

С. 324,3

ЖК-911

ЯФ, 1967, т. 6, в. 1,  
с. 165-169.

12/5. 66

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2 - 3081



ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В.И. Журавлев, К.В. Рерих

ДИСПЕРСИОННЫЕ ПРАВИЛА СУММ  
ДЛЯ П<sub>r</sub>-и К<sub>r</sub>-РАССЕЯНИЙ

1966

Журавлев В.И., Рерих К.В.

P2-3081

Дисперсионные правила сумм для  $\pi p$  и  $Kp$  - рассеяний

Проведен анализ дисперсионных правил сумм, полученных в работе А.А. Логунова, Л.Д. Соловьева, А.Н. Тавхелидзе (препринт ОИЯИ, E2-3077 1966 г.), которые связывают параметры высокоэнергетического рассеяния с интегралами от сечений при низких энергиях.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.  
Дубна, 1966.

Zhuravlev V.I., Rerikh K.V.

P2-3081

Dispersion Sum Rules for  $\pi p$ - and  $Kp$ - Scattering

An analysis has been made of dispersion sum rules, obtained in the work by A.A. Logunov, L.D. Soloviev, A.N. Tavkhelidze (preprint E2-3077, 1966.), which connect the high-energy scattering parameters with the integrals of low-energy cross-sections.

Preprint, Joint Institute for Nuclear Research.  
Dubna, 1966.

P2 - 3081

В.И. Журавлев, К.В. Рерих

ДИСПЕРСИОННЫЕ ПРАВИЛА СУММ  
ДЛЯ Пр-и Кр-РАССЕЯНИЙ

Направлено в ЯФ

4717/1, ср.  
4163/1, ср.

## В в е д е н и е

В работе /1/ было получено дисперсионное правило сумм (д.п.с.), связывающее параметры высокоэнергетического рассеяния с интегралами от сечений при низких энергиях. Для получения д.п.с. было существенно задание модели высокоэнергетического рассеяния. Если в качестве такой модели взять модель полюсов Редже, с успехом применяемую в настоящее время при анализе полных сечений при больших энергиях, то это д.п.с. имеет вид:

$$\int_{\nu_0}^A \text{Im } f(\nu) d\nu - \int_0^A \text{Im } \phi(\nu) d\nu = \int_{\nu_0}^A \text{Im } f(\nu) d\nu - \sum_i \frac{\text{Im } c_i}{a_i + 1} A^{a_i + 1} = 0. \quad (1)$$

Здесь  $f(\nu)$  – инвариантная амплитуда двухчастичной реакции, а  $\nu$  – инвариантная энергетическая переменная, которая для рассеяния вперед совпадает с лабораторной энергией налетающей частицы.  $A$  – энергия, начиная с которой наступает режим Редже. При доказательстве (1) предполагается, что при  $\nu > A$

$$f(\nu) = \phi(\nu) + O(\nu),$$

где  $\phi(\nu)$  – амплитуда Редже, а  $O(\nu)$  быстро убывает при  $\nu \rightarrow \infty$ , предельно мала при  $\nu > A$  и можно отбросить интеграл  $\int_0^A \text{Im } O(\nu) d\nu$ . Эти предположения, вообще говоря, не очевидны и д.п.с. (1) требует проверки.

В этой работе мы проведем анализ д.п.с. (1) для  $\pi p$ - и  $Kp$ -рассеяний.

### 2. $\pi p$ – рассеяние

Рассмотрим амплитуды  $G^-(\nu)$  и  $G^+(\nu)$ , где

$$\begin{aligned} G^-(\nu) &= A^-(\nu) + \nu B^-(\nu) \\ G^+(\nu) &= A^+(\nu) + \nu B^+(\nu). \end{aligned}$$

Здесь  $A^\pm$ ,  $B^\pm$  - обычные инвариантные амплитуды  $\pi N$ -рассеяния<sup>/2/</sup>.  $G^-(\nu)$ - кросс - нечетна,  $G^+(\nu)$ - кросс-четна. Эти амплитуды для рассеяния вперед связаны с полными сечениями  $\pi^+ p$  и  $\pi^- p$ -рассеяния

$$\text{Im } G^\pm(E) = \frac{k}{2} [\sigma^-(E) \pm \sigma^+(E)], \quad (2)$$

где  $k$  и  $E$  - лабораторные импульсы и энергия налетающего  $\pi$ -мезона. При больших энергиях ( $E > A$ )

$$\text{Im } G^\pm(E) \approx \frac{E}{2} [\sigma^-(E) \pm \sigma^+(E)]$$

и согласно модели полюсов Редже с учетом двух вакуумных и  $\rho$ -мезонного полюсов<sup>/3,4/</sup>

$$\begin{aligned} \sigma^\pm &= \sum_1 B_1^\pm \left(\frac{E}{E_0}\right)^{\alpha_1-1} = \\ &= B_p(0) \left(\frac{E}{E_0}\right)^{\alpha_p(0)-1} + B_{p'}(0) \left(\frac{E}{E_0}\right)^{\alpha_{p'}(0)-1} \pm B_\rho(0) \left(\frac{E}{E_0}\right)^{\alpha_\rho(0)-1}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\alpha_1(0)$ - траектория полюса Редже при  $t=0$ , а  $B_1(0)$ - вычет в этом полюсе. В выбранной нормировке<sup>/4/</sup>  $E_0 = 1$  Гэв. Теперь запишем д.п.с. (1) для амплитуд  $G^-(\nu)$  и  $\nu G^+(\nu)$ . Учитывая (2,3,4), получим следующие д.п.с. для  $\pi^\pm p$ -рассеяния:

$$-\left(\frac{g_r^2}{4\pi}\right) 2\pi^2 \left(\frac{m}{m_p}\right)^2 + \int_{\frac{m}{m_p}}^A k (\sigma^- - \sigma^+) dE = R_1 \quad (5a)$$

$$\left(\frac{g_r^2}{4\pi}\right) \pi^2 \left(\frac{m}{m_p}\right)^4 + \int_{\frac{m}{m_p}}^A \frac{kE}{m_p} (\sigma^- + \sigma^+) dE = R_2. \quad (5b)$$

Здесь

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{2B_\rho}{\alpha_\rho + 1} \left(\frac{A}{E_0}\right)^{\alpha_\rho-1} A^2 \\ R_2 &= \frac{2B_p}{+2} \left(\frac{A}{E_0}\right)^{\alpha_p-1} \frac{A^3}{m_p} + \frac{2B_{p'}}{\alpha_{p'} + 2} \left(\frac{A}{E_0}\right)^{\alpha_{p'}-1} \frac{A^3}{m_p}. \end{aligned}$$



$$g_r^2 / 4\pi = 14,6$$

Левые части (5) вычислялись по экспериментальным значениям сечений <sup>5,6/</sup>, а для оценки правых частей можно воспользоваться анализом Филлипса и Рариты <sup>3/</sup>, которые получили следующие значения параметров В и а для «N - рассеяния»<sup>х)</sup>.

Т а б л и ц а 1

|          | $a(0)$ | $B(0)$ мбарн |
|----------|--------|--------------|
| $\rho$   | 1      | 19,7         |
| $\rho'$  | 0,5    | 19,6         |
| $\rho''$ | 0,54   | 2,75         |

В таблице 2, где через  $L_1, L_2, R_1, R_2$  обозначены левые и правые части (5) соответственно, приведены результаты анализа для  $A=3,5,7$  Гэв<sup>xx)</sup>.

Т а б л и ц а 2

| A Гэв | $L_1$            | $R_1$ | $L_2$          | $R_2$ | $L_1/R_1$       | $L_2/R_2$         |
|-------|------------------|-------|----------------|-------|-----------------|-------------------|
| 3     | 36,8 $\pm$ 10,7  | 59,8  | 1600 $\pm$ 15  | 1628  | 0,62 $\pm$ 0,18 | 0,98 $\pm$ 0,01   |
| 5     | 98 $\pm$ 11,5    | 109   | 6750 $\pm$ 20  | 6863  | 0,90 $\pm$ 0,10 | 0,98 $\pm$ < 0,01 |
| 7     | 172,6 $\pm$ 12,7 | 183   | 17400 $\pm$ 30 | 17828 | 0,94 $\pm$ 0,07 | 0,88 $\pm$ < 0,01 |

Ошибки в  $L_1, L_2$  определялись по ошибкам в сечениях, указанных в <sup>5,6/</sup>.

Из таблицы 2 видно, что д.п.с. (5) справедливы с хорошей точностью при  $A=5-7$  Гэв, где наступает режим Редже. Правило сумм (5а) выполняется несколько хуже, чем (5в). Это можно понять, если учесть, что в (5а)

х) Мы пользуемся нормировкой вычетов, которая отличается от нормировки Филлипса и Рариты (см. обзор К. Тер-Мартirosьян<sup>4/</sup>).

xx) В работе <sup>3/</sup> не указаны ошибки параметров  $B_1$ . Поэтому  $R_1, R_2$  в таблице 2 даны без ошибок.

под интегралом стоит разность сечений, которая очень чувствительна к ошибкам в сечениях.

Из д.п.с. (5) можно получить некоторые параметры высокоэнергетического рассеяния. Так, из (5а) при  $\alpha_\rho = 0,54$  получим  $B_\rho = 2,47 \pm 0,29$  мбарн при  $A = 5$  Гэв и  $B_\rho = 2,60 \pm 0,19$  мбарн при  $A = 7$  Гэв. Анализ сечений при больших энергиях дает  $B_\rho = 2,75 \pm 0,25$  мбарн. Таким образом видно, что д.п.с. могут быть использованы для получения параметров высокоэнергетического рассеяния из данных о сечениях при низких и средних энергиях. Однако для этого необходимы более точные данные о сечениях в области энергий от 0 до  $\approx 2,5$  Гэв.

### 3. Кр - рассеяние

Этот случай отличается от  $\pi p$ -рассеяния наличием ненаблюдаемой области и тем, что при  $E > A$  кроме двух вакуумных и  $\rho$ -полюса дают вклад  $\omega$ - и R-полюса

$$\sigma^+ = B_\rho \left(\frac{E}{E_0}\right)^{\alpha_\rho - 1} + B_{\rho'} \left(\frac{E}{E_0}\right)^{\alpha_{\rho'} - 1} + B_\omega \left(\frac{E}{E_0}\right)^{\alpha_\omega - 1} + B_\rho \left(\frac{E}{E_0}\right)^{\alpha_\rho - 1} + B_R \left(\frac{E}{E_0}\right)^{\alpha_R - 1}.$$

По аналогии с  $\pi N$ -рассеянием получим следующие д.п.с. для KN-рассеяния:

$$\begin{aligned} & \frac{4\pi^2}{m_p} \frac{g_\Lambda^2}{4\pi} \left( \frac{M_\Lambda^2}{2m_p} + m_p - m_\Lambda \right) + \frac{4\pi^2}{m_p} \frac{g_\Sigma^2}{4\pi} \left( \frac{M_\Sigma^2}{2m_p} + m_p - m_\Sigma \right) + \\ & + \int_{m_k}^A k (\sigma^- - \sigma^+) dE + \int_{\omega}^{m_k} \text{Im } C^{(-)}(0, E) dE = R_1 \end{aligned} \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{4\pi^2}{m_p} \frac{g_\Lambda^2}{4\pi} \left( \frac{M_\Lambda^2}{2m_p} + m_p - m_\Sigma \right) \frac{M_\Lambda^2}{2m_p} + \frac{4\pi^2}{m_p} \frac{g_\Sigma^2}{4\pi} \left( \frac{M_\Sigma^2}{2m_p} + m_p - m_\Sigma \right) \frac{M_\Sigma^2}{2m_p} + \\ & + \int_{m_k}^A \frac{k E}{m_p} (\sigma^- + \sigma^+) dE + \int_{\omega}^{m_k} \frac{E}{m_p} \text{Im } C^{(-)}(0, E) dE = R_2. \end{aligned} \quad (6b)$$

Здесь

$$R_1 = \frac{2B_\rho}{\alpha_\rho + 1} \left(\frac{A}{E_0}\right)^{\alpha_\rho - 1} A^2 + \frac{2B_\omega}{\alpha_\omega + 1} \left(\frac{A}{E_0}\right)^{\alpha_\omega - 1} A^2.$$

$$R_2 = \frac{2B_p}{\alpha_p + 2} \left( \frac{A}{E_0} \right)^{\alpha_p - 1} \frac{A^3}{m_p} + \frac{2B_{p'}}{\alpha_{p'} + 2} \left( \frac{A}{E_0} \right)^{\alpha_{p'} - 1} \frac{A^3}{m_p} + \frac{2B_R}{\alpha_R + 2} \left( \frac{A}{E_0} \right)^{\alpha_R - 1} \frac{A^3}{m_p}$$

$$M_Y^2 = m_Y^2 - m_p^2 - m_K^2 \quad (Y \rightarrow \Lambda, \Sigma)$$

$$\omega_{\Lambda\pi} = \frac{(m_\Lambda + m_\pi)^2 - m_p^2 - m_K^2}{2m_p}$$

При вычислении левых частей (6) мы поступаем так же, как при анализе дисперсионных соотношений для  $K_p$ -рассеяния (см., например, /10/). Интегралы от сечений вычислялись по экспериментальным данным /5,7/. Так как сечение  $K_p^-$ -рассеяния при низких энергиях известно плохо, в области энергий от  $m_K$  до  $m_K + 80$  Мэв  $\sigma^-$  вычислялось по длинам рассеяния /8/ в приближении нулевого эффективного радиуса /9/, учитывалась только  $s$ -волна. Интеграл по ненаблюдаемой области от  $\omega_{\Lambda\pi}$  до  $m_K$  вычислялся с помощью продолжения  $s$ -волны в ненаблюдаемую область, а также учитывался резонанс  $Y_1^*$  (1385) в  $p$ -волне. Для учета этого резонанса необходимо знать константу  $g_{K Y_1^* p} / 4\pi$ , которая неизвестна. Из  $SU(3)$ -симметрии можно показать, что она, по крайней мере, не превосходит 1. Заметим, что ввиду малости соответствующего борновского члена точное значение этой константы для нас несущественно. Константы, входящие в борновские члены, имеют следующие значения /10/:

$$\frac{g_{p\Lambda K}^2}{4\pi} = 4,8 \pm 1,0, \quad \frac{g_{p\Sigma K}^2}{4\pi} < 3,2.$$

Параметры Редже приведены в таблице 3 /3,4/.

В таблице 4, где через  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  обозначены левые и правые части (6) соответственно, приведены результаты анализа для  $A=3, 5, 7$  Гэв.



Т а б л и ц а 3

|          | $a(0)$ | $B(0)$ мбарн |
|----------|--------|--------------|
| $\rho$   | 1      | 17,7         |
| $\rho'$  | 0,5    | 5,7          |
| $\rho$   | 0,54   | 1,4          |
| $\omega$ | 0,52   | 6,5          |
| $R$      | 0,41   | 1,38         |

Т а б л и ц а 4

| A Гэв | $L_1$            | $R_1$ | $L_2$           | $R_2$ | $L_1/R_1$       | $L_2/R_2$       |
|-------|------------------|-------|-----------------|-------|-----------------|-----------------|
| 3     | 133,9 $\pm$ 7,3  | 141,3 | 1105 $\pm$ 28   | 1110  | 0,94 $\pm$ 0,05 | 1,00 $\pm$ 0,03 |
| 5     | 287,9 $\pm$ 23,7 | 308   | 4781 $\pm$ 169  | 4880  | 0,94 $\pm$ 0,08 | 0,98 $\pm$ 0,03 |
| 7     | 502 $\pm$ 40     | 515   | 12900 $\pm$ 388 | 13000 | 0,97 $\pm$ 0,08 | 0,99 $\pm$ 0,03 |

Интегралы по ненаблюдаемой области равны 17 и 7,6 для (6а) и (6в) соответственно, так что они дают малый вклад в  $L_1$  и  $L_2$ .

Из таблицы 4 видно, что правила сумм справедливы с хорошей точностью. Для  $KN$ -рассеяния д.п.с. начинают действовать уже с 3 Гэв, так как здесь режим Редже наступает раньше, чем в случае  $\pi N$ -рассеяния.

#### 4. Обсуждение результатов

Мы видели на примере  $\pi N$ - и  $KN$ -рассеяний, что д.п.с. (1) справедливы в пределах ошибок. Поэтому в принципе можно определить параметры высокоэнергетического рассеяния из данных о сечениях в области низких и средних энергий. Число независимых параметров Редже можно уменьшать, если следуя Баргеру и Олсону<sup>/11/</sup>, Ахмадзаде<sup>/127/</sup>, наложить на факторизованные вычеты  $SU(3)$ -симметрию и обменное вырождение. Тогда вместе с д.п.с. (1) эти дополнительные гипотезы могут привести к разрешимой системе уравнений на все  $V_1(0)$  и  $a_1(0)$ .

Для проведения такой программы необходимы более точные экспериментальные данные о сечениях в области низких и средних энергий.

Авторы благодарны Н.Н. Боголюбову, А.А. Логунову, Л.Д. Соловьеву и А.Н. Тавхелидзе за интерес к работе и обсуждение, а также В.С. Барашенкову за обсуждение экспериментальных данных.

#### Л и т е р а т у р а

1. А.А. Логунов, Л.Д. Соловьев, А.Н. Тавхелидзе. Препринт ОИЯИ Е2-3077, Дубна 1968.
2. G. Chew, M. Goldberger, F. Low, Y. Nambu. Phys. Rev., 106, 1345 (1957).
3. R. J. N. Phillips and W. Rarita, Phys. Rev., 139, B1336 (1965).
4. К. Тер-Мартirosян. Препринт ИТЭФ, № 417, Москва, 1968.
5. В.С. Барашенков. Сечения взаимодействия элементарных частиц. Изд. "Наука", Москва, 1968.
6. A. Cirton et al., Phys. Rev., 144, 1101 (1966).
7. R. Cool et al., Phys. Rev. Letters 16, 1228 (1966); 17, 102 (1966); W. Galbraith et al., Phys. Rev., 138, B913 (1965).
8. J. K. Kim. Phys. Rev. Letters, 14, 29 (1965).
9. R. H. Dalitz and S. F. Tuan. Ann. Phys. (N. Y.) 10, 307 (1960).
10. M. Lusignoli, M. Restignoli, G. A. Snow and G. Violini, Phys. Letters 21, 229 (1966).
11. V. Barger, M. Olsson. Phys. Rev., 146, 1080 (1966).
12. A. Ahmadzadeh, Phys. Rev. Letters, 16, 952 (1966).

Рукопись поступила в издательский отдел  
22 декабря 1968 г.