ЯФ, 1967, т.6, N5, с.1076-1079

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 3062

А.В. Тарасов

СХЕМА ВОССТАНОВЛЕНИЯ АМПЛИТУДЫ ПРОЦЕССОВ $eN \to eN\pi$ И $\pi N \to N e^- e^+$ ПО ДАННЫМ ОПЫТА

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

1966

4700/3 пр.

P2 - 3062

А.В. Тарасов

СХЕМА ВОССТАНОВЛЕНИЯ АМПЛИТУДЫ ПРОЦЕССОВ $eN \to eN\pi$ И $\pi N \to Ne^- e^+$ ПО ДАННЫМ ОПЫТА

Направлено в ЯФ

1. Процессы

$$eN \to e\pi N \qquad (1)$$

и

$$\pi N \to N e^- e^+ \qquad (2)$$

представляют большой интерес для изучения электромагнитной структуры адронов. Первый из них уже довольно давно и интенсивно исследуется на электронных ускорителях /1/. Изучение второго пока затруднено из-за малых интенсивностей π -мезонных пучков. Процесс 2 особо интересен, поскольку позволяет изучать электромагнитные формфакторы адронов во времениподобной области $0 < q^2 < 4m^2$, которая недоступна ни в экспериментах по рассеянию, ни в аннигиляционных экспериментах /2/.

Здесь мы приведем схему восстановления амплитуды указанных процессов из экспериментальных данных.

2. В однофотонном приближении амплитуда обоих процессов может быть представлена в виде

$$M = \frac{e^2}{q^2} A_\mu j^e_\mu .$$

Здесь $j^e_\mu = u(k_2)\gamma_\mu u(k_1)$ -электронный ток; k_1 и k_2 -импульсы электронов или электрона и позитрона соответственно;

$$A = \langle N | J_\mu | N\pi \rangle \qquad \text{для процесса (1);}$$

$$A = \langle N\pi | J_\mu | N \rangle \qquad \text{для процесса (2).}$$

Здесь J_α -оператор адронного тока; $q = (\omega, \vec{q})$-импульс виртуального фотона;

A_μ-функция импульсов только адронов и фотона. Плоскость, образованную этими импульсами, обозначим P, а плоскость, образованную электронными импульсами,— K. Пользуясь уравнениями непрерывности

$$q_\mu A_\mu = \omega A_0 - \vec{q}\vec{A} = 0,$$

$$q_\mu j_\mu = \omega j_0 - \vec{q}\,\vec{j} = 0,$$

можно исключить временные компоненты токов и представить матричный элемент в виде

$$M = \frac{e^2}{q^2}\left[\frac{\vec{q}\vec{j}}{\omega^2}\vec{q} - \vec{j}\right]\vec{A}.$$

Наиболее общий вид псевдовектора:

$$\vec{A} = i\vec{n}\cdot a + (\vec{\sigma}\vec{n})\vec{n}\cdot b + (\vec{\sigma}\vec{k})\vec{k}\cdot c + (\vec{\sigma}\vec{s})\vec{s}\cdot d +$$

$$+ (\vec{\sigma}\vec{s})\vec{k}\cdot e + (\vec{\sigma}\vec{k})\vec{s}\cdot f.$$

Здесь $\vec{n}, \vec{k}, \vec{s}$ –ортонормированная система векторов, причем $\vec{n} = \vec{k}\times\vec{s}$ – нормаль к плоскости P, а a, b, c, d, e, f –комплексные функции q^2, энергии и угла рассеяния в с.ц. четыреххвостки $\gamma N \to \pi N$.

В дальнейшем мы не будем интересоваться поляризационным состоянием электронов (поскольку все величины, линейные по поляризации электронов, пропорциональны их массе и поэтому малы). Тогда любая из измеряемых величин Q (сечение, компоненты вектора поляризации нуклона и т.д.) будет иметь следующую структуру: $Q = \sum_{i,m} Q_{im}\rho_{im}$, $i,m = n,k,s$,

где для процесса (1)

$$\rho_{im} = \left[\frac{e^2}{q^2}\right]^2\cdot\left[\ell_i\ell_m + (\vec{q}^{\,2} - \omega^2)\delta_{im} - \right.$$

$$\left. - \frac{\ell_0}{\omega}(\ell_i q_m + \ell_m q_i) + \frac{\vec{\ell}^{\,2}}{\omega^2} q_i q_m\right],$$

$$q = k_1 - k_2,\ \ell = k_1 + k_2;$$

для процесса (2)

$$\rho_{im} = -\left[\frac{e^2}{q^2}\right]^2\left[\ell_i\ell_m + (\vec{q}^{\,2} - \omega^2)\delta_{im} - \right.$$

$$\left. - \frac{\ell_0}{\omega}(\ell_i q_m + \ell_m q_i) - \frac{\vec{\ell}^{\,2}}{\omega^2} q_i q_m\right],$$

$$q = k_1 + k_2,\ \ell = k_1 - k_2;$$

а $Q_{im} = Q_{mi}$ –величины, билинейные по a, b, c, d, e, f.

Для определения всех компонент Q_{im}, которых в силу инвариантности амплитуды относительно отражений будет не более четырех, необходимо измерять величину Q при фиксированных импульсах адронов, но при различных значениях вектора $\vec{\ell}$. При этом $\vec{\ell}$ надо варьировать так, чтобы менялись как взаимная ориентация плоскостей P и K, так и взаимная ориентация векторов $\vec{q}$ и $\vec{\ell}$ в плоскости K.

Так как ρ_{im} при этом будет меняться, получится система линейных уравнений для определения Q_{im}.

3. Перейдем к нахождению явного выражения величин Q_{im} через величины a, b, c, d, e, f и восстановлению амплитуды процессов (1) и (2).

Определим поляризационные тензора нулевого, первого и второго рангов:

$$\sigma_0 = \frac{1}{2}\,\mathrm{Sp}\, M M^+,$$

$$\sigma_0 A_i = \frac{1}{2}\ \mathrm{Sp}\ M \sigma_i M^+ ,$$

$$\sigma_0 P_i = \frac{1}{2}\ \mathrm{Sp}\ \sigma_i M M^+ ,$$

$$\sigma_0 D_{ik} = \frac{1}{2}\ \mathrm{Sp}\ \sigma_i M \sigma_k M^+ .$$

Здесь σ_0 -сечение реакции с неполяризованными нуклонами,

A_i -вектор асимметрии, P_i -вектор поляризации,

D_{ik} -тензор деполяризации (более подробно о смысле введенных величин смотрите, например, в работе [3]).

В соответствии со сказанным выше они представимы в следующем виде:

$$\sigma_0 = \sigma_{0,\,im}\ \rho_{im} ,$$

$$\sigma_0 A_k = [\sigma_0 A_k]_{im}\ \rho_{im} ,$$

$$\sigma_0 P_k = [\sigma_0 P_k]_{,im}\ \rho_{im} ,$$

$$\sigma_0 D_{k\ell} = [\sigma_0 D_{k\ell}]_{,im}\ \rho_{im} .$$

Отличны от нуля следующие величины:

$$\sigma_{0,\,nn} = [\sigma_0 D_{nn}]_{,\,nn} = |a|^2 + |b|^2 ,$$

$$\sigma_{0,\,kk} = -[\sigma_0 D_{nn}]_{,\,kk} = |c|^2 + |e|^2 ,$$

$$\sigma_{0,\,ss} = -[\sigma_0 D_{nn}]_{,\,ss} = |d|^2 + |f|^2 ,$$

$$[\sigma_0 A_n]_{,\,nn} = [\sigma_0 P_n]_{nn} = 2\ \mathrm{Im}\ ba^* ,$$

$$[\sigma_0 A_n]_{kk} = -[\sigma_0 P_n]_{kk} = 2\ \mathrm{Im}\ ce^* ,$$

$$[\sigma_0 A_n]_{ks} = -[\sigma_0 P_n]_{ks} = \mathrm{Im}\ (cd^* + fe^*),$$

$$[\sigma_0 A_k]_{nk} = \mathrm{Im}\ (ca^* + eb^*),$$

$$[\sigma_0 A_k]_{ns} = \mathrm{Im}\ (fa^* + db^*),$$

$$[\sigma_0 P_k]_{nk} = \mathrm{Im}\ (ca^* - eb^*),$$

$$[\sigma_0 P_k]_{ns} = \mathrm{Im}\ (fa^* - db^*),$$

$$[\sigma_0 A_s]_{ns} = \mathrm{Im}\ (da^* - fb^*),$$

$$[\sigma_0 A_s]_{nk} = \mathrm{Im}\ (ea^* - cb^*),$$

$$[\sigma_0 P_s]_{nk} = \mathrm{Im}\ (ea^* + cb^*),$$

$$[\sigma_0 P_s]_{ns} = \mathrm{Im}\ (da^* + fb^*),$$

$$[\sigma_0 D_{kk}]_{nn} = [\sigma_0 D_{ss}]_{nn} = |a|^2 - |b|^2 ,$$

$$[\sigma_0 D_{kk}]_{kk} = -[\sigma_0 D_{ss}]_{kk} = |c|^2 - |e|^2 ,$$

$$[\sigma_0 P_{kk}]_{ks} = -[\sigma_0 D_{ss}]_{ks} = \mathrm{Re}\ (cf^* - de^*),$$

$$[\sigma_0 D_{kn}]_{nk} = \mathrm{Re}\ (ae^* + bc^*),$$

$$[\sigma_0 D_{kn}]_{ns} = \mathrm{Re}\ (ad^* + bf^*),$$

$$[\sigma_0 D_{nk}]_{nk} = \mathrm{Re}\ (bc^* - ae^*),$$

$$[\sigma_0 D_{nk}]_{ns} = \mathrm{Re}\ (bf^* - ad^*),$$

$$[\sigma_0 D_{sn}]_{nk} = \mathrm{Re}\ (be^* - ac^*),$$

$$[\sigma_0 D_{sn}]_{ns} = \mathrm{Re}\,(bd^* - af^*),$$

$$[\sigma_0 D_{ns}]_{nk} = \mathrm{Re}\,(be^* + ac^*),$$

$$[\sigma_0 D_{ns}]_{ns} = \mathrm{Re}\,(bd^* + af^*),$$

$$[\sigma_0 D_{ks}]_{nn} = -[\sigma_0 D_{sk}]_{nn} = -2\mathrm{Re}\,ab^*,$$

$$[\sigma_0 D_{sk}]_{kk} = [\sigma_0 D_{ks}]_{kk} = 2\,\mathrm{Re}\,ce^*,$$

$$[\sigma_0 D_{ks}]_{ss} = [\sigma_0 D_{sk}]_{ss} = 2\,\mathrm{Re}\,df^*,$$

$$[\sigma_0 D_{ks}]_{ks} = [\sigma_0 D_{sk}]_{ks} = \mathrm{Re}\,(ef^* + cd^*),$$

$$\sigma_{0,ks} = -[\sigma_0 D_{nn}]_{ks} = \mathrm{Re}\,(cf^* + ed^*),$$

$$[\sigma_0 A_n]_{ss} = -[\sigma_0 P_n]_{ss} = 2\,\mathrm{Im}\,fd^*,$$

$$[\sigma_0 D_{kk}]_{ss} = -[\sigma_0 D_{ss}]_{ss} = |f|^2 - |d|^2 .$$

Для выяснения смысла введенных величин заметим, что, например, $\sigma_{0,nn}$ представляет сечение процесса, в котором виртуальный фотон поляризован вдоль $\vec{n}$. Смысл остальных величин аналогичен.

Соотношения типа $\sigma_{0,nn} = [\sigma_0 D_{nn}]_{nn}$ аналогичны соотношениям (8.7) работы /3/ и имеют то же происхождение – они являются следствием инвариантности матрицы рассеяния относительно отражений в плоскости реакции ($\gamma N \to N \pi$).

Пользуясь приведенными формулами, можно восстановить амплитуды a, b, c, d, e, f.

Поскольку все они определяются с точностью до общей фазы, будем считать, например, величину a действительной и положительной (восстанавливается матрица $e^{-i\Phi_a} M$, где Φ_a –фаза величины a). Тогда

$$a^2 = \frac{1}{2}\{\sigma_{0,nn} + [\sigma_0 D_{kk}]_{nn}\},$$

$$\mathrm{Re}\, b = -\frac{1}{2a}[\sigma_0 D_{sk}]_{nn} = \frac{1}{2a}[\sigma_0 D_{ks}]_{nn},$$

$$\mathrm{Im}\, b = \frac{1}{2a}[\sigma_0 A_n]_{nn} = \frac{1}{2a}[\sigma_0 P_n]_{nn},$$

$$\mathrm{Re}\, c = \frac{1}{2a}\{[\sigma_0 D_{ns}]_{nk} - [\sigma_0 D_{sn}]_{nk}\},$$

$$\mathrm{Im}\, c = \frac{1}{2a}\{[\sigma_0 P_k]_{nk} + [\sigma_0 A_k]_{nk}\},$$

$$\mathrm{Re}\, d = \frac{1}{2a}\{[\sigma_0 D_{kn}]_{ns} - [\sigma_0 D_{nk}]_{ns}\},$$

$$\mathrm{Im}\, d = \frac{1}{2a}\{[\sigma_0 P_s]_{ns} + [\sigma_0 A_s]_{ns}\},$$

$$\mathrm{Re}\, e = \frac{1}{2a}\{[\sigma_0 D_{kn}]_{nk} - [\sigma_0 D_{nk}]_{nk}\},$$

$$\mathrm{Im}\, e = \frac{1}{2a}\{[\sigma_0 P_s]_{nk} + [\sigma_0 A_s]_{nk}\},$$

$$\mathrm{Re}\, f = \frac{1}{2a}\{[\sigma_0 D_{ns}]_{ns} - [\sigma_0 D_{sn}]_{ns}\}.$$

$$\mathrm{Im}\, f = \frac{1}{2a}\{[\sigma_0 P_k]_{ns} + [\sigma_0 A_k]_{ns}\}.$$

Здесь приведена схема "линейного" восстановления, в которой действительные и мнимые части амплитуд выражаются "линейно" через измеряемые величины.

Возможны другие схемы восстановления, когда, например, сначала восстанавливаются модули амплитуд:

$$|a|^2 = \frac{1}{2}\{\sigma_{0,nn} + [\sigma_0 D_{kk}]_{nn}\},$$

$$|b|^2 = \frac{1}{2}\{\sigma_{0,nn} - [\sigma_0 D_{kk}]_{nn}\},$$

$$|c|^2 = \frac{1}{2}\{\sigma_{0,kk} + [\sigma_0 D_{kk}]_{kk}\},$$

$$|e|^2 = \frac{1}{2}\{\sigma_{0,kk} - [\sigma_0 D_{kk}]_{kk}\},$$

$$|f|^2 = \frac{1}{2}\{\sigma_{0,ss} + [\sigma_0 D_{kk}]_{ss}\},$$

$$|d|^2 = \frac{1}{2}\{\sigma_{0,ss} - [\sigma_0 D_{kk}]_{ss}\}$$

и их реальные (или мнимые) части, а затем уже по ним мнимые (реальные) части.

Наконец, можно выбрать действительной положительной величиной любую из оставшихся амплитуд b, c, d, e, f (т.е. восстановить матрицу M с точностью до соответствующего фазового множителя).

Поскольку величины a и b и c, d, e, f входят в выражения для измеряемых величин симметрично, восстановление матрицы $e^{-i\Phi_b}M$ аналогично восстановлению матрицы $e^{-i\Phi_a}M$, а восстановление $e^{-i\Phi_d}M$, $e^{-i\Phi_e}M$, $e^{-i\Phi_f}M$ аналогично восстановлению $e^{-i\Phi_c}M$.

Проведем восстановление матрицы $e^{-i\Phi_c}M$:

$$c^2 = \frac{1}{2}\{\sigma_{0,kk} + [\sigma_0 D_{kk}]_{kk}\},$$

$$\mathrm{Re}\, a = \frac{1}{2c}\{[\sigma_0 D_{ns}]_{nk} - [\sigma_0 D_{sn}]_{nk}\},$$

$$\mathrm{Im}\, a = -\frac{1}{2c}\{[\sigma_0 A_k]_{nk} + [\sigma_0 P_k]_{nk}\},$$

$$\mathrm{Re}\, b = \frac{1}{2c}\{[\sigma_0 D_{kn}]_{nk} + [\sigma_0 D_{nk}]_{nk}\},$$

$$\mathrm{Im}\, b = \frac{1}{2c}\{-[\sigma_0 P_s]_{nk} + [\sigma_0 A_s]_{nk}\},$$

$$\mathrm{Re}\, e = \frac{1}{2c}[\sigma_0 D_{sk}]_{kk},$$

$$\mathrm{Im}\, e = -\frac{1}{2c}[\sigma_0 A_n]_{kk},$$

$$\mathrm{Re}\, f = \frac{1}{2c}\{\sigma_{0,ks} + [\sigma_0 D_{kk}]_{ks}\}$$

и, наконец, величины $\mathrm{Im}\, f$, $\mathrm{Re}\, d$, $\mathrm{Im}\, d$ определяются как решения системы линейных уравнений:

$$\mathrm{Re}\, d\, \mathrm{Re}\, e + \mathrm{Im}\, d \cdot \mathrm{Im}\, e = \frac{1}{2}\{\sigma_{0,ks} - [\sigma_0 D_{kk}]_{ks}\},$$

$$-c\, \mathrm{Im}\, d + \mathrm{Re}\, e \cdot \mathrm{Im}\, f - \mathrm{Re}\, f \cdot \mathrm{Im}\, e = [\sigma_0 A_n]_{sk},$$

$$c\, \mathrm{Re}\, d + \mathrm{Re}\, e \cdot \mathrm{Re}\, f + \mathrm{Im}\, f \cdot \mathrm{Im}\, e = [\sigma_0 D_{ks}]_{ks}.$$

Автор благодарен Л.И. Лапидусу за ряд полезных замечаний и обсуждение результатов.

Литература

1. *W.K.H. Panofsky and E.A. Allton. Phys. Rev., 110, 1155 (1958); G.G. Ohlsen. Phys. Rev., 120, 584 (1960); L.N. Hand. Phys. Rev., 129, 1834 (1963).*

2. *М.П. Рекало. ЯФ, 1, 1066 (1965).*

3. *С.М. Биленький, Л.И. Лапидус, Р.М. Рындин. УФН, 84, 243 (1964).*

Рукопись поступила в издательский отдел
8 декабря 1966 г.