma$ –рассеяния нижний предел интегрирования равен $(m_\Lambda + m_\pi)^2$) и $g_{BB\pi}$ –константа связи бариона с пионом (для $\pi\Lambda$ – рассеяния $g_{BB\pi} = g_{\pi\Sigma\Lambda}$). Константы связи нормированы обычным образом (см. Приложение А).

Аналогичное соотношение имеет место и для амплитуды B'_{odd} $\pi\Sigma$-рассеяния. Рассмотрим эти соотношения в приближении, когда под интегралом будем учитывать лишь вклад ближайшего резонанса, соответствующего $s \simeq (m+2m_\pi)^2$. Такое приближение для амплитуды B может быть оправданным, если ближайший резонанс соответствует P –, а не S –волне. В самом деле, благодаря множителю γq в (4.1), вклад S –волны в эту амплитуду в области ближайшего резонанса сильно подавлен: амплитуда S – волны входит в B с множителем $E-m$, где E – энергия бариона в с.ц.м., в то время как P –волновый вклад содержит множитель $E+m$. В области ближайшего резонанса

$$\frac{E-m}{E+m} < \frac{m_\pi}{2m} \lesssim \frac{1}{15} . \tag{4.6}$$

Если ближайший резонанс соответствует S –волне, то его вклад в интеграл (4.5) заведомо подавлен и вклады других состояний могут быть сравнены с резонансным вкладом. Ближайший S – волновой резонанс Λ (1405) соответствует $\pi\Sigma$ –рассеянию с нулевым изоспином. Это рассеяние описывается амплитудой B'_{odd} и для нее рассматриваемое приближение не применимо. Для амплитуд B_{odd} ближайшие резонансы B^* соответствуют P –волне с полным моментом 3/2, которые, если использовать язык $SU(6)$–симметрии, входят вместе с барионами в барионный 56–плет. Учитывая эти резонансы в δ – приближении, мы получаем следующие соотношения между константами связи барионов $g_{BB\pi}$ и ширинами распадов резонансов:

$$\frac{g^2_{BB\pi}}{4\pi} = a_{B^*B} \cdot \frac{M}{q}\left[\frac{1}{E-m} - \frac{3\left(1+\frac{t}{2q^2}\right)}{E+m}\right] \cdot \Gamma_{B^*B\pi} , \tag{4.7}$$

$$a_{N^*N} = \frac{2}{3}, \; a_{\Xi^*\Xi} = \frac{1}{3}, \; a_{\Sigma^*\Sigma} = \frac{1}{2}, \; a_{\Sigma^*\Lambda} = 1,$$

где E и q –энергия и импульс бариона в с.ц.м. при $s=M$ и M –масса резонанса. Это соотношение зависит от t, что указывает на его приближенный характер. Однако для тех t, которые соответствуют области ближайшего резонанса $-2q^2(1-\cos\theta)\leq t\leq 0$ и для которых только и справедливо резонансное приближение в дисперсионных интегралах, зависимость от t изменяет правую часть (4.7) для πN рассеяния не более чем на 9%. Для других реакций эта зависимость еще слабее. Полагая в (4.7) $t = 0$ (это значение t в дисперсионных соотношениях всегда несколько предпочтительнее, поскольку при $t = 0$ отсутствует ненаблюдаемая область) и используя известное значение $g^2_{NN\pi}/4\pi = 14{,}6$ мы получаем $\Gamma_{N^*N\pi}$ = 117 Мэв, что хорошо согласуется с экспериментальным значением 120±2Мэв [20]. Для других реакций мы можем вычислить константы связи барионов, зная из эксперимента ширины распадов резонансов. Результаты этих вычислений собраны в таблице. В двух последних колонках таблицы для сравнения приведены результаты симметрии $SU_W(6)$ и результаты статической симметрии $SU(6)$, нарушенной определенным образом [21]. Расхождения довольно значительны. При этом нужно иметь в виду, что нарушения симметрии $SU_W(6)$ [22] могут оказаться весьма значительными для констант $g_{BB\pi}$, введение же нарушения не является однозначным. С другой стороны, мы рассмотрели лишь довольно грубое приближение в дисперсионных правилах сумм. Ниже мы увидим, что для электромагнитных констант результаты $SU(6)$ –симметрии и рассматриваемого подхода согласуются друг с другом.

В заключение этого раздела рассмотрим случай, когда амплитуда B при $s\to\infty$ не удовлетворяет условию (3.1). Для произвольного высокоэнергетического поведения B мы вместо (3.2) и (3.3) можем написать (для перекрестно-нечетной амплитуды)

$$B(s,t) = \frac{1}{\pi}\int_0^a \frac{\operatorname{Im} B(s',t)}{s'-s}ds' - (s\to u) + f_1(s,t), \tag{4.8}$$

$$(s-u)B(s,t) = \frac{1}{\pi}\int_0^a \frac{\operatorname{Im} B(s',t)(s'-u')}{s'-s}ds' + (s\to u) + f_2(s,t). \tag{4.9}$$

где $(s \to u)$ означает предыдущий член с заменой s на u и a есть верхняя граница области ближайшего резонанса. Тогда, независимо от поведения $f_{1,2}(s,t)$ при $s \to \infty$ мы можем предположить, что в области ближайшего резонанса $s < a$ при соответствующих физических значениях t функции $f_{1,2}(s,t)$ малы

$$|f_{1,2}(s,t)| \simeq 0, \quad s < a. \tag{4.10}$$

Тогда, умножая (4.8) на $s-u$ и вычитая из (4.9), мы вместо (3.4) получаем правило сумм в приближенной (низкоэнергетической) форме

$$\int_0^a ds \, Im \, B(s,t) = 0.$$

Именно эта форма правила сумм фактически и использовалась выше.

Если же асимптотика B определяется полюсами Редже, мы можем написать точное правило сумм, связывающее интеграл по низкоэнергетической области с параметрами полюсов Редже. Рассмотрим для простоты лишь один вакуумный полюс:

$$B(s,t) \sim C(t) \, s^{\alpha(t)}, \quad s \sim \infty, \tag{4.12}$$

где $\alpha(t) = \alpha_p(t) - 1$ и $\alpha_p(t)$ – траектория Померанчука. Применяя теорему Коши к разности амплитуды и ее главного асимптотического реджиевского члена, получаем правило сумм: /18/.

$$\int_0^A ds \, Im \, B(s,t) - \frac{A^{\alpha(t)+1}}{\alpha(t)+1} \cdot Im \, C(t) = 0. \tag{4.13}$$

Некоторые приложения правила сумм типа (4.13) мы рассмотрим в дальнейшем. При этом мы будем предполагать, что второй член в (4.13) удовлетворяет определенным требованиям симметрии.

Существенно, что это правило позволяет вычислять параметры траекторий Редже, используя экспериментальные данные при низких энергиях и определенные свойства симметрии коэффициентов $C(t)$. Поэтому оно может оказаться весьма полезным при анализе экспериментальных данных при высоких энергиях. /18/ Эти вопросы выходят, однако, за рамки настоящего обзора.

Таблица

π -мезон-барионные константы связи $\left(\frac{g^2_{BB\pi}}{4\pi}\right)$

BB	$\Gamma_{B^*B\pi}$ (Мэв)	Настоящая работа	$SU(6)_W$	Статическая нарушенная
$\Xi\Xi$	7.3 ± 1.7	3.0 ± 0.7	0.58	0.74
$\Sigma\Sigma$	4.1 ± 0.9	4.0 ± 0.9	9.4	0.75
$\Sigma\Lambda$	42 ± 9	$12,1 \pm 2.6$	7.0	12.5

§ 5. Электророждение и фоторождение пионов на барионах

Рассмотрим теперь процессы электророждения $e+B \to e+B$ и фоторождения $\gamma(k)+B(p) \to \pi(q)+B_{(p')}$ пионов на барионах. Амплитуда каждого из этих процессов имеет вид $T = -\varepsilon_n T_n$, где вектор ε_n представляет собой поляризационный вектор виртуального или реального фотона. Вектор T^n есть амплитуда виртуального фоторождения /3/.

$$T^n = \langle qp' | j^n_{(0)} | p \rangle = \sum_{i=1}^{6} \bar{u}(p')\gamma^5 R_i^n u(p) \cdot F_i(s,t,k^2), \qquad (5.1)$$

где $j^n_{(k)}$ - плотность электромагнитного тока, $k = p' + q - p$ -импульс фотона $s = (p'+q)^2$, $t = (p'-p)^2$ и

$$R_1^n = p^n p'\cdot k - p'^n p\cdot k \;; \quad R_{2,3}^n = (p \pm p')^n \gamma\cdot k - \gamma^n (p \pm p')\cdot k \;;$$

$$R_4^n = \gamma\cdot k\,\gamma^n - \gamma^n \gamma\cdot k \;; \quad R_5^n = (p-p')^n k^2 - k^n (p-p')\cdot k \;; \qquad (5.2)$$

$$R_6^n = k^n \gamma\cdot k - \gamma^n k^2 .$$

При таком выборе R_i^n инвариантные амплитуды F_i не имеют кинематических особенностей. Предположим, что при $s \to \infty$ и фиксированных t и k^2 амплитуда виртуального фоторождения T^n удовлетворяет условию

$$|T^n| \leqslant const \cdot s \ln^a s \, , \quad a < -1 \, . \tag{5.3}$$

Это условие означает, что дифференциальное сечение электророждения вперед в лабораторной системе при высоких энергиях не зависит от продольной поляризации виртуального фотона.

Переходя в брейтовскую систему координат, можно показать, что условие (5.3) является необходимым и достаточным для того, чтобы дисперсионные соотношения по s для всех амплитуд F_i были справедливы без вычитаний. При этом, поскольку R_6^n содержит два энергетических множителя, инвариантная амплитуда $F_6(s, t, k^2)$ (и только она) при $s \to \infty$ и фиксированных t и k^2 ведет себя как T^n/s^2, и для нее справедливо дисперсионное правило сумм (3.4). Учитывая изотопическую структуру амплитуды виртуального фоторождения пиона на барионе

$$\gamma N, \gamma \Xi: \quad F_6 = \delta_{e3} F^{(v)}_{odd} + \tau_e F^{(s)}_{odd} + \frac{1}{2}[\tau_e, \tau_3] F^{(-)};$$

$$\begin{aligned} \gamma \Sigma: \quad F_6 = {} & \delta_{e3} \delta_{jk} F^{(v)}_{odd} + \frac{1}{2}(\delta_{3j} \delta_{ke} + \delta_{3k} \delta_{je}) F'_{odd} + \\ & + \frac{1}{2}(\delta_{3j} \delta_{ke} - \delta_{3k} \delta_{je}) F^{(-)} + i \epsilon_{jke} F^{(s)}_{odd}; \end{aligned} \tag{5.4}$$

$$\gamma \Lambda: \quad F_6 = \delta_{e3} \cdot F^{(v)}_{odd};$$

и выписывая явно однобарионные члены для перекрестно-нечетных амплитуд F_{odd} получаем следующие правила сумм:

$$g_{BB\pi} \cdot F^{(v,s)}_{\mu}(k^2) + \frac{1}{\pi} \int_{(m+M_B)^2}^{\infty} ds \, Im \, F^{(v,s)}_{odd}(s, t, k^2) = 0 \, . \tag{5.5}$$

Здесь $F^{(v,s)}_{\mu}$ -изовекторный и изоскалярный паулиевские формфакторы барионов, нормированные условием $F^{(v,s)}_{\mu}(0) = \mu'_{v,s}$, где μ'_v, μ'_s -

-изовекторный и изоскалярный аномальные магнитные моменты[x]; остальные обозначения те же, что и в (4.5). Амплитуда F'_{odd} фоторождения на Σ как и амплитуда B'_{odd} § 4 имеет ближайший резонапс в S -волне, который кинематически подавлен. Для нее резонансное приближение заведомо не применимо, и мы не будем ее рассматривать.

Учитывая под интегралом (5.6) лишь вклад ближайшего резонанса (в P - волне), из правила сумм для изоскалярной амплитуды виртуального фоторождения на нуклоне получаем соотношение

$$F_\mu^{(p)}(k^2) + F_\mu^{(n)}(k^2) = 0, \tag{5.6}$$

которое вместе с соотношениями для саксовских формфакторов протона и нейтрона, предсказываемыми симметрией $SU(6)_W$:

$$\frac{G_\mu^{(p)}(k^2)}{G_\mu^{(n)}(k^2)} = -\frac{3}{2}, \qquad G_E^{(n)}(k^2) = 0, \tag{5.7}$$

приводит к тому, что отношение между магнитным и электрическим саксовскими формфакторами протона оказывается не зависящим от k^2

$$\frac{G_\mu^{(p)}(k^2)}{G_E^{(p)}(k^2)} = 3, \tag{5.8}$$

что хорошо согласуется с экспериментом.

Равенства (5.7) и (5.8), взятые при $k^2 = 0$, приводят к следующим значениям для полных магнитных моментов протона и нейтрона:

$$\mu_p = \frac{3e}{2m}, \qquad \mu_n = -\frac{e}{m}, \tag{5.9}$$

---

x/ $2F_\mu^{(v,s)}$ равно $F_\mu^{(p)} \mp F_\mu^{(n)}$ для N, $F_\mu^{(\Xi^0)} \mp F_\mu^{(\Xi^-)}$ для Ξ, $F_\mu^{(\Sigma^+)} \mp F_\mu^{(\Sigma^-)}$ для Σ (при этом $F_\mu^{(s)} = F_\mu^{(\Sigma^0)}$) и $F_\mu^{(v)} = F_\mu^{(\Sigma\Lambda)}$ для Λ, где последний формфактор нормирован условием

$$\mathcal{L}_{\Sigma\Lambda\gamma} = -\frac{i}{2} F_\mu^{(\Sigma\Lambda)} \bar{\psi}_\Sigma \gamma^m \gamma^n \psi_\Lambda \cdot F_{mn} + э.с.$$

которые совпадают с предсказаниями модели кварков[23] и согласуются с экспериментом.

Остальные правила сумм (5.5) мы рассмотрим при $k^2 = 0$ и учтем под интегралом лишь вклад ближайшего резонанса в δ-приближении, причем в соответствии с экспериментальными данными по фото- и электророждению на нуклонах, а также в согласии с дисперсионной теорией этих процессов при низких энергиях[24], пренебрежем амплитудами электрического и продольного квадрупольных переходов по сравнению с амплитудой магнитно-дипольного перехода. Мы получаем

$$g_{BB\pi} \cdot \mu'_{v,s} = \frac{1}{6}\sqrt{\frac{3}{2}}\, b_{BB}\, g_{B^*B\pi} \cdot \mu^{(v,s)}_{B^*B} \cdot m\left[\left(1+\frac{m}{M}\right)^2 - \frac{m_\pi^2}{M^2} - \frac{3t}{mM}\right],$$

$$b_{NN} = \frac{2}{\sqrt{3}}, \quad b_{\Xi\Xi} = b_{\Sigma\Sigma} = b_{\Sigma\Lambda} = 1. \tag{5.10}$$

В этом соотношении константы $g_{B^*B\pi}$ следующим образом связаны с ширинами распадов резонансов $(B = N, \Xi, \Sigma)$

$$\Gamma_{B^*B\pi} = \frac{g^2_{B^*B\pi}}{6\pi} \cdot \frac{q^3(m+E)}{M}, \quad \Gamma_{\Sigma^*\Lambda\pi} = \frac{g^2_{\Sigma^*\Lambda\pi}}{12\pi} \cdot \frac{q^3(m+E)}{M} \tag{5.11}$$

где E и q -энергия и импульс бариона в системе покоя резонанса. Константы $\mu^{(v,s)}_{B^*B}$ являются магнитными моментами изовекторного и изоскалярного переходов $B^* \to B + \gamma$. Связь констант μ_{B^*B} и $g_{B^*B\pi}$ с эффективными лагранжианами взаимодействия приведена в Приложении А. Нормировка магнитного момента перехода обсуждается в Приложении Б.

Соотношение (5.10), как и (4.6), зависит от t, однако эта зависимость еще слабее, чем в (4.6). При $t = 0$, используя (5.11) и (4.6), получаем

$$\begin{aligned}
&\mu(N^* \to N\gamma) = 1{,}28 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3}\mu_p, \\
&\mu(\Xi^* \to \Xi\gamma) = 1.09 \cdot \sqrt{2}\,\mu'(\Xi), \\
&\mu(\Sigma^* \to \Sigma\gamma) = 1.15 \cdot \sqrt{2}\,\mu'(\Sigma), \\
&\mu(\Sigma^* \to \Lambda\gamma) = 1.17 \cdot \sqrt{2}\,\mu(\Sigma^0 \to \Lambda\gamma).
\end{aligned} \tag{5.12}$$

Первое из этих соотношений хорошо согласуется с экспериментальными значениями (В3), (В4), полученными из анализа экспериментальных данных по фоторождению в работах [25] (см. Приложение В). Все соотношения (5.12) согласуются с предсказаниями модели кварков, которая для всех частиц, кроме Ξ^- и Σ^- дает единицу вместо первого множителя в правых частях (5.12), а для Ξ^- и Σ^- дает нуль в правых и левых частях.

Соотношения типа (5.10) справедливы и для формфакторов при $k^2 \neq 0$.

Сравним правило сумм для амплитуды F_6 (5.5) с результатами, полученными в работах [4] с помощью алгебры токов и гипотезы о частичном сохранении аксиального тока. В наших обозначениях результат работ [4] для фоторождения имеет вид

$$g_{NN\pi} \cdot \mu'_{V,S} + \frac{1}{\pi} \int\limits_{(m+m_\pi)^2}^{\infty} ds \frac{Im F^{(V,S)}(s, t = k^2 = m_\pi^2 = 0)}{s - m^2} = 0, \tag{5.13}$$

где $F = 2m(mF_2 + F_4)$. При этом предполагается, что для амплитуд $F^{(V,S)}$ дисперсионные соотношения справедливы без вычитаний. Можно показать, что при $t = k^2 = m_\pi^2 = 0$ амплитуды F_6 и $F/(s - m^2)$ отличаются лишь тем, что в первую амплитуду дают вклад продольно поляризованные фотоны, а во вторую - нет. Вклады амплитуд поперечных фотонов для них совпадают. Поэтому, если пренебречь продольными амплитудами, то при $t = k^2 = m_\pi^2 = 0$ правило сумм (5.5) совпадает с (5.13). Однако правило сумм (5.5) в отличие от (5.13) позволяет получать следствия, соответствующие физической массе пиона, и дает возможность оценить ошибку, возникающую из-за приближения $m_\pi^2 = 0$. Из (5.10) видно, что эта ошибка порядка $\left(\frac{m_\pi}{m}\right)^2 \lesssim$ 2%, т.е. ничтожно мала для фоторождения пионов. Однако она становится заметной для фоторождения каонов, поскольку $\left(\frac{m_K}{m}\right)^2 \simeq$ 25%. Дисперсионные правила сумм для этого случая с физической массой каона рассмотрены в работе Писаренко [25].

Если в соотношении (5.10) для фоторождения на нуклоне положить $t = m_\pi^2 = 0$, то мы получим соотношение, которое отличается от результата работы [4] лишь тем, что ее авторы учитывают не только магнитно- дипольный переход в резонансное (33) состояние, но и небольшую примесь электрического квадруполя[x/], которая в приближении изобарной модели /24/ не противоречит эксперименту. Они учитывают также вклад следующего резонанса N_{13} (1518) и, используя константы связи резонансов, соответствующие изобарной модели /24/, а также предположение о том, что изоскалярная и изовекторная константы связи $N_{13} \cdot N\gamma$ равны друг другу, получают

$$
\begin{aligned}
\mu'_V &= C_{33} + C_{13} \\
\mu'_S &= C_{13}
\end{aligned}
\qquad (5.14)
$$

где C_{33} = 1,99 я.м. и C_{13} = 0,088 я.м. есть вклады первого и второго резонансов. В этом приближении учет второго резонанса улучшает согласие с экспериментом. Однако вполне возможно, что изобарная модель завышает вклад квадрупольной амплитуды /27/. Если пренебречь этим вкладом, т.е. воспользоваться соотношением (5.10) для нуклона при $t = m_\pi^2 = 0$ и его экспериментальным значением (В.3) для μ_{N^*N}, то мы получим C_{33} = 1,78 я.м.. Оба значения для C_{33} могут дать представление о величине возможной ошибки, связанной с неоднозначностью анализа экспериментальных данных по фоторождению в области первого резонанса. При этом вклад второго резонанса оказывается близким к величине этой ошибки.

§ 6. Комптоновское рассеяние на барионах

Выше мы получили соотношения (5.12) между магнитными моментами барионов и резонансов, используя дисперсионные правила сумм для двух процессов - электророждения и рассеяния пионов. Однако соотношения между магнитными моментами можно получить непосредственно из дисперсионных правил сумм для комптоновского рассеяния, без использования результатов для других процессов. При этом можно было бы воспользоваться тем же методом, который мы применяли для рассеяния и фоторождения. Однако для комптоновского рассеяния имеется и другая возможность, основанная на использовании

[x/] Вместо лагранжиана (А.3) они рассматривают лишь его первое слагаемое.

низкоэнергетической теоремы [28]. С помощью этой теоремы можно получить дисперсионные правила сумм для перекрестно-четных амплитуд, убывающих при больших энергиях. Чтобы выделить такие амплитуды, рассмотрим, как обычно, кинематику комптоновского рассеяния на барионах $\gamma(k)+B(p)\to\gamma(k')+B(p')$. Используя обозначения

$$P=\frac{p+p'}{2},\quad Q=\frac{k-k'}{2},\quad K=\frac{k+k'}{2},\quad \nu=\frac{P\cdot K}{m},$$
$$P'=P-\frac{P\cdot K}{K^2}\cdot K,\quad N^m=\epsilon^{mnke}P'_n K_k Q_e, \tag{6.1}$$

амплитуду комптоновского рассеяния можно записать в виде

$$T=-\frac{1}{m^2\nu^2+Q^2(m^2-Q^2)}\bar{u}(p')\Big[Q^2(\varepsilon'P')(\varepsilon P')(T_1-\gamma\cdot K\,T_2)+$$
$$+\frac{1}{Q^2}(\varepsilon'N)(\varepsilon N)(T_3-\gamma\cdot K\,T_4)+\Big((\varepsilon'P')(\varepsilon N)-(\varepsilon'N)(\varepsilon P')\Big)\gamma^5T_5- \tag{6.2}$$
$$-\Big((\varepsilon'P')(\varepsilon N)+(\varepsilon'N)(\varepsilon P')\Big)\gamma^5\gamma\cdot K\,T_6\Big]u(p).$$

Инвариантные амплитуды T_i зависят от ν и Q^2 и имеют простую изотопическую структуру, которую мы можем не выписывать, поскольку все изотопические операторы в этом случае являются перекрестно-четными. В дальнейшем мы положим $Q^2=0$. Если полное сечение рассеяния фотона на барионе при больших энергиях стремится к константе, то при $\nu\to\infty$ и $Q^2=0$ $|T_{1,3,5}|\le Const\cdot\nu$; $|T_{2,4,6}|\le Const$. Поскольку из наиболее быстро убывающих амплитуд только T_6 перекрестно-четна, мы и будем ее рассматривать. Переходя в брейтовскую систему координат, легко убедиться, что амплитуда T_6 соответствует рассеянию с переворотом спина, поэтому мы можем предположить, что при $\nu\to\infty$ и $Q^2=0$

$$|T_6|\le Const\cdot\ln^a\nu,\quad a<-1. \tag{6.3}$$

При этом дисперсионное соотношение для $T_6(\nu)$ справедливо без вычитаний, и мы имеем

$$T_6(0)=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty\frac{\mathrm{Im}\,T_6}{\nu}d\nu. \tag{6.4}$$

Из низкоэнергетической теоремы [28] следует, что

$$T_6(0) = 2\left(\mu - \frac{e}{2m}\right)^2 \qquad (6.5)$$

где μ и e – полный магнитный момент и заряд частицы (которые являются операторами в изотопическом пространстве). На существование дисперсионного правила сумм (6.4–5) для нуклонов впервые указали Лапидус и Чжоу-Гуан-чжао [29], а затем Герасимов [30] обобщил это положение на случай произвольных спинов (см. также работы [31]). Заметим, что это правило сумм получается с помощью методов предыдущих разделов, примененных к амплитуде $\frac{1}{\nu} T_6(\nu)$ [32].

Используя (6 – 5) для рассеяния на каждом из барионов, имеем

$$N: \quad T_6(0) = \mu_p'^2 + \mu_n^2 + (\mu_p'^2 - \mu_n^2)\tau_3 \,, \qquad (6.6)$$

$$\Xi: \quad T_6(0) = \mu_{\Xi^0}^2 + \mu_{\Xi^-}'^2 + (\mu_{\Xi^0}^2 - \mu_{\Xi^-}^2)\tau_3 \,, \qquad (6.7)$$

$$\Sigma: \quad T_6(0) = (\mu_{\Sigma^+}'^2 + \mu_{\Sigma^-}'^2)\delta_{ke} + i\epsilon_{ke3}(\mu_{\Sigma^+}'^2 - \mu_{\Sigma^-}'^2) - \qquad (6.8)$$
$$- \delta_{k3}\delta_{e3}\frac{1}{2}(\mu_{\Sigma^+}' - \mu_{\Sigma^-}')^2 \,,$$

$$\Lambda: \quad T_6(0) = 2\mu_\Lambda^2 \,. \qquad (6.9)$$

Учитывая под интегралом (6.4) только магнитно-дипольный переход в ближайшее резонансное состояние, получаем

$$N: \quad T_6(0) = \frac{E(E+m)}{2mM}\mu^2(N^* \to N\gamma) \,, \qquad (6.10)$$

$$\Xi: \quad T_6(0) = \frac{E(E+m)}{2mM}\left[\frac{1+\tau_3}{2}\mu^2(\Xi^{0*} \to \Xi^0\gamma) + \frac{1-\tau_3}{2}\mu^2(\Xi^{-*} \to \Xi^-\gamma)\right] , \qquad (6.11)$$

$$\Sigma: \quad T_6(0) = \frac{E(E+m)}{4mM}\Big\{\delta_{ke}\left[\mu^2(\Sigma^{+*} \to \Sigma^+\gamma) + \mu^2(\Sigma^{-*} \to \Sigma^-\gamma)\right] + \qquad (6.12)$$

$$+\left[\mu^2(\Sigma^{+*} \to \Sigma^+\gamma) - \mu^2(\Sigma^{-*} \to \Sigma^-\gamma)\right] i\epsilon_{ke3} + \delta_{k3}\delta_{e3}\, \mp_1(\Lambda_{1405})\Big\} ,$$

$$\Lambda: \quad T_6(0) = \mathcal{F}_2(\Lambda 1405). \tag{6.13}$$

Здесь $\mathcal{F}_i(\Lambda(1405))$ означает величину, в которую может давать вклад резонанс $\Lambda(1405)$ и для которой ограничение ближайшими резонансами является незаконным.

Из соотношений (6.6-9) и (6.10-13) получаем следующие результаты:

$$\begin{aligned}
&\mu_p'^2 - \mu_n^2 = 0, \\
&\mu(N^* \to N\gamma) = 1.11 \frac{2\sqrt{2}}{3}\mu_p, \\
&\mu(\Xi^* \to \Xi\gamma) = 1.07 \cdot \sqrt{2}\,\mu'(\Xi), \\
&\mu(\Sigma^* \to \Sigma\gamma) = 1.07 \cdot \sqrt{2}\,\mu'(\Sigma),
\end{aligned} \tag{6.14}$$

которые согласуются с результатами (5.6) (5.12), полученными из правил сумм для фоторождения и рассеяния. Небольшое расхождение для $\mu(N^* \to N\gamma)$ можно объяснить тем, что в интеграле (6.4) не учтен вклад S -волны.

Заметим, что соотношения (6.6-13) для магнитных моментов радиационных распадов N^*, Ξ^* и Σ^* в пределе равных масс барионов и резонансов переходят в соотношения кварковой модели.

§ 7. Соотношение Кабиббо-Радикати

Покажем теперь, как, используя дисперсионные правила сумм, можно получить соотношение Кабиббо-Радикати /12/. Для этого рассмотрим амплитуду рассеяния вперед виртуального изовекторного фотона на нуклоне:

$$T = -\varepsilon_k^* \varepsilon_e \int dx\, e^{-iqx} \langle p| \frac{\delta j_\beta^e(x)}{\delta A_{k\alpha}(0)} |p\rangle, \tag{7.1}$$

где $j_\beta^e(x)$ -векторный ток $A_{k\alpha}(x)$ - поле изовекторного фотона, α и β -изотопические индексы, p -импульс нуклона, ε -вектор поляризации фотона.

Изотопическая структура T имеет вид:

$$T = \delta_{\alpha\beta} T^{(+)} + \frac{1}{2}[\tau_\alpha, \tau_\beta] T^{(-)} \; ;$$

$$T^{(\pm)} = \frac{1}{3}\left[T^{(1/2)} + \binom{2}{-1} T^{(3/2)}\right], \tag{7.2}$$

где $T^{(I)}$ соответствует рассеянию в состоянии с полным изоспином I. Амплитуду T можно представить в виде

$$T = \left(H_1 + (\varepsilon^* p)(\varepsilon p) H_2\right) 2m + \left[\varepsilon^* \cdot \gamma, \varepsilon \cdot \gamma\right] H_3 , \tag{7.3}$$

где H_i –инвариантные функции $\gamma = \frac{qP}{m}$ и q^2. Амплитуды $H_{1,2}^{(-)}$ и $H_3^{(+)}$ перекрестно-нечетны, остальные амплитуды перекрестно-четны. Из условия унитарности следует, что (см. Приложение Г)

$$Im H_2^{(I)} = -\frac{q^2}{m^2 q_L} \sigma_{T+L}^{(I)} , \tag{7.4}$$

где $q_L = \sqrt{\nu^2 - q^2}$ –лабораторный импульс фотона, $\sigma_{T+L}^{(I)} = \sigma_T^{(I)} - \sigma_{L,u}^{(I)}$ $\sigma_{T(L)}^{(I)}$ есть усредненные по поляризациям полные сечения рассеяния изовекторных поперечных (продольных) фотонов с массой q^2 на нуклоне в состоянии с полным изоспином I.

Для того, чтобы получить соотношение Кабиббо–Радикати (для формфакторов), достаточно предположить, что при $\gamma \to \infty$

$$\left| H_2^{(-)}(\nu, q^2) - H_2^{(-)}(\nu, 0) \right| < \frac{const}{\nu^a} , \quad a > 1 . \tag{7.5}$$

Это условие является обобщением условия (3.1) и позволяет написать следующее правило сумм [11]:

$$\int_0^\infty d\nu \, Im\left[H_2^{(-)}(\nu, q^2) - H_2^{(-)}(\nu, 0)\right] = 0 . \tag{7.6}$$

Это и есть соотношение Кабиббо–Радикатти для формфакторов нуклона. Выписывая в нем явно однонуклонный член и учитывая (7.2) и (7.4), получаем

$$4\left\{\left[G_0^V(q^2)\right]^2-\frac{q^2}{4m^2}\left[G_1^V(q^2)\right]^2\right\}+$$

$$+\frac{1}{2\pi^2\alpha}\int_{\nu_0}^{\infty}\frac{q^2 d\nu}{m q_L}\cdot\left[\sigma_{T+L}(\gamma_V p\to I=3/2)-2\sigma_{T+L}(\gamma_V p\to I=1/2)\right]=1, \tag{7.7}$$

где $\nu_0=m m_\pi+\frac{1}{2}(m_\pi^2-q^2)$ и $\sigma_{T+L}(\gamma_V p\to I)$ есть полное сечение рассеяния нейтрального изовекторного фотона на протоне, когда конечное состояние имеет изоспин I. Формфакторы определены условиями

$$G_0^V=\frac{F_1^V-\eta F_2^V}{\sqrt{1+\eta^2}},\quad G_1^V=\frac{F_1^V+F_2^V}{\sqrt{1+\eta^2}},\quad \eta=-\frac{q^2}{4m^2}, \tag{7.8}$$

где F_1 и F_2 –дираковский и паулиевский формфакторы, нормированные на заряд в единицах e и магнитный момент в ядерных магнетонах. Дифференцируя (7.7) по q^2 и полагая $q^2=0$, получаем известное соотношение Кабиббо и Радикати:

$$\frac{\langle r_0^2\rangle_p-\langle r_0^2\rangle_n}{3}=\left(\frac{\mu_p-\mu_n}{2m}\right)^2+\frac{1}{2\pi^2\alpha}\int_{\nu_0}^{\infty}\frac{d\nu}{\nu}\left[2\sigma_T^{1/2}-\sigma_T^{3/2}\right], \tag{7.9}$$

где $\langle r_0^2\rangle=6\left.\frac{\partial G_0}{\partial q^2}\right|_{q^2=0}$. Сравнение этого соотношения с экспериментом было проделано в работе /33/, где приведены следующие результаты:

$$\frac{0.132}{m_\pi^2}=\frac{0.118}{m_\pi^2}+\left(\frac{0.032}{m_\pi^2}-\frac{0.056}{m_\pi^2}+\frac{0.032}{m_\pi^2}\right)+\ldots, \tag{7.10}$$

где в скобках записаны вклады в дисперсионный интеграл соответственно от S –волны, резонанса $N^*(1236)$, резонанса $N^*(1520)$, и точками обозначен вклад от области $\nu>800$ Мэв. Мы видим, что это соотношение хорошо согласуется с экспериментом. Согласие однако отсутствует, если под интегралом ограничиться вкладом $N^*(1236)$.

Заметим, что, предполагая убывание других амплитуд или разностей вида (7.6), с помощью формул Приложения Г легко написать новые правила сумм для рассеяния виртуальных изовекторных фотонов. Этот же способ можно применить и для реального комптон-эффекта, что, например, для рассеяния на пионах дает равенство

$$1 = \frac{1}{2\pi^2 \alpha} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu \left[\sigma(\gamma\pi^0) - \sigma(\gamma\pi^+) \right], \tag{7.11}$$

($\sigma(\gamma\pi)$ - есть полное сечение рассеяния γ на π), если входящий в него интеграл сходится.

§ 8. Соотношение Адлера-Вайсбергера

Выше было показано, как на основе дисперсионных соотношений при определенном предположении об убывании амплитуд на бесконечности могут быть получены различные соотношения, определяющие магнитные моменты и константы связи барионов. Некоторые из этих соотношений были получены ранее с помощью алгебр токов.

Наибольший успех алгебры токов связан с выводом соотношения Адлера-Вайсбергера, определяющего перенормировку аксиальной константы β -распада нейтрона /12/

$$1 = g_A^2 + \frac{f_\pi^2}{\pi} \int_{\mu}^{\infty} \frac{k\,d\omega}{\omega^2} \left[\sigma_{\pi^- p}(\omega) - \sigma_{\pi^+ p}(\omega) \right]. \tag{8.1}$$

Ниже мы хотим показать, как соотношение (8.1) может быть выведено на базе обычных дисперсионных соотношений /10/. Мы будем использовать также принцип аддитивности для амплитуды рассеяния на нулевой угол вблизи порога в модели кварков.

Рассмотрим величину

$$T_{\alpha\beta}(s,t,q^2)=\int dx\, e^{iqx}\,\theta(x_0)\langle p_2|[\mathcal{D}_\alpha(x),\mathcal{D}_\beta(0)]|p_1\rangle . \qquad (8.2)$$

Здесь $\mathcal{D}_\alpha(x)= \operatorname{div} A_\alpha(x)$ - дивергенция аксиального тока, имеющего квантовые числа π -мезонов, $|p_1\rangle$, $\langle p_2|$ -вектора состояний начального и конечного нуклонов с импульсами

Локальность токов $\mathcal{D}_\alpha(x)$ позволяет доказать для величины (8.2) дисперисонные соотношения по переменной $\omega=\frac{q\cdot(p_1+p_2)}{2m}$ при отрицательных значениях переменной q^2.

Величина $T_{\alpha\beta}$ имеет структуру амплитуды пион-нуклонного рассеяния (см. § 4) и в случае, соответствующем рассеянию вперед в лабораторной системе $(\vec{p}_1=\vec{p}_2=0)$ может быть представлена в форме

$$T_{\alpha\beta}=2m\,\delta_{\alpha\beta}\left(A^{(+)}+\omega B^{(+)}\right)+2m\left(A^{(-)}+\omega B^{(-)}\right)\frac{1}{2}[\tau_\alpha\tau_\beta], \qquad (8.3)$$

где функции $A^{(\pm)}$ и $B^{(\pm)}$ имеют следующие свойства симметрии:

$$A^{(\pm)}(-\omega)=\pm A^{(\pm)}(\omega),$$
$$B^{(\pm)}(-\omega)=\mp B^{(\pm)}(\omega). \qquad (8.4)$$

Определим функцию $f^{(-)}(\omega,q^2)$ связанную с перекрестно-антисимметричной частью $T_{\alpha\beta}$:

$$\omega f^{(-)}(\omega,q^2)=A^{(-)}+\omega B^{(-)}. \qquad (8.5)$$

Из свойств симметрии (8.4) следует, что $f^{(-)}(\omega,q^2)$ есть четная функция переменной ω конечная при $\omega=0$. Мы будем предполагать, что для функции $f^{(-)}(\omega,q^2)$ справедливы дисперсионные соотпошения без вычитаний

$$f^{(-)}(\omega,q^2)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\operatorname{Im} f^{(-)}}{\omega'-\omega}d\omega'=f^{(-)}_{pole}(\omega,q^2)+\frac{2}{\pi}\int_{\mu}^{\infty}\frac{\omega'\operatorname{Im} f^{(-)}}{\omega'^2-\omega^2}d\omega', \qquad (8.6)$$

где $f^{(-)}_{pole}(\omega,q^2)$ есть вклад однонуклонного состояния.

Определяя матричные элементы токов $\mathcal{D}_\alpha(x)$ между однонуклонными состояниями

$$\langle p_2 | \mathcal{D}_\alpha(0) | p_1 \rangle = 2m g_A \cdot \mathcal{D}(q^2) \bar{u}(p_2) \gamma_5 \tau_\alpha u(p_1) , \qquad (8.7)$$

где $\mathcal{D}(0) = 1$,

выпишем полюсный член, выделенный в дисперсионном соотношении (8.6):

$$f^{(-)}_{pole}(\omega, q^2) = - g_A^2 \frac{4m^2 q^2 \mathcal{D}^2(q^2)}{q^4 - 4m^2\omega^2} . \qquad (8.8)$$

С помощью соотношения Гольдбергера-Треймана (2.5) и оптической теоремы мы можем связать мнимую часть амплитуды $f^{(-)}(\omega, q^2)$ выше порога $\omega \geq \mu$ с полными сечениями рассеяния π-мезонов на протоне

$$Im f^{(-)}(\omega, q^2) = \left(\frac{\mu^2 f_\pi}{\mu^2 - q^2} \right)^2 \frac{K}{2\omega} \left[\sigma_{\pi^- p}(\omega) - \sigma_{\pi^+ p}(\omega) \right] , \qquad (8.9)$$

$$K = \sqrt{\omega^2 - \mu^2}$$

где f_π – константа слабого распада заряженных пионов. Отметим, что функция $f^{(-)}(\omega, q^2)$ должна рассматриваться как аналитическая функция двух комплексных переменных ω и q^2. На языке πN – рассеяния q^2 есть масса налетающего мезона, а ω – его энергия в лабораторной системе. Эти две переменные связаны соотношением

$$q^2 = \omega^2 - \vec{q}^{\,2} = (1 - \beta^2)\omega^2 , \qquad (8.10)$$

где β есть скорость налетающего пиона.

В дальнейшем мы будем рассматривать дисперсионное соотношение для функции $f^{(-)}(\omega, q^2)$ при фиксированном значении β, используя формулы (8.8) и (8.9), запишем его в виде:

$$f^{(-)}(q^2; \gamma) = - g_A^2 \frac{4m^2 \mathcal{D}^2(q^2)}{q^2 - 4m^2\gamma^2} + \left(\frac{\mu^2 f_\pi}{\mu^2 - q^2} \right)^2 \frac{1}{\pi} \int_\mu^\infty \frac{K' d\omega'}{\omega'^2 - \gamma^2 q^2} \left[\sigma_{\pi^- p} - \sigma_{\pi^+ p} \right] , \qquad (8.11)$$

где $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ –лоренцевский фактор.

Переходя в дисперсионном соотношении (8.11) к пределу нулевых массы и скорости $(q^2=0, \gamma=1)$, получим

$$f^{(-)}(0,1) = g_A^2 + \frac{f_\pi^2}{\pi}\int_\mu^\infty \frac{k\,d\omega}{\omega^2}\left[\sigma^-_{\pi p}(\omega) - \sigma^+_{\pi p}(\omega)\right]. \qquad (8.12)$$

Для вычисления величины $f^{(-)}(0,1)$ мы воспользуемся наводящими соображениями модели кварков и будем считать, что амплитуда $[\tau_\alpha \tau_\beta]\, f^{(-)}(0,1)$ аддитивно слагается из вкладов отдельных кварков, составляющих нуклон:

$$[\tau_\alpha \tau_\beta]\, f^{(-)}(0,1) = \sum_{i=1}^{3} [\tau_\alpha \tau_\beta]_i\, f_i^{(-)}(0,1). \qquad (8.13)$$

Вычисляя кварковые амплитуды в борновском приближении, получим

$$f_i^{(-)}(0,1) = (g_A^2)_{\text{кварк}}. \qquad (8.14)$$

Фиксируя $V-A$ вариант слабого взаимодействия для свободных кварков, мы будем предполагать, что аксиальная константа связанных кварков не перенормируется

$$(g_A^2)_{\text{кварк}} = 1. \qquad (8.15)$$

Это эквивалентно предположению о подавлении виртуальных эффектов во взаимодействии связанных кварков с мягкими безмассовыми псевдофотонами. В этом случае следует ожидать, что кварковая амплитуда $f_i^{(-)}$ вблизи порога определяется борновским членом.

В результате получаем известное соотношение Адлера-Вайсбергера:

$$1 = g_A^2 + \frac{f_\pi^2}{\pi}\int_\mu^\infty \frac{k\,d\omega}{\omega^2}\left[\sigma^-_{\pi p}(\omega) - \sigma^+_{\pi p}(\omega)\right].$$

Таким образом мы показали, что рассмотрение дисперсионных соотношений без вычитаний для величины, связанной с дивергенциями аксиальных токов, позволяет получить правило сумм Адлера-Вайсбергера (8.1) при следующих предположениях:

1) справедлив принцип аддитивности для амплитуды рассеяния безмассовых псевдоскалярных частиц на пороге в модели кварков;

2) виртуальные эффекты подавлены при рассеянии безмассовых псевдоскалярных частиц вблизи порога на связанном кварке;

3) аксиальная константа слабых взаимодействий связанных кварков не перенормируется.

Предположения 2 и 3 тесно связаны между собой и согласуются с общими соображениями составной модели элементарных частиц. Согласно этой модели фундаментальные частицы-кварки не имеют собственной структуры, и их взаимодействие определяет структуру составных частиц.

По-видимому, справедливость предположений 2 и 3 объясняется большой массой кварка. В то время как относительный вклад виртуальных эффектов в аксиальную констунту нуклона определяется величиной порядка $\frac{\mu}{m_N} \simeq 0.15$, для кварка

$$\frac{\mu}{M_q} \to 0 \qquad \text{при} \qquad M_q \to \infty .$$

Можно указать на дополнительную возможность проверки сделанных выше предположений.

Используя соотношение Гольдбергера-Треймана, можно связать функцию $f^{(-)}_{(0,1)}$ с соответствующей амплитудой πN-рассеяния $f^{(-)}_{\pi N}(0)$ при нулевой энергии.

Считая, что приближенно выполняется равенство

$$f^{(-)}_{\pi N}(0) \simeq f^{(-)}_{\pi N}(\mu)$$

(с точностью до членов порядка $\frac{\mu}{m} \sim 0{,}15$) и опираясь на указанные выше предположения, мы можем связать константу слабого распада заряженных пионов f_π с S - волновыми длинами πN- рассеяния

$$\frac{1}{f_\pi^2} = \frac{4\pi}{3\mu^2}\left(1+\frac{\mu}{m}\right)(a_1 - a_3) , \qquad (8.16)$$

где $a_{1,3}$ - длины S - волнового πN- рассеяния в состояниях с изотоп-спином I = 1/2 и 3/2 соответственно. Используя значение [34] $a_1 - a_3 = 0{,}26 \pm 0{,}01$, получим $f_\pi = (0{,}85 \pm 0{,}15)\mu$ в хорошем согласии с экспериментом. Отметим в заключение, что равенство левой части соотношения (8.1) единице, может быть объяснено также в модели, в которой амплитуда $f^{(-)}_{(0,1)}$ определяется обменом ρ-мезона в t-канале.[35] Используя соотношение Гольдбергера-Треймана, получим в этом случае

$$f^{(-)}_{(0,1)} = f_\pi^2 \cdot \frac{g^2_{\rho\pi\pi}}{m^2_\rho}, \tag{8.17}$$

что незначительно отличается от единицы.

§ 9. Дисперсионные правила сумм для мезонов

В заключение мы хотим рассмотреть дисперсионные правила сумм для процессов с участием одних лишь мезонов. Отметим, что дисперсионные правила сумм для рассеяния мезонов на мезонах не могут быть получены непосредственным обобщением дисперсионных правил сумм для мезон-барионного рассеяния по той причине, что амплитуды этих процессов имеют различные свойства перекрестной симметрии.

При формулировании дисперсионных правил сумм для мезон-мезонного рассеяния мы будем выбирать те амплитуды, которые в области низких энергий доминируются векторными мезонами, т.е. те, в которых, как и в спин-флиповой амплитуде мезон-барионного рассеяния, кинематически усилены вклады P-волновых резонансов.

Рассмотрим для примера амплитуду аннигиляции $\pi + \pi \to K + \bar{K}$ [36]

$$T_{\alpha\beta}(s, \cos\theta) = A^{(+)}\delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{2}[\tau_\alpha \tau_\beta]\, A^{(-)}, \tag{9.1}$$

где

$$s = 4(m_\pi^2 + q^2) = 4(m_K^2 + p^2)$$

$$t - u = 4pq\cos\theta$$

q, p – импульсы пары пионов и $K\bar{K}$ – пары в системе центра инерции, θ – угол рассеяния в системе центра инерции.

Амплитуда $A^{(-)}(s,\cos\theta)$, которая в области низких энергий доминируется векторными мезонами, является нечетной функцией переменной $\cos\theta$ и может быть представлена в форме

$$A^{(-)}(s,\cos\theta) = 4pq\cos\theta\, f^{(-)}(s,\cos\theta), \tag{9.2}$$

где функция $f^{(-)}(s,\cos\theta)$ имеет те же аналитические свойства, что и амплитуда $A^{(-)}(s,\cos\theta)$.

Мы будем предполагать, что для амплитуды $A^{(-)}(s,\cos\theta)$ справедливы дисперсионные соотношения без вычитаний по переменной S при фиксированном значении $\cos\theta$ /37/. Ввиду наличия кинематического фактора $4pq\cos\theta$ в определении амплитуды $f^{(-)}(s,\cos\theta)$ она убывает при больших энергиях и фиксированном значении $\cos\theta$ быстрее, чем исходная амплитуда $A^{(-)}(s,\cos\theta)$, и для нее справедливо дисперсионное правило сумм

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} ds\, \mathrm{Im}\, f^{(-)}(s,\cos\theta) = 0. \tag{9.3}$$

Предположим далее, что дисперсионное правило сумм (9.3) в кросс-симметричной точке $\cos\theta = 0$ насыщается ближайшими векторными резонансами: ρ -мезоном в канале аннигиляции и K^*-мезоном в каналах рассеяния.

Определим мезон-мезонные вершины следующими выражениями

$$M_{\rho\pi\pi} = g_{\rho\pi\pi}\,(q_1-q_2)_n\cdot i\epsilon_{\alpha\beta\gamma}\,\pi_\alpha\pi_\beta\,\rho_\gamma^n, \tag{9.4}$$

$$M_{\rho K\bar K} = g_{\rho K\bar K}\,(p_1-p_2)_n\,(\bar K\tau_\alpha K)\,\rho_\alpha^n, \tag{9.5}$$

$$M_{K^*K\pi} = g_{K^*K\pi}\,(p-q)_n\,(\bar K\tau_\alpha K^{*n})\,\pi_\alpha + \text{э.с.} \tag{9.6}$$

где q, p -импульсы π, K -мезонов, а π_α, K, ρ_α^n, K^{*n} -волновые функции π, K, ρ, K^* -мезонов соответственно (α -изотопический и n -релятивистский векторные индексы).

Используя определения (9.4-6) представим амплитуду $f^{(-)}(s,0)$ в следующем виде:

$$f^{(-)}(s,0) = \frac{g_{\rho\pi\pi}\, g_{\rho K\bar{K}}}{m_\rho^2 - s} + g^2_{K^*K\pi} \frac{d}{d\mathcal{E}} \left(\frac{2s - \Sigma + \mathcal{E} + \frac{\Delta^2}{\mathcal{E}}}{m^2_{K^*} - \mathcal{E}} \right)_{\mathcal{E} = \frac{\Sigma - s}{2}}, \qquad (9.7)$$

где $\Sigma = 2m_K^2 + 2m_\pi^2$, $\Delta = m_K^2 - m_\pi^2$,
и правило сумм (9.3) требует

$$g_{\rho\pi\pi}\, g_{\rho K\bar{K}} = 2 g^2_{K^*K\pi} \left(1 - \frac{2\Delta^2}{m^4_{K^*}}\right) \simeq 1.67\, g^2_{K^*K\pi} . \qquad (9.8)$$

В пределе вырождения масс π - и K-мезонов $(\Delta \to 0)$ соотношение (9.8) совпадает с предсказанием $SU(3)$-симметрии

$$g_{\rho\pi\pi}\, g_{\rho K\bar{K}} = 2 g^2_{K^*K\pi} . \qquad (9.9)$$

Используя экспериментальные значения констант

$$\frac{g^2_{\rho\pi\pi}}{4\pi} = 2.2 \quad ; \qquad \frac{g^2_{K^*K\pi}}{4\pi} = 1.7 , \qquad (9.10)$$

с помощью уравнения (9.8) определим

$$\frac{g_{\rho K\bar{K}}}{g_{\rho\pi\pi}} = 1.3 , \qquad (9.11)$$

что значительно отличается от предсказания $SU(3)$ - симметрии

$$\frac{g_{\rho K\bar{K}}}{g_{\rho\pi\pi}} = 0.5 . \qquad (9.12)$$

§ 10. Правила сумм для вершин сильных и электромагнитных процессов и $SU(3)$-симметрия

До сих пор наше изучение дисперсионных правил сумм основывалось на изотопической симметрии сильных взаимодействий. Целью этого параграфа является использование дисперсионных правил сумм для получения соотношений между константами связи и магнитными моментами барионов в рамках $SU(3)$-симметрии.

Как известно, группа $SU(3)$, широко используемая в теории элементарных частиц, является сильно нарушенной симметрией. В связи с этим возникает важная задача вычисления поправок для вершин и амплитуд различных процессов при нарушении $SU(3)$-симметрии введением разностей масс частиц, принадлежащих одному и тому же унитарному мультиплету.

При использовании дисперсионных правил сумм для решения этой задачи мы будем ограничиваться учетом в промежуточных состояниях лишь ближайших одночастичных и резонансных состояний, которые, как мы ожидаем, насыщают правила сумм.

Для получения однозначного ответа мы должны быть уверены, что приближения, которые мы используем, не вносят дополнительных нарушений унитарной симметрии, не связанных с расщеплением масс. Поэтому предварительно необходимо сформулировать такие правила сумм, которые допускают $SU(3)$-симметричное решение, и лишь затем вводить в уравнения действительные массы частиц.

Для получения дисперсионных правил сумм для констант связи октета барионов в рамках $SU(3)$-симметрии рассмотрим величину /9/.

$$T_{\alpha\beta}(s,t) = \int dx\, e^{iqx}\,\theta(x_0)\langle 8,p'|\left[\mathcal{D}_\alpha(x), \mathcal{D}_\beta(0)\right]|8,p\rangle, \qquad \alpha,\beta = 1,2,\ldots,8 \tag{10.1}$$

где $\mathcal{D}_\alpha(x) = \operatorname{div} A_\alpha(x)$ – дивергенция аксиального тока, а $|8,p'\rangle, |8,p\rangle$ вектора состояний конечного и начального октетов барионов со спином 1/2.

Спиновая структура величины (10.1) совпадает со спиновой структурой амплитуды мезон-барионного рассеяния:

$$T_{\alpha\beta}(s,t) = \bar{u}(p')\left[A_{\alpha\beta}(s,t) + \gamma\cdot q\, B_{\alpha\beta}(s,t)\right]u(p). \tag{10.2}$$

Рассмотрим унитарную структуру спин-флиновой амплитуды $B_{\alpha\beta}(s,t)$:

$$P^1_\alpha P^2_\beta B_{\alpha\beta}(s,t) = \sum_{i=0,\pm}^{3} I_i^{(\pm)} B_i^{(\pm)}(s,t) \tag{10.3}$$

где

$$I_1^{(\pm)} = Sp(\bar{\mathcal{B}}\mathcal{P}_2\mathcal{P}_1\mathcal{B}) \pm Sp(\bar{\mathcal{B}}\mathcal{P}_1\mathcal{P}_2\mathcal{B}),$$

$$I_2^{(\pm)} = Sp(\bar{\mathcal{B}}\mathcal{B}\mathcal{P}_1\mathcal{P}_2) \pm Sp(\bar{\mathcal{B}}\mathcal{B}\mathcal{P}_2\mathcal{P}_1),$$

$$I_3^{(\pm)} = Sp(\bar{\mathcal{B}}\mathcal{P}_2\mathcal{B}\mathcal{P}_1) \pm Sp(\bar{\mathcal{B}}\mathcal{P}_1\mathcal{B}\mathcal{P}_2), \tag{10.4}$$

$$I_0^{(\pm)} = Sp(\bar{\mathcal{B}}\mathcal{P}_2)\cdot Sp(\mathcal{B}\mathcal{P}_1) \pm Sp(\bar{\mathcal{B}}\mathcal{P}_1)\cdot Sp(\mathcal{B}\mathcal{P}_2),$$

причем

$$\sum_{i=1}^{3} I_i^{(+)} = I_0^{(+)} + Sp(\bar{\mathcal{B}}\mathcal{B})\cdot Sp(\mathcal{P}_2\mathcal{P}_1) \tag{10.5}$$

Здесь $\mathcal{B}$ и $\bar{\mathcal{B}}$ -унитарные функции октетов начальных и конечных барионов, а $\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2$ -унитарные функции октетов начальных и конечных мезонов соответственно.

Функции $B_i^{(\pm)}$ имеют следующие свойства симметрии:

$$B^{(\pm)}(s,t) = \mp B^{(\pm)}(u,t). \tag{10.6}$$

Амплитуды $B_i^{(\pm)}(s,t)$ определяются обменом в s - и u - каналах промежуточными состояниями с единичным барионным числом, которые соответствуют унитарным представлениям

$$\underline{8}\times\underline{8} = \underline{1} + \underline{8} + \underline{8}' + \underline{10} + \underline{10}^* + \underline{27}.$$

Нетрудно показать, что всякое состояние, которое дает вклад в одну из первых трех амплитуд $B_{1,2,3}^{(\pm)}$ дает вклад во все остальные амплитуды. Однако синглетное унитарное представление может дать вклад только в четвертую амплитуду $B_0^{(\pm)}$.

Естественно поэтому предположить, что высокоэнергетические вклады играют одинаковую роль в дисперсионных соотношениях для первых трех амплитуд. Высокоэнергетическое поведение четвертой амплитуды может заметно отличаться от поведения первых трех амплитуд, если обмен состояниями, соответствующими унитарному синглету, является значительным.

Предположим, что для амплитуд $B_{1,2,3}^{(\pm)}$ и $S\cdot B_{1,2,3}^{(\pm)}$ справедливы дисперсионные соотношения без вычитаний (3.23). Учитывая свойства симметрии (10.6), мы получим три независимых правила сумм

$$\int_{-\infty}^{+\infty} ds\, \mathrm{Im}\, B_i^{(+)}(s,t) = 0\,, \qquad i = 1,2,3\,. \tag{10.7}$$

Далее мы будем предполагать, что дисперсионные правила сумм (10.7) при нулевых переданных импульсах ($q^2 = t = 0$) насыщаются вкладами октета и декуплета барионов со спинами 1/2 и 3/2 соответственно.

Обобщая соотношение Гольдбергера-Треймана для всех компонент октета аксиальных токов, запишем матричные элементы токов $\mathcal{D}_\alpha(x)$ между состояниями октета и декуплета барионов при $q^2 = 0$ в следующем виде:

$$\langle 8,p'|\mathcal{D}_\alpha(0)|8,p\rangle = f_p\, \bar{u}(p')\gamma^5 u(p)\left[f(\bar{b}\lambda^\alpha b)_F + d(\bar{b}\lambda^\alpha b)_{\mathcal{D}}\right],$$

(10.8)

$$\langle 8,p'|\mathcal{D}_\alpha(0)|10,p\rangle = f_p\, \bar{u}(p')U_n(p)q^n g^*(\bar{b}\lambda^\alpha d)\,,$$

$$q^2 = (p'-p)^2 = 0\,.$$

В формулах (10.8) использованы следующие обозначения:

$$(\bar{b}\lambda^\alpha b)_{F,\mathcal{D}} = Sp(\bar{b}\lambda^\alpha b) \mp Sp(\bar{b}b\lambda^\alpha)\,,$$

(10.9)

$$(\bar{b}\lambda^\alpha d) = \epsilon^{abc}(\bar{b})_a^{a'}(\lambda^\alpha)_b^{b'} d_{a'b'c}\,,$$

где $b_a^{a'}$, d_{abc} – унитарные функции октета и декуплета. Коэффициент f_p в формулах (10.8) есть унитарное обобщение константы слабого распада заряженных псевдоскалярных мезонов. Константы связи мезонов с барионами f, d и g^* в формулах (10.8) нормированы следующим образом:

$$g_{\pi NN} = f + d\,, \qquad g_{\pi NN^*} = g^*\,. \tag{10.10}$$

Таким образом, дисперсионные правила сумм (10.7) при учете лишь октета и декуплета барионов в промежуточных состояниях дают следующие три соотношения между константами связи мезонов с барионами:

$$(d+f)^2=\frac{16}{9}g_*^2\cdot R\ ,\qquad (10.11)$$

$$(d-f)^2=\frac{4}{9}g_*^2\cdot R\ ,\qquad (10.12)$$

$$2(d^2-f^2)=\frac{16}{9}g_*^2\cdot R\ ,\qquad (10.13)$$

где

$$R=m^2-\frac{1}{8M^2}(M^2+m^2)(M-m)^2\ ,\qquad (10.14)$$

m и M – массы частиц из октета и декуплета барионов соответственно.

Общее решение системы уравнений (10,11–13) имеет вид:

$$d=3f\ ;\qquad d^2=g_*^2\cdot R\ .\qquad (10.15)$$

Можно проверить, что решение (10.15) дает те же самые соотношения между ширинами изобар, принадлежащих декуплету и мезон-барионными константами связи, которые были получены ранее в § 4 на основе изотопической симметрии. Используя определение (10.10), видим, например, что уравнение (10.11) представляет собой соотношение между шириной (3.3)-резонанса и мезон-нуклонной константой связи, которое прекрасно согласуется с экспериментом.

Укажем для сравнения результат $SU(6)$-симметрии:

$$d=\frac{3}{2}f\ ;\qquad d^2=g_*^2\cdot m^2\ ,\qquad (10.16)$$

который следует из предположения псевдовекторной связи мезонов с аксиальным током 56-плета барионов, преобразующимся по регулярному представлению группы $SU(6)$ /38/. Отметим, что в пределе вырождения масс барионов октета и декуплета второе из соотношений (10.15) совпадает с $SU(6)$ - результатом, тогда как отношение $d/f=3$ остается неизменным, Сравнивая формулы (10.15) и (10.16), можно показать, что дисперсионные правила сумм дают для ширины (3.3) изобары значение, которое примерно в $\frac{25}{16} \simeq 1.6$ раз больше значения, предсказываемого $SU(6)$, и лучше согласуется с экспериментальным.

Используя решение (10.15), мы можем сделать некоторые новые предсказания для констант связи мезонов с барионами в дополнение к тем, которые были получены в § 4 на основе изотопической симметрии.

Считая, например, что отношение $\left(\frac{g_{KN\Lambda}}{g_{KN\Sigma}}\right)^2$ даже в присутствии расщепления масс незначительно отличается от значения, предсказываемого в рамках точной $SU(3)$ -симметрии /39/, получим

$$\left(\frac{g_{KN\Lambda}}{g_{KN\Sigma}}\right)^2 = 3 . \tag{10.17}$$

Это значение прекрасно согласуется с тем, которое было получено при анализе низкоэнергетического Kp -рассеяния с помощью дисперсионных соотношений /40,41/

$$\left(\frac{g_{KN\Lambda}}{g_{KN\Sigma}}\right)^2 \simeq 3.2$$

Из SU (6)-симметрии получаем

$$\left(\frac{g_{KN\Lambda}}{g_{KN\Sigma}}\right)^2 = 27 . \tag{10.18}$$

Перейдем теперь к рассмотрению дисперсионных правил сумм, определяющих магнитные моменты барионов со спином 1/2 в рамках $SU(3)$ -симметрии.

Рассмотрим величину

$$\mathcal{F}_{\alpha\beta}(s,t) = \varepsilon_n \cdot \int dx\, e^{iqx}\, \theta(x_0) \langle 8, p' | [\mathcal{D}_\alpha(x), V_\beta^n(0)] | 8, p \rangle , \tag{10.20}$$

где $\mathcal{D}_\alpha(x) = \operatorname{div} A_\alpha(x)$, $V_\beta^n(x)$ -октет векторных токов,

ε_n - поляризационный вектор.

Величина $\mathcal{F}_{\alpha\beta}(s,t)$ имеет спиновую структуру амплитуды виртуального фоторождения мезонов на барионах, которая определяется разложением (5.1) по независимым релятивистским инвариантам.

В дальнейшем мы будем рассматривать амплитуду $\mathcal{F}^{(6)}_{\alpha\beta}(s,t)$, которая соответствует структуре R^n_6 в (5.12).

Унитарная структура амплитуды $\mathcal{F}^{(6)}_{\alpha\beta}$ имеет вид

$$\mathcal{P}_1^{\alpha}\mathcal{P}_2^{\beta}\mathcal{F}^{(6)}_{\alpha\beta} = \sum_{i=0,\pm}^{3} I_i^{(\pm)}\mathcal{F}_i^{(\pm)}(s,t), \tag{10.21}$$

где унитарные инварианты $I_i^{(\pm)}$ определены выражениями (10.22). Функции $\mathcal{F}_i^{(\pm)}$ имеют следующие свойства симметрии:

$$\mathcal{F}_i^{(\pm)}(s,t) = \pm\,\mathcal{F}^{*(\pm)}(u,t). \tag{10.23}$$

Как и в случае рассеяния среди амплитуд $\mathcal{F}_i^{(\pm)}(s,t)$ только $\mathcal{F}_0^{(\pm)}$ получает вклад от обмена в s - и u - каналах промежуточными состояниями; соответствующими синглетному унитарному представлению с единичным барионным числом.

Предположим теперь, что для амплитуд $\mathcal{F}^{(\pm)}_{1,2,3}$ и $s\cdot\mathcal{F}^{(\pm)}_{1,2,3}$ справедливы дисперсионные соотношения без вычитаний.

Учитывая свойства симметрии (10.23), получим три независимых правила сумм:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} ds\, \mathrm{Im}\,\mathcal{F}_i^{(+)}(s,t) = 0, \qquad i=1,2,3. \tag{10.24}$$

Будем предполагать в дальнейшем, что дисперсионные правила сумм (10.24) в случае нулевых переданных импульсов $q^2 = t = 0$ насыщаются октетом и декуплетом барионов со спинами 1/2 и 3/2 соответственно.

Выпишем матричные элементы октета векторных токов между состояниями октета и декуплета барионов при $k^2 = 0$ в следующем виде:

$$\langle 8,p'|V^n_\beta(0)|8,p\rangle = \bar{u}(p')\Big\{\gamma^n(\bar{b}\lambda_\beta b)_F + \frac{i\sigma^{nm}k_m}{2m}\Big[\mu'_F(\bar{b}\lambda_\beta b)_F + \mu'_D(\bar{b}\lambda_\beta b)_D\Big]\Big\}u(p), \tag{10.25}$$

$$\langle 8,p'|V^n_\beta(0)|10,p\rangle = \bar{u}(p')\left\{\gamma^n + \frac{(p'+p)^n}{M-m}\right\}\gamma^5 u^m(p)\,(p'-p)_m\,G^*(\bar{\varepsilon}\lambda_\beta d),$$

$$k^2 = (p'-p)^2 = 0\,,$$

Магнитные моменты нуклонов и магнитный момент перехода $N^* \to N+\gamma$ выражаются через константы $\mu'_{F,D}$ и G^* следующим образом:

$$\mu'^{(s)}_N = \frac{1}{2}(\mu'_p + \mu_n) = \frac{1}{2}\left(\mu'_F - \frac{1}{3}\mu'_D\right),$$

$$\mu'^{(v)}_N = \frac{1}{2}(\mu'_p - \mu_n) = \frac{1}{2}(\mu'_F + \mu'_D)\,, \qquad (10.26)$$

$$\mu_{N^*\to N\gamma} = \frac{2\sqrt{2}}{3}G^*$$

В итоге дисперсионные правила сумм (10.24) дают следующие три соотношения, связывающие магнитные моменты барионов и константы связи мезонов с барионами:

$$(d+f)(\mu'_D + \mu'_F) = \frac{16}{9}g^*\cdot G^*\cdot R'\,, \qquad (10.27)$$

$$(d-f)(\mu'_D - \mu'_F) = \frac{4}{9}g^*\cdot G^*\cdot R'\,, \qquad (10.28)$$

$$2(d\cdot\mu'_D - f\cdot\mu'_F) = \frac{16}{9}g^*\cdot G^*\cdot R'\,, \qquad (10.29)$$

где $$R' = \frac{m}{4M}(m+M)^2\,,$$

m, M –массы частиц из октета и декуплета барионов соответственно. Общее решение системы уравнений (10.27–29) имеет следующий вид:

$$\mu'_D = 3\mu'_F\,; \qquad d\cdot\mu'_D = g^*\cdot G^*\cdot R'\,. \qquad (10.30)$$

Нетрудно показать, что решение (10.30) дает те же соотношения между магнитными моментами барионов и магнитными моментами перехода $10 \to 8+\gamma$, которые был и получены ранее в § 5 на основе изотопической симметрии. Из первого соотношения (10.30) следует, например, что изоскалярный магнитный момент нуклонов равен нулю. Используя (10.26) и (10.10), можно показать, что уравнение (10.27) связывает изовекторный магнитный момент нуклонов с пион-нуклонной константой связи, шириной изобары и магнитным моментом перехода

Как было показано в § 5, это соотношение прекрасно согласуется с экспериментом.

Решение (10.30) нельзя непосредственно сравнивать с результатами $SU(6)$ -симметрии, так как оно относится к аномальным, а не к полным магнитным моментам барионов.

Обсудим вкратце полученные выше результаты с точки зрения модели кварков.

Насыщение дисперсионных правил сумм при нулевых переданных импульсах вкладами октета и декуплета может означать, что в статическом пределе операторы аксиального и векторного токов действуют лишь на спиновые и унитарные индексы кварков, составляющих барионы.

Например, оператор аномального магнитного момента будет иметь вид:

$$\vec{\mu}_{аном} = \mu_q \sum_{i=1}^{3} (\vec{\sigma} e)_i - \vec{\sigma} \cdot Q \ , \qquad (10.37)$$

где $\vec{\sigma} \cdot Q = \sum_{i=1}^{3} (\vec{\sigma})_i \cdot \sum_{i=1}^{3} (e)_i$ представляет собой вычтенный нормальный магнитный момент.

Для того, чтобы изоскалярный аномальный магнитный момент нуклона действительно был равен нулю, необходимо лишь положить μ_q =3, что является естественным с точки зрения составной модели.

Неожиданный результат получается для аксиального тока барионов. Как видно из дисперсионных правил сумм, унитарная структура аксиального тока идентична унитарной структуре той части векторного тока, которая связана с аномальными магнитными моментами барионов. Таким образом, в модели кварков аксиальный ток барионов имеет следующий вид:

$$\vec{A}_\alpha = g_0 \left\{ \sum_{i=1}^{3} (\vec{\sigma} \lambda_\alpha)_i - \frac{1}{3} \vec{\sigma} \cdot \Lambda_\alpha \right\} , \qquad (10.32)$$

где $$\vec{\sigma} \cdot \Lambda_\alpha = \sum_{i=1}^{3} (\vec{\sigma})_i \cdot \sum_{j=1}^{3} (\lambda_\alpha)_j \ .$$

Матричные элементы аксиального тока (10.32) между состояниями октета барионов имеют характерную структуру $d/f = 3$ независимо от того, какую симметрию имеет волновая функция октета.

Совершенно аналогично можно убедиться, что равенство нулю аномального изоскалярного магнитного момента нуклона сохраняется при любой симметрии волновой функции нуклона, если только $\mu_q = 3$. Отметим в заключение, что аксиальная константа слабого взаимодействия нуклонов, соответствующая оператору (10.32), оказывается равной $4/3 = 1.33$, тогда как $SU(6)$ дает $g_A = 5/3 = 1.67$[38].

§ 11. Модификация дисперсионных правил сумм

Как было показано в предыдущем параграфе, дисперсионные правила сумм (10.7) (10.24) при учете в промежуточных состояниях лишь вкладов октета и декуплета барионов со спинами 1/2 и 3/2 соответственно дают совместно 6 уравнений для определения четырех величин

$$\frac{d}{f}, \ \frac{d}{g^*}, \ \frac{\mu_D'}{\mu_p'}, \ \frac{\mu_D'}{G^*}.$$

Решение этих уравнений хорошо согласуется с экспериментом.

Однако до сих пор мы рассматривали лишь те амплитуды, которые соответствуют первым трем унитарным структурам $I^{(+)}_{1,2,3}$.

Нетрудно показать, что для амплитуд, соответствующих унитарной структуре $I_0^{(+)}$, в которые могут дать вклад унитарно-синглетные промежуточные состояния с единичным барионным числом, дисперсионные правила сумм не насыщаются вкладами октета и декуплета.

Действительно, соответствующие уравнения для процессов рассеяния и фоторождения мезонов на барионах имеют следующий вид:

$$d^2 = \frac{3}{2} g^{*2} \cdot R, \tag{11.1}$$

$$d \cdot \mu_D' = \frac{3}{2} g^* G^* R'. \tag{11.2}$$

Уравнения (11.1-2) совместно с уравнениями (10.16) и (10.30) имеют лишь тривиальное решение. Это обстоятельство можно продемонстрировать на следующем простом примере.

Для $\Lambda\eta$ -рассеяния в промежуточных состояниях может появиться только Λ -гиперон при ограничении лишь октетом и декуплетом барионов. Тогда правила сумм для этого процесса дают $g_{\Lambda\Lambda\eta} = 0$, откуда, учитывая $SU(3)$-симметрию, следует, что все константы связи равны нулю.

Возникает вопрос: можно ли сформулировать дисперсионные правила сумм для всех четырех амплитуд, имеющие нетривиальное решение.

Учет унитарного синглета со спином 3/2 и выше может в принципе исправить положение. Отметим, однако, что вклады таких состояний в уравнения (11. 1-2) имеют знаки, зависящие от действительного соотношения масс, а вклад унитарного синглета со спином 1/2 лишь увеличивает рассогласование уровней (11.1-2) и (10.16), (10.30).

С точки зрения модели кварков барионы, не принадлежащие октету и декуплету, должны рассматриваться как возбужденные состояния системы трех кварков (s- , p-, ... волны). Например, унитарный синглет со спином 3/2 и открицательной четностью с массой порядка 1,5 Гэв должен рассматриваться как связанное состояние системы трех кварков в p -волне.

Все состояния этой серии должны учитываться в дисперсионных правилах сумм на равных правах с синглетом как поправки одинакового порядка величины. Это приводит к изменению дисперсионных правил сумм для амплитуд, соответствующих всем четырем унитарным структурам.

Отсутствие достаточно полных экспериментальных данных о высших барионных резонансах затрудняет анализ этой возможности. Однако вклады резонансов отрицательной четности в дисперсионные правила сумм для спинфлиповых амплитуд кинематически подавлены по сравнению с вкладами октета и декуплета барионов.

Ниже мы хотим рассмотреть возможное велияние вкладов высоких энергий в дисперсионные правила сумм на примере мезон-барионного рассеяния.

Разобьем дисперсионный интеграл на две части, одна из которых учитывает вклады ближайших одночастичных и резонансных состояний, а другая определяется вкладами высоких энергий.

Дисперсионные правила сумм для мезон-барионного рассеяния вперед будет иметь тогда следующий вид:

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{s_0} ds \left[Im\, B(s,0) \right]_{резон} + H(0) = 0\,, \qquad (11.3)$$

где H -определяется вкладами высоких энергий. Что можно сказать об унитарной структуре величины H ? Мы будем предполагать, что амплитуда $B^{(+)}(s,0)$ при высоких энергиях определяется обменом синглета и октета реджионов положительной сигнатуры в t -канале.

Определим вершины, связывающие синглет (R_0) и октет (R_8) реджионов с мезонами и барионами (см.,например,[40])

$$\Gamma = \gamma_F \cdot Sp\left(R_8[b\bar{b}]\right) + \gamma_D \cdot Sp\left(R_8\{b\bar{b}\}\right) + \gamma_0 \cdot R_0 \cdot Sp(\bar{b}b) +$$

$$+ g \cdot Sp\left(R_8\{P_1 P_2\}\right) + g_0 \cdot R_0 \cdot Sp\,(P_1 P_2)\,. \qquad (11.4)$$

Используя (11.4), для величины $H(0)$ получим следующее выражение:

$$H = a \cdot Sp(b\bar{b}) \cdot Sp(P_1 P_2) + a_F \cdot Sp\left([b\bar{b}]\{P_1 P_2\}\right) + \qquad (11.5)$$

$$+ a_D \cdot Sp\left(\{b\bar{b}\}\{P_1 P_2\}\right),$$

где

$$a = \varkappa g_0 \cdot \gamma_0\,;\quad a_F = \varkappa g \cdot \gamma_F\,;\quad a_D = \varkappa g \cdot \gamma_D\,,$$

а $\varkappa$ представляет собой интеграл от реджиевского фактора

$$\varkappa = const \cdot \int_{s_0}^{\infty} ds \cdot s^{\alpha - 1}$$

Ограничиваясь, как и раньше, вкладами октета и декуплета барионов при вычислении интеграла в формуле (11.3) и используя (11.5), получим в результате четыре однородных уравнения для определения 6 величин:

$$(d+f)^2 = \frac{16}{9} g_*^2 \cdot R + \left(a - \frac{1}{3} a_D + a_F\right), \qquad (11.6)$$

$$(d-f)^2 = \frac{4}{9} g_*^2 \cdot R + \left(a - \frac{1}{3} a_D - a_F\right), \qquad (11.7)$$

$$2(d^2 - f^2) = \frac{16}{9} g_*^2 \cdot R + \left(a - \frac{4}{3} a_D\right), \qquad (11.8)$$

$$\frac{4}{3}d^2 = 2g_*^2 \cdot R + \left(a - \frac{4}{3}a_D\right). \tag{11.9}$$

Уравнения (11.6-9) имеют нетривиальное решение лишь при определенных условиях. Так, например, из уравнений (11.8-9) при учете положительности кинематического фактора R следует, что всякое решение должно удовлетворять неравенству

$$3d^2 \leq f^2. \tag{11.10}$$

Нетрудно показать также, что при отсутствии d -связи октета реджионов с барионами ($a_D = 0$) уравнения (11.6-9) имеют только тривиальное решение.

Если добавить к уравнениям (11.6-9) одно дополнительное предположение

$$a = a_F \ , \tag{11.11}$$

мы получим следующее решение:

$$\frac{d}{f} = \frac{3}{2}\ ;\ d^2 = g_*^2 R\ ;\ \frac{a_D}{a_F} = \frac{3}{2},\ a_D = d^2, \tag{11.12}$$

которое соответствует результату $SU(6)$-симметрии для мезон-барионных констант связи. Как было отмечено выше, этот результат хуже согласуется с экспериментом, давая заниженное значение ширины (3.3) изобары. Однако нам кажется интересным, что исходя из $SU(3)$-симметрии и дисперсионных правил сумм при определенных предположениях об унитарной структуре амплитуды в области больших энергий, мы можем получить результаты $SU(6)$ -симметрии.

§ 12. Дисперсионные правила сумм для процесса аннигиляции

Мы рассмотрели выше дисперсионные правила сумм для процессов рассеяния и фоторождения мезонов на барионах, опираясь на обычные дисперсионные соотношения по энергетической переменной s , при фиксированном переданном импульсе t . В таких правилах сумм вершины, относящиеся к прямым (квазиупругим) каналам и каналам аннигиляции, оказываются не связанными между собой.

Представляет интерес рассмотреть дисперсионные правила сумм, базирующиеся на дисперсионных соотношениях для аннигиляционного канала по переменной t.

Ниже мы рассмотрим дисперсионные правила сумм для процесса аннигиляции $b+\bar{b} \to \mathcal{P}_1+\mathcal{P}_2$ барионного и антибарионного октетов в пару октетов псевдоскалярных мезонов в рамках $SU(3)$-симметрии /43/.

Запишем амплитуду аннигиляции в форме

$$\mathcal{M}(s,t) = \bar{u}(p_2)\left[A + \gamma\cdot Q\, B\right]u(p_1) , \tag{12.1}$$

$$Q = \frac{1}{2}(q_1 - q_2) ,$$

где q_1, q_2 – импульсы мезонов,

$u(p_1)$, $\bar{u}(p_2)$ – дираковские спиноры для бариона и антибариона со спином 1/2,

$$t = (q_1+q_2)^2 , \quad s = (p_1-q_1)^2 .$$

Унитарная структура и свойства симметрии спин-флиповой амплитуды $B(s,t)$ определены формулами (10.3) и (10.6) соответственно.

Ниже мы будем рассматривать лишь спин-флиповые амплитуды $B_i^{(-)}(s,t)$ которые в области низких энергий доминируются нонетом векторных мезонов в аннигиляционном канале.

Предполагая, что для амплитуд $B^{(-)}_{i=1,2,3}$ справедливы дисперсионные соотношения вида (3.2-3) по переменной t, получим правила сумм

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt\, \mathrm{Im}\, B_i^{(-)}(s,t) = 0 ; \quad i = 1,2,3 . \tag{12.2}$$

При использовании дисперсионных правил сумм (12.2) мы ограничимся учетом нонета векторных мезонов в канале аннигиляции и октета и декуплета барионов в упругих каналах.

Матричные элементы переходов $b+\bar{b}\to V$, $V\to \mathcal{P}_1+\mathcal{P}_2$ определяются следующими выражениями:

$$\mathcal{M}_{b+\bar{b}\to V} = \bar{u}\left(g_1^F\cdot\gamma^n + i\frac{g_2^F}{2m}\sigma^{nm}{}_{km}\right)u\cdot Sp\left(V_n[b\bar{b}]\right) + \tag{12.3}$$

$$+\bar{u}\left(g_1^D\cdot\gamma^n + i\frac{g_2^D}{2m}\sigma^{nm}{}_{km}\right)u\cdot Sp\left(V_n\{b\bar{b}\}\right),$$

$$\mathcal{M}_{V\to P_1+P_2} = g_{VP}\cdot(q_1-q_2)^n\cdot Sp\left(V_n[P_1P_2]\right), \tag{12.4}$$

где $g_{VP} = \sqrt{2}\, g_{\rho\pi\pi}$

Определяя величины $g^{F,D} = g_1^{F,D} + g_2^{F,D}$ и используя формулы (12.3–4), получим следующие соотношения:

$$g_{VP}\cdot(g^F+g^D) = (d+f)^2 + \frac{2}{3}g_*^2\cdot R^{\prime\prime}, \tag{12.5}$$

$$g_{VP}\cdot(g^F-g^D) = (d-f)^2 - \frac{1}{3}g_*^2\cdot R^{\prime\prime}, \tag{12.6}$$

Здесь (при $S = S_{min} = \mu^2 - m^2$)

$$R^{\prime\prime} = \frac{1}{6M^2}\left\{M^2\left[3M^2-3\mu^2-m^2\right]-\left[M^2+m^2-\mu^2\right]\cdot\left[(M-m)^2-\mu^2\right]\right\};$$

где μ, m, M –массы частиц мезонного октета, барионного октета и барионного декуплета.

Невыписанное третье соотношение, соответствующие структуре $I_3^{(-)}$, выполняется тождественно. Как и в случае рассеяния, мы не рассматриваем дисперсионные правила сумм для амплитуды, соответствующей унитарной структуре $I_0^{(-)}$, в которую дают вклады состояния, соответствующие унитарному синглету с единичным барионным числом. Комбинируя соотношения (12.5),(12.6), можно получить соотношение

$$g_{VP}\cdot(3g^F-g^D) = (d+f)^2 + 2(d-f)^2, \tag{12.7}$$

которое не содержит кинематического фактора R^{V} и не зависит от действительного соотношения масс.

В пределе вырождения масс октета и декуплета барионов, используя отношение $d/f = 3$, из соотношений (12.5), (12.6) получаем

$$g^{D}/g^{F} = 5/7 . \tag{12.8}$$

Уравнение (12.5) представляет собой соотношение между константами связи нестранных частиц, которое можно представить в виде

$$\frac{g_{\rho\pi\pi} \cdot g^{1}_{\rho NN}}{6\pi}(1+\varkappa) = \frac{1}{3}\left(\frac{g^{2}_{NN\pi}}{4\pi}\right) + \frac{2}{9}\left(\frac{g^{2}_{N^{*}N\pi}}{4\pi}\right) R^{V}, \tag{12.9}$$

где $\varkappa = \dfrac{g^{1}_{\rho NN}}{g^{2}_{\rho NN}}$.

Анализ экспериментальных данных по пион-нуклонному рассеянию и электромагнитным формфакторам нуклонов позволяет определить /44/

$$\frac{g_{\rho\pi\pi} \cdot g^{1}_{\rho NN}}{6\pi} = 1.0 \pm 0.2 ; \quad \varkappa = 3.8 \pm 0.1 . \tag{12.10}$$

Отметим, что в полюсной модели электромагнитных формфакторов нуклонов с промежуточными векторными мезонами

$$\varkappa = \mu'_{p} - \mu_{n} = 3.70 . \tag{12.11}$$

Подставляя в уравнение (12.9) значения $\left(\frac{g^{2}_{\pi NN}}{4\pi}\right) = 14.6 \pm 0.5$ и $\left(\frac{g^{2}_{\pi N N^{*}}}{4\pi}\right) = (9.4 \pm 0.2)\,\Gamma eV^{-2}$ и используя (12.11), получим

$$\frac{g_{\rho\pi\pi} \cdot g^{1}_{\rho NN}}{6\pi} = 1.2 \pm 0.1 , \tag{12.12}$$

что находится в хорошем согласии с экспериментом.

В заключение подчеркнем, что дисперсионные правила сумм для аннигиляционных процессов позволяют получить соотношения, связывающие мезон-мезонные и мезон-барионные константы связи.

Авторы глубоко благодарны Н.Н. Боголюбову за стимулирующие дискуссии и критические замечания, а также Д.И. Блохинцеву, А.А. Логунову, С.Б. Герасимову, Р.Н. Фаустову, И.Г. Азнаурян за полезные обсуждения. Один из нас (А.Т.) благодарен А. Пайсу и М. Бегу за ряд критических замечаний.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Нормировка констант связи

Константы связи $g_{BB\pi}$ бариона B с пионом на языке диаграмм Фейнмана соответствуют следующим лагранжианам взаимодействия:

$$
\begin{aligned}
B = N, \Xi: &\quad g_{BB\pi} \bar{\psi} \gamma^5 \tau_\alpha \psi \varphi_\alpha , \\
\Sigma: &\quad g_{\Sigma\Sigma\pi} \cdot i \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \bar{\psi}_\alpha \gamma^5 \psi_\beta \varphi_\gamma , \\
\Sigma\Lambda: &\quad g_{\Sigma\Lambda\pi} \cdot i \bar{\psi}_\alpha \gamma^5 \psi \varphi_\alpha + \text{э.с.}
\end{aligned}
\qquad (A.1)
$$

Эффективные лагранжианы взаимодействия $B^* B \pi$ и магнитно-дипольного взаимодействия $B^* B \gamma$ имеют вид:

$$
B^* B \pi: \quad g_{B^* B\pi} \cdot I_{B^* B i} \cdot \bar{\psi} \Psi_n \partial^n \varphi_i + \text{э.с.}
$$

$$
\begin{aligned}
&I_{N^* N i} = \bar{\chi}_a \chi^{abc} (\tau_i)_c^d \cdot \epsilon_{dc} ; \\
&I_{\Xi^* \Xi i} = \bar{\chi} \tau_i \chi ; \quad I_{\Sigma^* \Sigma i} = i \epsilon_{jki} \bar{\psi}_j \cdot \Psi_k ; \\
&I_{\Sigma^* \Lambda i} = i \Psi_i ;
\end{aligned}
\qquad (A.2)
$$

$$
B^* B \gamma: \quad \sqrt{\frac{3}{2}}\, I_{B^* B} \left(\bar{\psi} \gamma^m \gamma^5 \Psi^n + \frac{i}{M} \bar{\psi} \gamma^5 \partial^m \Psi^n \right) F_{mn} + \text{э.с.} \qquad (A.3)
$$

$$I_{N^*N} = \frac{\sqrt{3}}{2}\mu^{(v)}_{N^*N}\cdot \bar{\chi}_a \chi^{abc}(\tau^3)_b^d\,\epsilon_{dc} ;$$

$$I_{\Xi^*\Xi} = \mu^{(s)}_{\Xi^*\Xi}\cdot \bar{\chi}\mathcal{X} + \mu^{(v)}_{\Xi^*\Xi}\cdot \bar{\chi}\tau^3\mathcal{X} ;$$

$$I_{\Sigma^*\Sigma} = \left(\mu^{(s)}_{\Sigma^*\Sigma}\cdot\delta_{ij} + \mu^{(v)}_{\Sigma^*\Sigma}\cdot i\,\epsilon_{ij3}\right)\bar{\psi}_i\Psi_j ;$$

$$I_{\Sigma^*\Lambda} = \mu^{(v)}_{\Sigma^*\Lambda}\cdot\Psi_3 .$$

Здесь операторы полей записаны в форме произведения координатной и изотопической частей, например, $\psi\chi^a(\bar{\psi}\bar{\chi}_a)$ и $\Psi_n\chi^{abc}(\bar{\Psi}^n\bar{\chi}_{abc})$ являются полями N и N^*; χ^{abc}–полностью симметричный двумерный тензор 3-го ранга, ϵ_{ab} – полностью антисимметричный тензор, опускающий индексы

$$\chi^1 = p ; \quad \chi^2 = n ;$$

$$\chi^{111} = N^{*++}, \quad \chi^{112} = \frac{1}{\sqrt{3}}N^{*+}, \quad \chi^{122} = \frac{1}{\sqrt{3}}N^{*0}, \quad \chi^{222} = N^{*-} . \tag{A.4}$$

Аналогично χ и $\mathcal{X}$ – спинорные изотопические функции Ξ, Ξ^*; $\psi^i_u\,\Psi^i$ –векторные изотопические функции Σ и Σ^*. При этом константы $g_{B^*B\pi}$ связаны с ширинами распадов резонансов формулами (5.11). Изоскалярные и изовекторные магнитные моменты следующим образом связаны с магнитными моментами распадов:

$$\mu(N^*\to N+\gamma) = \mu^{(v)}_{N^*N} ;$$

$$\mu(\Xi^{*0,-}\to \Xi^{0,-}+\gamma) = \mu^{(s)}_{\Xi^*\Xi} \pm \mu^{(v)}_{\Xi^*\Xi} ;$$

$$\mu(\Sigma^{*+,-}\to \Sigma^{+,-}+\gamma) = \mu^{(s)}_{\Sigma^*\Sigma} \pm \mu^{(v)}_{\Sigma^*\Sigma} ; \quad \mu(\Sigma^{*0}\to\Sigma^0+\gamma) = \mu^{(s)}_{\Sigma^*\Sigma} ; \tag{A.5}$$

$$\mu(\Sigma^{*0}\to \Lambda+\gamma) = \mu^{(v)}_{\Sigma^*\Lambda} .$$

Заметим, что лагранжиан (A.3) можно записать в виде:

$$\sqrt{\frac{3}{2}}\,I_{B^*B}\,\frac{i}{M}\,\epsilon_{mnek}\,\bar{\psi}\partial^n\Psi^n\partial^e A^k + э.с. \tag{A.6}$$

Лагранжианы (А.2) и (А.3) позволяют вычислять резонансные вклады в амплитуды с помощью простейших диаграмм Фейнмана с резонансом в промежуточном состоянии. При этом резонансу соответствует функция распространения (без учета изотопических индексов)

$$\mathcal{S}^{mn} = \frac{i}{(2\pi)^4} \frac{\gamma p + M}{p^2 - M^2} \left\{ -g^{mn} + \frac{1}{3}\gamma^m \gamma^n + \frac{1}{3M} \left(\gamma^m p^n - \gamma^n p^m \right) + \frac{2}{3M^2} p^m p^n \right\}. \quad (А.7)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Магнитный момент распада резонанса

Волновая функция частицы со спином 3/2 удовлетворяет уравнениям /45/

$$(i\hat{\partial} - M)\Psi^n = 0, \qquad \gamma^n \Psi_n = 0. \quad (Б.1)$$

В импульсном представлении

$$\Psi^n(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \cdot \int \frac{d\vec{p}^{\,3}}{\sqrt{2p_0}} u^n(p) e^{-ipx}, \quad (Б.2)$$

$$u^n(p) = (p^0 + M)^{1/2} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\sigma p}{p^0 + M} \end{pmatrix} \varphi^n, \quad (Б.3)$$

где двумерные спиноры удовлетворяют условиям

$$\varphi^0 = \frac{\vec{p} \cdot \vec{\varphi}}{p^0}; \qquad \vec{\sigma} \cdot \vec{\varphi} = \frac{(\vec{\sigma}\vec{p})(\vec{p}\vec{\varphi})}{p_0 (p_0 + M)}. \quad (Б.4)$$

Спиноры нормированы так, что

$$\bar{u}^n u_n = 1; \qquad \varphi^{+n} \varphi_n = 1. \quad (Б.5)$$

Условия (Б.4) исключают состояния со спином 1/2. В системе покоя частицы они имеют вид

$$\varphi^0 = 0; \quad \vec{\sigma}\cdot\vec{\varphi} = 0 . \qquad \text{(Б.6)}$$

В той же системе спиноры φ^a следующим образом связаны с функциями, описывающими состояния с определенными проекциями спина

$$\frac{-\varphi^1 + i\varphi^2}{\sqrt{2}} = \begin{pmatrix} \varphi_{3/2} \\ \frac{\varphi_{1/2}}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}; \quad \frac{\varphi^1 + i\varphi^2}{\sqrt{2}} = \begin{pmatrix} \frac{\varphi_{-1/2}}{\sqrt{3}} \\ \varphi_{-3/2} \end{pmatrix}; \quad \varphi^3 = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \varphi_{1/2} \\ \varphi_{-1/2} \end{pmatrix}. \qquad \text{(Б.7)}$$

Рассмотрим теперь лагранжиан (А.6). Перейдем в нем к импульсному представлению и запишем его в системе покоя резонанса, учитывая (Б.6) и (Б.7) и считая, что магнитное поле $\vec{H}$ направлено по оси z. Мы получаем

$$-I_{B^*B}\left(\frac{E+m}{2m}\right)^{1/2}\cdot\left(\overset{+}{\varphi}{}^{B}_{1/2}\cdot\varphi^{B^*}_{1/2} + \overset{+}{\varphi}{}^{B}_{-1/2}\cdot\varphi^{B^*}_{-1/2}\right)\cdot H_z , \qquad \text{(Б.8)}$$

где E -энергия бариона в распаде $B^* \to B+\gamma$ в системе покоя резонанса. Аналогичное выражение для барионов имеет вид:

$$-\mu'_{BB}\cdot\left(\overset{+}{\varphi}{}^{B}_{1/2}\cdot\varphi^{B}_{1/2} - \overset{+}{\varphi}{}^{B}_{-1/2}\cdot\varphi^{B}_{-1/2}\right)\cdot H_z . \qquad \text{(Б.9)}$$

По аналогии с барионами из сравнения (Б.8) и (Б.9) определяем магнитный момент перехода

$$\mu(B^* \to B+\gamma) = I_{B^*B} . \qquad \text{(Б.10)}$$

Отсюда с учетом изотопической структуры I_{B^*B} (А.3) мы получаем соотношения (А.5). При определении магнитного момента (Б.10) мы из соображений удобства не ввели в него множитель $\left(\frac{E+m}{2m}\right)^{1/2}$ близкий к единице.

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Экспериментальное значение

С помощью выражений (А.2), (А.3), (А.5) и (А.6) мы можем найти (с ошибкой 1-2%) вклад магнитно-дипольного перехода в полное сечение фоторождения нейтральных пионов на протонах вблизи резонанса

$$\sigma = 8\pi \frac{q}{k} |M_{1+}^{(+)}|^2, \quad \frac{M_{1+}^{(+)}}{k \cdot q} = \frac{\mu(N^* \to N\gamma) g_{N^*N\pi}}{6\pi\sqrt{2}} \frac{[(E_1+m)(E_2+m)]^{1/2}}{M^2 - s - iM\Gamma}, \tag{B.1}$$

где k, E_1 (q, E_2) - импульс и энергия начального (конечного) нуклона в с.ц.м., Γ - ширина резонанса N^*. Отсюда получаем, что в резонансе

$$\sigma = \frac{2}{3} \frac{k(E_2+m)}{M\Gamma} \mu^2 (N^* \to N\gamma) . \tag{B.2}$$

С другой стороны, из эксперимента известно, что этот процесс вблизи резонанса почти полностью соответствует магнитно-дипольному переходу. Поэтому (с ошибкой меньше 5%) в (В.2) можно прямо подставить экспериментальное сечение σ = 0,25 ± 0,01 мбн /21/. Используя для ширины распада экспериментальное значение Γ = 120±1,5 Мэв, получаем экспериментальное значение магнитного момента перехода $N^* \to N+\gamma$:

$$\mu(N^* \to N+\gamma)_{экс} = (1.25 \pm 0.02) \frac{2\sqrt{2}}{3} \mu_p . \tag{B.3}$$

В работе /25/ использовано значение сечения σ = 0,26±0,006 мбн, что дает

$$\mu(N^* \to N+\gamma)_{экс} = (1.28 \pm 0.02) \frac{2\sqrt{2}}{3} \mu_p . \tag{B.4}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Условие унитарности для виртуального комптон-эффекта

Вместе с амплитудой T (7.1) рассмотрим амплитуду

$$T^{+} = -\varepsilon_{e}^{*}\varepsilon_{\kappa}\int dx\, e^{-iqx}\langle p|\,\frac{\delta j_{\alpha}^{\cdot\kappa}(0)}{\delta A_{e\beta}(x)}\,|p\rangle = \left[T\binom{\alpha\leftrightarrow\beta}{s\leftrightarrow s'}\right]^{*} \qquad (\text{Г.1})$$

где s и s' – начальный и конечный изоспин нуклона. Из условия унитарности следует, что /15/

$$\frac{\delta j_{\beta}^{\cdot e}(x)}{\delta A_{\kappa\alpha}(0)} - \frac{\delta j_{\alpha}^{\cdot\kappa}(0)}{\delta A_{e\beta}(x)} = i\left[j_{\beta}^{\cdot e}(x), j_{\alpha}^{\cdot\kappa}(0)\right], \qquad (\text{Г.2})$$

откуда

$$T - T^{+} = i\,(2\pi)^{4}\sum_{n}\delta(p_{n}-p-q)\langle p|\overset{*}{\varepsilon}\cdot j_{\alpha}(0)|n\rangle\langle n|j_{\beta}\cdot\varepsilon\,|p\rangle\,. \qquad (\text{Г.3})$$

Переходя здесь к компонентам, соответствующим определенному полному изоспину I, получаем

$$T^{(I)} - T^{+(I)} = 4i\,m q_{L}\cdot\sigma^{I}(\varepsilon,\sigma)\,, \qquad (\text{Г.4})$$

где q_L –лабораторный импульс фотона и $\sigma^{I}(\varepsilon,\sigma)$ – полное сечение рассеяния изовекторного фотона с квадратом массы $-q^2$ и поляризацией ε на нуклоне с проекцией спина σ в состоянии с полным изоспином I. Два поперечных и один продольный вектор поляризации фотона возьмем в виде

$$\varepsilon\cdot q = 0\,; \qquad \varepsilon^{*}\cdot\varepsilon = 1\,;$$

$$\varepsilon^{(t)} = \{0, \vec{\varepsilon}_t\}\,; \quad \vec{\varepsilon}_t\cdot\vec{q} = 0\,; \quad \vec{\varepsilon}_t^{\,*}\cdot\vec{\varepsilon}_t = 1\,; \qquad (\text{Г.5})$$

$$\varepsilon^{(e)} = \{\varepsilon_e^{0}, \vec{\varepsilon}_e\}\,; \qquad \vec{\varepsilon}_e = \frac{q^{0}}{\sqrt{q^2}}\cdot\vec{q}\,,$$

и перепишем равенство (Г.4) с учетом структуры (7.3) в лабораторной системе координат:

$$Im\, H_1^{(I)} + i(\sigma[\varepsilon_t^* \times \varepsilon_t])\, Im\, H_3^{(I)} = q_L \cdot \sigma^{(I)}(\varepsilon^t, \sigma), \qquad (Г.6)$$

$$Im\, H_1^{(I)} + \frac{q_L^2 - m^2}{q^2}\, Im\, H_2^{(I)} = q_L \cdot \sigma^{(I)}(\varepsilon^e, \sigma).$$

Поскольку $\sigma(\varepsilon) \sim |j \cdot \varepsilon|^2$ где j – матричный элемент тока, то $\sigma(\varepsilon^e) \sim \frac{q^2}{q_L^2} \frac{|j \cdot q|^2}{q^2}$ Замечая, что фотону со спином, направленным по $\vec{q}$, соответствует вектор поляризации $\vec{\varepsilon}_t = \frac{-\varepsilon_1 + i\varepsilon_2}{\sqrt{2}}$, из (Г.6) получаем

$$Im\, H_1^{(I)} = q_L \cdot \sigma_T^{(I)};$$

$$Im\, H_2^{(I)} = -\frac{q^2}{m q_L} \cdot \left(\sigma_T^{(I)} - \sigma_L^{(I)}\right); \qquad (Г.7)$$

$$Im\, H_3^{(I)} = \frac{1}{2} q_L \left(\sigma_P^{(I)} - \sigma_A^{(I)}\right),$$

где σ_T – есть усредненное по поляризациям сечение $\sigma(\varepsilon^t, \sigma)$ и σ_P, σ_A – есть сечение процесса, в котором спин фотона параллелен (антипараллелен) спину нуклона.

Литература

1. M.Gell-Mann, M.Goldberger, W.Thirring. Phys.Rev., 96, 1612 (1954); M.Goldberger, Miyazawa, R.Oehme. Phys.Rev., 96, 986 (1955).
2. Н.Н. Боголюбов, Б.В.Медведев, М.К. Поливанов. Вопросы теории дисперсионных соотношений. Гостехиздат, 1957, Москва.
3. A.A.Logunov, L.D.Soloviev. Nucl.Phys., 10, 60 (1959).
4. S.Fubini, G.Furlan, C.Rossetti. Nuovo Cim., 40, 1171 (1965).
5. M.Gell-Mann. Physics, 1, 63 (1966).
6. Л.Д.Соловьев. ЯФ, 3, 188 (1966).
7. И.Г. Азнаурян, Л.Д. Соловьев. ЯФ, 4, 615 (1966).

8. В.А. Матвеев, В.Г. Писаренко, Б.В. Струминский. Препринт ОИЯИ, Е-2822, Дубна, 1966.

9. V.A.Matveev, B.V. Struminsky, A.N.Tavkhelidze. Phys.Lett., 23, 146(1966).

10. N.N.Bogolubov, V.A.Matveev, A.N.Tavkhelidze. Препринт ОИЯИ, Е-2876, Дубна, 1966.

11. Р.Н. Фаустов, В.П. Писаренко. Р.Е. Калош. Препринт ОИЯИ, Е-2865, Дубна, 1966.

12. N.Cabibbo, L.Radicati. Phys.Lett., 19, 697 (1966).

13. S.L.Adler. Phys.Rev.Letters, 14, 1051 (1965); W.Weisberger. Phys.Rev.Letters, 14, 1047 (1965).

14. V.de Alfaro, S.Fubini, G.Rossetti, G.Furlan. Phys.Lett., 21, 576(1966).

15. Н.Н. Боголюбов, Д.В. Ширков. Введение в теорию квантованных полей, Москва, Гостехиздат, 1957.

16. M.L.Goldberger, S.B.Treiman. Phys.Rev., 110, 1178 (1958).

17. M.Gell-Mann, M.Levy. Nuovo Cim., 16, 560 (1960).

18. А.А. Логунов, Л.Д. Соловьев, А.Н. Тавхелидзе. Препринт ОИЯИ,Дубна, 1966;

M.Restignoli, L.Satorio, M.Toller. Phys.Rev., 150, 1389 (1966).

19. G.Chew, M.Goldberger, F.Low, Y.Nambu. Phys.Rev., 106, 1337 (1957).

20. A.H.Rosenfeld et al. Rev.Mod.Phys., 37, N.4 (1965).

21. C.H.Chan, A.O.Sarker. Phys.Rev., 139, B626 (1965).

22. H.I.Lipkin, S.H.Meshkov. Phys.Rev.Letters, 14, 670 (1965).

23. A.N.Tavkhelidze. Higher symmetries and composite models of elementary particles, from High energy physics and elementary particles, IAEA, Vienna, 1965.

24. M.Gourdin, P.Salin. Nuovo Cim., 27, 309 (1953).

25. W.S.McDonald, V.Z.Peterson, D.R.Corson. Phys.Rev., 107, 577 (1957).

26. В.Г. Писаренко. Препринт ОИЯИ, Е-2-2931, 1966.

27. R.H.Dalitz, D.G.Sutherland. Phys.Rev., 146, 1180 (1966).

28. F.Low. Phys.Rev., 96, 1428 (1954); M.Gell-Mann, M.Goldberger. Phys.Rev., 96, 1433 (1954).

29. Л.И.Лапидус, Чжоу Гуан-чжао. ЖЭТФ, 41, 154 (1961).

30. С.Б. Герасимов. ЯФ, 2, 598 (1965).

31. S.D.Drell, A.C.Hearn. Phys.Rev.Letters, 16, 908 (1966).

32. И.Г.Азнаурян. Препринт ОИЯИ, Р2-3028, Дубна, 1966.

33. F.I.Gilman, N.I.Schnitzer. Preprint CALT-68-75.

34. I.Hamilton, W.S.Woolcock. Rev.Mod.Phys., 35, 737 (1963).

35. J.J.Sakurai. Phys.Rev.Letters., 17, 552 (1966).

36. П.С. Исаев, В.А. Матвеев. ЯФ, 4, 198 (1966).

37. A.V.Efremov, V.A.Meshcheryakov, D.V.Shirkov, H.Y.Tzu. Nucl.Phys., 22, 202 (1961).

38. M.A.B.Beg, B.Lee, A.Pais. Phys.Rev.Lett., 13, 515 (1964).

39. R.Raman. Phys.Rev., 149, 1122 (1966).

40. N.Zovko. Phys.Lett., 23, 143 (1966).

41. F. Buccella, M. Lusignoli, C.Violini. Phys.Rev.Lett., 21, 572 (1966).

42. A.Ahmadzadeh. Phys.Rev.Lett., 16, 952 (1966).

43. В.А. Матвеев. Препринт ОИЯИ, Р-2879, Дубна, 1966.

44. L.D.Soloviev, A.V.Schelkachev. Nucl.Phys. 76, 684 (1966).

45. Х. Умэдзава. Квантовая теория поля, ИЛ, Москва, 1958.

Рукопись поступила в издательский отдел
17 января 1967 г.