

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

00-145

P2-2000-145

А.И.Голохвастов*

ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ
ПИОНОВ И ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ЯЧЕЙКА
ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА

Направлено в журнал «Ядерная физика»

*E-mail: golokhv@lhe17.jinr.dubna.su

2000

1. ВВЕДЕНИЕ

Интерференционный метод получения пространственно-временных размеров объема генерации пионов [1-5] существенно основан на двух предположениях: а) о возможности усреднения амплитуд двух разных способов излучения пары пионов из двух разных точек объема генерации и б) о возможности усреднения вероятностей разных положений этих двух точек в объеме генерации.

В настоящей работе показывается, что первое предположение безусловно справедливо только в пределах одной элементарной ячейки фазового пространства $2\pi\hbar$, что соответствует только одному периоду интерференционного косинуса (разд. 5). А второе предположение несправедливо, если нет подобного ограничения (разд. 6).

Это не приводит к серьезным последствиям для использования метода, но делает практически излишним модельное предположение об отсутствии отдачи у одночастичных источников пионов.

В разделах 2-4 схематично изложено необходимое содержание метода на примере ядро-ядерного взаимодействия, где, вероятно, можно пренебречь неинтерференционными корреляциями пионов, как кинематическими, так и динамическими. В этих разделах $\hbar = 1$.

2. СИММЕТРИЗАЦИЯ

Итак, пусть, например, π^- -мезоны рождаются практически независимо друг от друга разными "одночастичными источниками", т.е. в разных нуклон-нуклонных столкновениях, пион-нуклонных перерассеяниях и распадах резонансов — в разных пространственно-временных точках области столкновения ядер. Точкой излучения пиона будем называть положение источника, где этот пион родился или существенно перерассеялся в последний раз до вылета из объема генерации, когда его уже можно считать свободным.

Амплитуда вероятности, что случайным образом выбранный пион имеет 4-импульс $p=(E, \mathbf{p})$ и излучен в 4-точке $r=(t, \mathbf{r})$, равна [5]

$$\varphi(\mathbf{p}) \exp(-ipr), \quad (1)$$

где $\varphi(\mathbf{p})$ — это амплитуда вероятности, что импульс пиона равен \mathbf{p} , а $\exp(-ipr) \equiv \exp[-i(Et - \mathbf{p}\mathbf{r})]$ — амплитуда вероятности, что если импульс пиона равен \mathbf{p} , то в момент t он находится в точке \mathbf{r} [6, §5.1].

Плотность вероятности, что пион имеет импульс \mathbf{p} и излучен источником, находящимся в r , равна квадрату (1): $W(\mathbf{p}) = \varphi^*(\mathbf{p})\varphi(\mathbf{p})$.

Выберем из одного случайного события последовательно два случайных π^- -мезона. Амплитуда вероятности, что первый имеет импульс \mathbf{p}_1 и излучен в точке r_a , а второй имеет \mathbf{p}_2 и излучен в r_b , равна произведению одночастичных амплитуд, т.к., по предположению, пионы рождаются независимо друг от друга:

$$A_{ab} = \varphi_a(\mathbf{p}_1)\varphi_b(\mathbf{p}_2) \exp[-i(p_1 r_a + p_2 r_b)]. \quad (2)$$

Аналогично, амплитуда вероятности, что первый из выбранных π^- -мезонов излучен в r_b , а второй в r_a , равна

$$A_{ba} = \varphi_b(\mathbf{p}_1)\varphi_a(\mathbf{p}_2) \exp[-i(p_1 r_b + p_2 r_a)]. \quad (3)$$

Если эти две возможности неразличимы (см. обсуждение в [2], а также разд. 5), т.е. приводят к одному и тому же конечному квантовому состоянию всех частиц, участвовавших в реакции, то плотность вероятности выбрать два π^- -мезона с импульсами \mathbf{p}_1 и \mathbf{p}_2 , испущенные источниками, расположенными в r_a и r_b , равна половине квадрата модуля суммы этих амплитуд

$$2W(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = |A_{ab} + A_{ba}|^2 = |A_{ab}|^2 + |A_{ba}|^2 + 2\text{Re}(A_{ab}^* A_{ba}). \quad (4)$$

Аналогичный результат получается в общеизвестном опыте по рассеянию одного электрона на двух отверстиях [6, §1.1] или атомах [7, §XIX.25]. И так же, как там, если мы с помощью какого-либо детектора можем узнать, в какой именно из этих двух точек излучен каждый пион, то усреднять надо будет вероятности, а не амплитуды:

$$2W^{\text{off}}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = W_a(\mathbf{p}_1)W_b(\mathbf{p}_2) + W_b(\mathbf{p}_1)W_a(\mathbf{p}_2) = |A_{ab}|^2 + |A_{ba}|^2. \quad (5)$$

Этот фоновый спектр с “выключенными” (off) корреляциями в экспериментах получается обычно из смешанных пар пионов, каждый из которых выбирается случайным образом из разных событий [4]. Аналогично получается фон при одночастичной интерференции, когда поочередно открыто только одно из отверстий [6, §1.1].

Отношение вероятностей (4) и (5), т.е. корреляционная функция для этих двух одночастичных источников, получается

$$C_{ab}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = 1 + \frac{2\text{Re}(A_{ab}^* A_{ba})}{|A_{ab}|^2 + |A_{ba}|^2}. \quad (6)$$

Корреляционная функция не равна 1, хотя получилась в предположении независимой генерации пионов и отсутствия какого-либо взаимодействия между ними. Просто в (2) и (3) перемножались амплитуды, а не вероятности независимых событий. И в (4) усреднялись амплитуды, а не вероятности разных возможностей. Квантовая теория вероятностей не совпадает с классической — она неаппроксимативна [6, §1.1] и неколомгорова [8].

Числитель интерференционного члена в (6) равен (см. (2), (3))

$$2 \operatorname{Re} \left\{ \varphi_a^*(\mathbf{p}_1) \varphi_b^*(\mathbf{p}_2) \varphi_b(\mathbf{p}_1) \varphi_a(\mathbf{p}_2) \exp[i(p_1 - p_2)(r_a - r_b)] \right\}. \quad (7)$$

Здесь все амплитуды — это комплексные функции, и мы не можем без дополнительных предположений упростить это выражение.

3. УСЛОВИЕ ОДНОРОДНОСТИ

Рассмотрим случай однородного объема генерации пионов, т.е. такого, где все одночастичные источники одинаковы:

$$\varphi_a(\mathbf{p}) = \varphi_b(\mathbf{p}) = \varphi(\mathbf{p}). \quad (8)$$

Это условие не выполняется для объема генерации, разные части (элементы) которого разлетаются в разных направлениях с разными скоростями и излучают пионы в разных областях импульсного спектра. Такая неоднородность — корреляция импульс-координата — характерна практически для всех моделей множественного рождения.

Однако равенство (8), видимо, справедливо, в каком-то приближении, для “отдельного” элемента этого объема, т.е. для подансамбля пионов из небольшого участка импульсного спектра, где $p_1 \approx p_2$ [9]. Например, таким (почти) однородным элементом могут являться две движущиеся с близкими скоростями Δ -изобары (два однопионных источника), родившиеся в разных частях объема генерации. В этом примере элемент может занимать всю пространственно-временную область столкновения ядер — маленький он только в импульсном пространстве.

Будем придерживаться условия (8) в расчете на такие квазиоднородные элементы. При условии (8) амплитуды $\varphi(\mathbf{p})$ в (7) комбинируются в вероятности и сокращаются со знаменателем в (6):

$$C_{ab}(q) = 1 + \cos[(p_1 - p_2)(r_a - r_b)]. \quad (9)$$

Корреляционная функция для рассеяния одного электрона на двух отверстиях (атомах) записывается примерно так же:

$$C_{ab}(\mathbf{k}) = 1 + \cos[(\mathbf{k}' - \mathbf{k})(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b)], \quad (10)$$

где \mathbf{k} и \mathbf{k}' — начальный и конечный импульсы электрона [7, §XIX.25].

4. КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ

Если известна форма однородного объема генерации (однородного элемента), т.е. пространственно-временная плотность распределения источников пионов (точнее, их центров [3]) $\rho(r)$, то можно получить полную корреляционную функцию, усреднив двухточечную корреляционную функцию (9) по всем положениям этих точек ($q \equiv p_1 - p_2$):

$$C(q) = 1 + \iint \rho(r_a)\rho(r_b) \cos[q(r_a - r_b)] d^4r_a d^4r_b. \quad (11)$$

Эта процедура — усреднение вероятностей, а не амплитуд — предполагает, что разные положения точки r_a (и/или r_b) приводят к разным конечным квантовым состояниям частиц, участвовавших в реакции (см. обсуждение в [2], а также разд. 6).

Учитывая, что $\cos[q(r_a - r_b)] = \text{Re}[\exp(iqr_a) \exp(-iqr_b)]$, получаем

$$\begin{aligned} C(q) &= 1 + \text{Re} \left\{ \int \rho(r_a) \exp(iqr_a) d^4r_a \int \rho(r_b) \exp(-iqr_b) d^4r_b \right\} = \\ &= 1 + \left| \int \rho(r) \exp(iqr) d^4r \right|^2. \end{aligned} \quad (12)$$

Это основная рабочая формула интерференционного метода получения пространственно-временных размеров объема генерации пионов.

Если предположить, что пространственно-временная форма объема генерации в его системе покоя близка к распределению Гаусса

$$\rho(r) = \frac{1}{(2\pi)^2 R_x R_y R_z T} \exp \left(-\frac{r_x^2}{2R_x^2} - \frac{r_y^2}{2R_y^2} - \frac{r_z^2}{2R_z^2} - \frac{t^2}{2T^2} \right), \quad (13)$$

то из квадрата преобразования Фурье (12) получается

$$C(q) = 1 + \exp \left(-q_x^2 R_x^2 - q_y^2 R_y^2 - q_z^2 R_z^2 - q_t^2 T^2 \right), \quad (14)$$

где R_i — среднеквадратичный разброс точек, а T — среднеквадратичный разброс моментов излучения пионов. Фитируя экспериментальную корреляционную функцию этой (или какой-либо другой) аппроксимацией, можно получить размеры объема генерации R_i и T .

5. УСРЕДНЕНИЕ АМПЛИТУД

В (4) мы усредняли амплитуды (а не вероятности) двух возможных способов излучения пары пионов двумя одночастичными источниками. То есть мы предполагали, что эти два пути приводят к одному и тому же конечному квантовому состоянию всех частиц, участвовавших в реакции (при одном и том же начальном состоянии), и не осталось свидетелей, сохранивших более детальную информацию.

Но в ядро-ядерном взаимодействии, кроме двух наших π^- -мезонов, из разных частей области столкновения вылетает еще множество свободных частиц. Измеряя их координаты и импульсы сразу после их вылета, можно, не возмущая наши два π^- , попробовать определить, какой из путей реализовался в данном случае. Конечно, это можно сделать только с точностью до соотношений неопределенностей. Но не обязательно действительно проводить эти измерения — частицы-свидетели сами являются детекторами, которые при перестановке импульсов пионов могут оказаться в другом квантовом состоянии.

Наглядным примером, ничем принципиально не отличающимся от нашего, является случай, когда два пиона излучаются не из разных частей одного, а из двух разных ядро-ядерных столкновений. Если пространственное или временное расстояние между ними велико, то в каждом из них независимо соблюдается закон сохранения импульса, что исключает возможность перестановки импульсов пионов (при $p_1 \neq p_2$). Если же это расстояние достаточно мало, такая возможность появляется: разные группы частиц-свидетелей могут одновременно с излучением пары пионов обменяться импульсом, равным $p_1 - p_2$.

Количественная оценка получается с помощью понятия квантового (квантованного) состояния в импульсно-координатном фазовом пространстве для системы, находящейся в непрерывной части импульсного спектра [6, §4.3]. Квантовому состоянию свободной частицы (системы частиц) любого вида соответствует элементарная ячейка в фазовом пространстве размером $2\pi\hbar$ на каждую степень свободы, эквивалентная одному дискретному состоянию (см. [10, §62] и [11, §7]).

При перестановке импульсов пионов между свидетелями перераспределяется импульс отдачи. Для тех из них, что вылетают из области вблизи точки r_a , импульс увеличивается на $q \equiv p_1 - p_2$, а для тех, что вблизи r_b , на столько же уменьшается. То есть в системе всех

частиц-свидетелей происходит изменение: 4-импульс q переносится на 4-вектор $s \equiv r_a - r_b$. Значит, положение этой системы в фазовом пространстве, по каждой координате (i) меняется на $q_i s_i$. И если это изменение заметно превышает $2\pi\hbar$, то система частиц-свидетелей оказывается в другом квантовом состоянии. То есть прямой и перекрестный пути реакции безусловно неразличимы, только если $q_i s_i < 2\pi\hbar$.

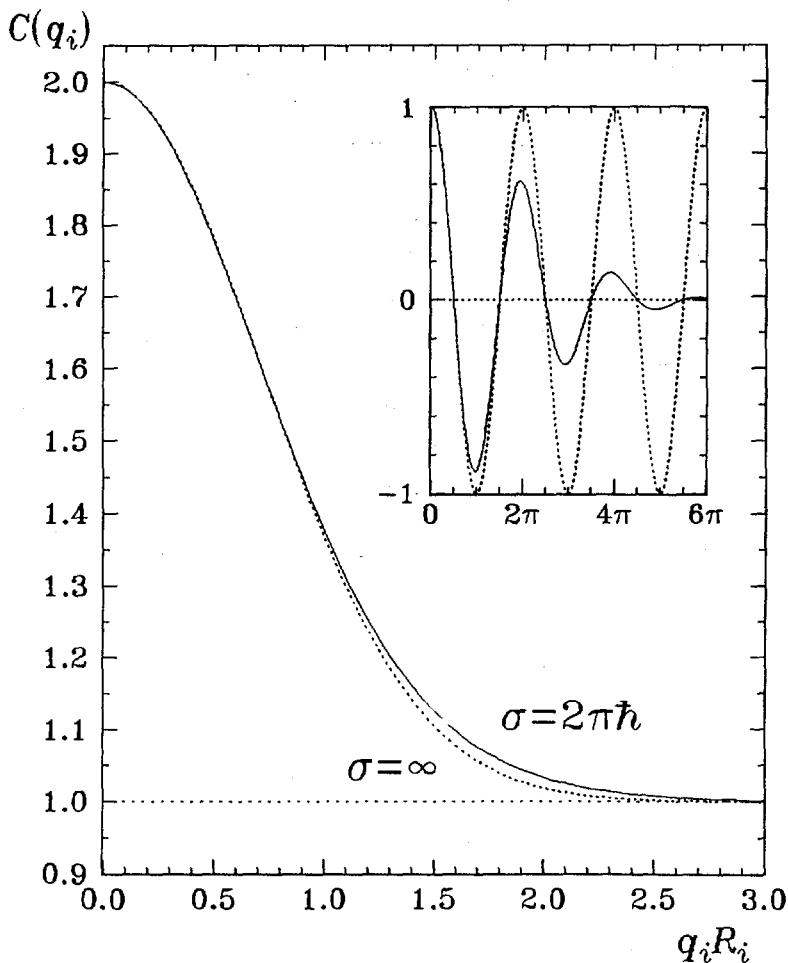
Но тогда наши два избранных пиона должны излучиться в одной ячейке $q_i s_i < 2\pi\hbar$ — в одном квантовом состоянии. И наш эффект становится эквивалентен явлению индуцированного излучения [12, §2.2-2.5].

В работе [2] было показано, что даже при $q_i s_i \gg \hbar$ еще нельзя пренебрегать вкладом интерференции. Здесь мы показали, что уже при $q_i s_i > 2\pi\hbar$ этот вклад может быть невелик. Если $q_i s_i \sim 2\pi\hbar$, то амплитуды (2) и (3) надо, очевидно, усреднять в (4) с разными весами, что аналогично ситуации при одночастичной интерференции, когда электроны за экраном освещаются светом с длиной волны $\lambda \sim |r_a - r_b|$ [12, §1.2].

Получается, что гарантировать неразличимость путей можно только в пределах одного периода косинуса (9). Это отличает наш случай от ничем не ограниченного косинуса (10) для одночастичной интерференции. Дело в том, что условием применимости формулы (10) является бесконечная масса, или, что то же, жесткая фиксация положения атомов [7, §XIX.24], зеркал [10, §3] или отверстий [13], чтобы невозможно было по импульсу отдачи узнать, на каком из них произошло рассеяние. А наши частицы-свидетели — свободные частицы.

Посмотрим, как влияет эта поправка на форму корреляционной функции для гауссового объема генерации (13) (в одном измерении). Для этого введем под интеграл формулы (11) быстро убывающий множитель $\exp[-(q_i s_i)^2 / 2(2\pi\hbar)^2]$ с дисперсией $2\pi\hbar$, ограничивающий область действия косинуса. Результат показан на рисунке (верхняя кривая). Нижняя кривая — обычная гауссова функция (14). То, что верхняя кривая зависит только от произведения $q_i R_i$, — случайность, связанная гауссовостью как множителя, так и формы объема.

Строго говоря, верхняя кривая при больших $q_i R_i$ переходит в гиперболу. Однако произвол в выборе аппроксимации (13) и экспериментальная неразличимость этих кривых делает практически излишним модельное условие [2, 3], что одночастичные источники пионов — бесконечно тяжелые и не испытывают отдачи.



Зависимость формы корреляционной функции (в одном измерении) от поправки на ограниченность области действия косинуса в (11) для гауссового объема генерации (13). Сплошная кривая получена при введении под интеграл формулы (11) множителя $\exp[-(q_i s_i)^2 / 2(2\pi\hbar)^2]$ с дисперсией $2\pi\hbar$. Пунктир — обычная гауссова функция (14), соответствующая отсутствию этого множителя, или, что то же, множителю с бесконечной дисперсией. На вставке показано, как выглядит косинус до и после ограничения

6. УСРЕДНЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

В (11) мы усредняли вероятности (а не амплитуды) разных положений точек r_a и r_b , т.е. мы предполагали, что разные положения точки r_a (и/или r_b) приводят к разным конечным квантовым состояниям частиц, участвовавших в реакции. Но различимость разных положений этих точек прямо связана с полученным выше ограничением на неразличимость прямого и перекрестного путей реакции.

Если бы разные группы частиц-свидетелей не испытывали отдачи, или, что то же, если бы они одновременно с излучением пары пионов могли обменяться импульсом, намного бóльшим, чем $2\pi\hbar/(r_a-r_b)$, тем самым сделав неразличимыми прямой и перекрестный пути при любом расстоянии между точками излучения, то неразличимыми оказались бы и случаи разного положения этих точек. Это привело бы к необходимости усреднять амплитуды, а не вероятности по всей области генерации и, таким образом, к исчезновению интерференционного пика (т.н. когерентные источники, см., например, [14]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Копылов Г.И., Подгорецкий М.И.// ЯФ. 1972. Т.15. С.392.
- [2] Копылов Г.И., Подгорецкий М.И.// ЯФ. 1973. Т.18. С.656.
- [3] Копылов Г.И., Подгорецкий М.И.// ЯФ. 1974. Т.19. С.434.
- [4] Корулов G.I.// Phys. Lett. 1974. V.50. P.472.
- [5] Подгорецкий М.И.// ЭЧАЯ. 1989. Т.20. С.628.
- [6] Фейнман Р., Хибс А. Квантовая механика и интегралы по траекториям. М.: Мир, 1968.
- [7] Мессиа А. Квантовая механика. М.: Наука, 1979.
- [8] Клышко Д.Н.// УФН. 1998. Т.168. С.975.
- [9] Anikina M.Kh. et al.// Phys. Lett. 1997. V.397. P.30.
- [10] Дирак П. Принципы квантовой механики. М.: Наука, 1979.
- [11] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. М.: Наука, 1976.
- [12] Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Квантовая механика. М.: Мир, 1978.
- [13] Бор Н.// Дискуссии с Эйнштейном. УФН. 1958. Т.66. С.571.
- [14] Boal D.H. et al.// Rev. Mod. Phys. 1990. V.62. P.553.

Рукопись поступила в издательский отдел
20 июня 2000 года.