

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

1534 / 2-80

7/4-80
P2 - 13053

М. Динейхан, Г. В. Ефимов, Ю. Ю. Лобанов

РАСПАДЫ ДЕКУПЛЕТА БАРИОННЫХ РЕЗОНАНСОВ
В НЕЛОКАЛЬНОЙ МОДЕЛИ КВАРКОВ

Направлено в ЯФ

1980

I. Введение

Первое возбужденное состояние барионов, $\Delta(1232)$, открыто Ферми в 1952 г. В последующие годы было открыто множество подобных бозонных и барионных резонансов. $SU(3)$ -классификация, предложенная Гелл-Манном (1961) и Нейманом (1961) для этих сильно взаимодействующих бозонов и барионов, оказалась вполне успешной. Открытие Ω^- с массой и странностью, совпадающими с ожидаемыми для 10-го члена $J^P = 3/2^+$ декуплета, подтвердила справедливость схемы $SU(3)$.

К настоящему времени ситуация заметно изменилась. Открыто много новых частиц, уточнены квантовые числа старых. Так, в ряде случаев современные значения масс и ширин резонансов ^{/1/} отличаются на 5-10 МэВ от старых значений. Проведившиеся исследования барионных резонансов в рамках $SU(3)$ -феноменологии сводились к тому, чтобы, определив матричный элемент одного распада ($\Delta \rightarrow N\pi$) путем подгонки ширины распада $\Delta(1232)$ к ее экспериментальному значению, можно было предсказать затем ширины других распадов. Такой анализ для резонансов барионов и мезонов осуществлен Сэмюсом, Гольдбергом и Медоузом ^{/2/}; остальные ссылки можно найти в этом обзоре.

При таком подходе к вычислению матричных элементов барионных резонансов не представляется возможным учитывать реальные массы членов декуплета или разности масс между ними (отклонение от средней массы, составляющее порядка 139 МэВ, т.е. массы пиона).

В настоящей работе декуплет барионных резонансов рассматривается в рамках нелокальной модели кварков ^{/3/} при простейшем выборе лагранжианов взаимодействия, инвариантных относительно $SU(3)$.

В работе ^{/4/} в рамках этой модели рассмотрен ряд физических процессов с участием мезонов низких энергий. Были рассмотрены сильные, слабые и электромагнитные распады мезонов и показано, что модель довольно хорошо описывает эти процессы. Все параметры модели определены из анализа сильных распадов мезонов. В работе ^{/5/} рассмотрены лептонные распады и магнитные моменты октета барионов и также получено хорошее совпадение с экспериментальными данными.



В настоящей работе в рамках нелокальной модели кварков рассматриваются распады декуплета барионных резонансов и магнитные моменты Δ - B -перехода. При расчетах нами были использованы значения параметров модели, определенные в [4]. Полученные результаты даны в табл. 1 и 2. Ошибка, связанная с различного рода приближениями, допущенными при расчетах, составляет $\sim 10 - 30\%$. Как следует из сравнения результатов с экспериментальными данными (см. табл. 1 и 2), модель хорошо описывает рассмотренные процессы.

2. Лагранжиан взаимодействия частиц со спином $J^P = \frac{3}{2}^+$ и кварковых полей

Мы выбираем лагранжиан взаимодействия в простейшем виде:

$$\mathcal{L}_D(x) = g_D \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} (\bar{D}_\mu^{\kappa st}(x) \Gamma_1 q_\alpha^\kappa(x)) (\bar{q}_\rho^s(x) \Gamma_2 \gamma_\nu^t(x)) + h.c. \quad (2.1)$$

Здесь g_D - константа взаимодействия между декуплетным и кварковым полями; Γ_1 и Γ_2 - матрицы Дирака; $D_\mu(x)$ - поля декуплета (спиноры Рарита-Швингера), для которых выполняются следующие условия:

$$\partial_\mu D_\mu(x) = 0$$

$$\gamma_\mu D_\mu(x) = 0 \quad (2.2)$$

$$D_\mu(x) = \int \frac{dK}{(2\pi)^{3/2}} \left(e^{-iKx} u_\mu(\lambda; K) d_{K\lambda}^+ + e^{iKx} u_\mu(\lambda; K) c_{K\lambda} \right) \left(\frac{m}{K_0} \right)^{1/2}$$

$$\sum_{\lambda_1 = -\frac{3}{2}}^{+\frac{3}{2}} u_\mu(\lambda_1, K) \bar{u}_\nu(\lambda_2, K) = \frac{1}{3} (\hat{K} + m) \left[\frac{2}{m^2} K_\mu K_\nu - g_{\mu\nu} - \gamma_\nu \gamma_\mu + \frac{1}{m} (\gamma_\mu K_\nu - \gamma_\nu K_\mu) \right]; \quad (2.3)$$

суммирование проводится по спиновым индексам. Далее, α, β, γ , δ - цветовые индексы ($\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3$); $\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}$ - полностью антисимметричный тензор 3-го ранга; $q_j(x)$ - кварк-виртонные поля; κ, s, t - индексы $SU(3)$ - группы.

Конкретный вид матриц Γ_1 и Γ_2 определяется требованием, чтобы лагранжиан взаимодействия удовлетворял следующим условиям:

а) C, P, T - инвариантности.

б) Низшие барионные состояния представляют собой трехкварковые состояния с $L=0$.

Волновые функции декуплета, относящиеся к спину и унитарному спину, должны быть полностью симметричными относительно перестановок трех индексов $SU(3)$:

$$D^{\kappa m \mu} = D^{m \kappa \mu} = \dots \quad (2.4)$$

в) Спиновые волновые функции этих состояний также симметричны, т.е. в нерелятивистском пределе полный спин должен определяться суммой спинов кварков:

$$\Delta^{++} = \chi_{3/2} = |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle = \chi_{\frac{3}{2}}^{(1)} \chi_{\frac{1}{2}}^{(2)} \chi_{\frac{1}{2}}^{(3)} \quad S_2 = \frac{3}{2}$$

$$\Delta^+ = \chi_{1/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} [|\uparrow\uparrow\downarrow\rangle + |\uparrow\downarrow\uparrow\rangle + |\downarrow\uparrow\uparrow\rangle] \quad S_2 = \frac{1}{2} \quad (2.5)$$

и т.д.

Проводя в (2.1) операции симметрии (C, P, T), а также учитывая условия (2.4) и (2.5), получаем, что лагранжиан взаимодействия частиц со спином $3/2$ и кварковых полей без производных имеет вид:

$$\mathcal{L}_D(x) = i g_D \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \left\{ (\bar{D}_\mu^{\kappa m \mu}(x) q_\alpha^\kappa(x)) (\bar{q}_\rho^m(x) \Gamma_\mu \gamma_\nu^n(x)) + \frac{1}{2} (\bar{D}_\mu^{\kappa m \mu}(x) \gamma_\nu q_\alpha^\kappa(x)) (\bar{q}_\rho^m(x) \sigma_{\nu\mu} \gamma_\nu^n(x)) + h.c. \right\}, \quad (2.6)$$

где

$$\sigma_{\nu\mu} = \frac{1}{2} (\gamma_\nu \gamma_\mu - \gamma_\mu \gamma_\nu).$$

Константа связи сильных взаимодействий g_D имеет размерность M^{-2} . Безразмерный параметр

$$\lambda_D = \frac{1}{2} \left(\frac{g_D}{L^2} \right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3\pi} \right)^4, \quad (2.7)$$

где L - параметр модели ^{/3,4/} является константой разложения в ряд по теории возмущений. Выражение (2.7) может быть получено по аналогии с тем, как это было сделано в случае барионных взаимодействий ^{/5/}.

Предположение о том, что барионы являются связанными состояниями кварков, эквивалентно требованию, чтобы константа ξ перенормировки волновой функции барионного декуплета равнялась нулю ^{/6/}:

$$\xi = 0. \quad (2.8)$$

Из этого условия может быть определена эффективная константа λ_D . Для этого рассмотрим массовый оператор $\Sigma_{\mu\nu}(\hat{p})$ частиц со спином 3/2, который во втором порядке теории возмущений описывается диаграммой Фейнмана, изображенной на рис. 1.



Рис. 1

При выборе лагранжиана взаимодействия (2.6) соответствующий этой диаграмме матричный элемент S -матрицы записывается в виде ^{x)}:

$$M = -i \bar{D}_\mu(x) \Sigma_{\mu\nu}(x-y) D_\nu(y), \quad (2.9)$$

где

$$\begin{aligned} \Sigma_{\mu\nu}(x) = & -12i g_D^2 \left[G(x) \text{Sp} \left\{ \gamma_\nu G(\hat{x}) \gamma_\mu G(-\hat{x}) \right\} + 2 G(x) \gamma_\mu G(\hat{x}) \gamma_\nu G(\hat{x}) \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \gamma_\mu G(\hat{x}) \text{Sp} \left\{ \gamma_\nu G(\hat{x}) \gamma_\mu G(-\hat{x}) \right\} + \gamma_\mu G(\hat{x}) \gamma_\nu G(-\hat{x}) \gamma_\mu G(\hat{x}) \right] \end{aligned}$$

x) Выражение для $\Sigma_{\mu\nu}(\hat{x})$ было получено на ЭВМ CDC-6500 с помощью системы аналитических вычислений *SCHOONSCHIP II*. Исходными данными для разработанной нами программы являются лагранжиан взаимодействия. Программа находит свертки полей $\psi_j(x)$ по заданным формулам, осуществляет суммирование по лоренцевым индексам и приводит подобные члены с учетом симметричности $D_{\mu\nu}^{kmn}(x)$ по индексам k, m, n .

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{2} G(\hat{x}) \gamma_\rho \text{Sp} \left\{ \gamma_\nu G(\hat{x}) \gamma_\mu G(-\hat{x}) \right\} - G(\hat{x}) \gamma_\mu G(-\hat{x}) \gamma_\nu G(\hat{x}) \gamma_\rho \\ & - \frac{1}{4} \gamma_\mu G(\hat{x}) \gamma_\rho \text{Sp} \left\{ \gamma_\nu G(\hat{x}) \gamma_\mu G(-\hat{x}) \right\} - \frac{1}{2} \gamma_\mu G(\hat{x}) \gamma_\nu G(-\hat{x}) \gamma_\mu G(\hat{x}) \gamma_\rho \end{aligned}$$

Здесь $G(\hat{x})$ - пропагатор кваркового поля (см. ^{/3/}) в пространстве Минковского:

$$G(\hat{x}) = \frac{1}{(2\pi)^4 i} \int \tilde{G}(\hat{p}) e^{-i p x} d^4 p,$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{G}(\hat{p}) &= L e^{i \hat{p} + \frac{1}{4} p^2} = \tilde{A}(-p^2) + \hat{p} \tilde{B}(-p^2), \\ \tilde{A}(-p^2) &= L \cos(\ell \sqrt{-p^2}) e^{\frac{1}{4} p^2}, \\ \tilde{B}(-p^2) &= L \frac{\sin(\ell \sqrt{-p^2})}{\sqrt{-p^2}} e^{\frac{1}{4} p^2}. \end{aligned}$$

Параметрами модели являются L и $\xi = \frac{2\ell}{L}$. Из анализа распадов мезонов в ^{/4/} были определены значения параметров:

$$L = 3,12 \text{ ГэВ}^{-1} = \frac{1}{320 \text{ МэВ}}$$

$$\xi = 1,4 \pm 0,1.$$

Эти значения используются нами при расчетах физических процессов с участием барионов. Для вычислений $G(\hat{x})$ представляется в виде ^{/4,5/}:

$$G(\hat{x}) = A(x^2) + i \hat{x} B(x^2),$$

где в евклидовой метрике

$$\begin{aligned} A(-x_E^2) &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 p_E e^{-i(p_E x_E)} \tilde{A}(p_E^2) \\ B(-x_E^2) &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 p_E \frac{i p_E x_E}{x_E^2} e^{-i(p_E x_E)} \tilde{B}(p_E^2). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Представление функций $A(-x_E^2)$ и $B(-x_E^2)$, используемое при расчетах, приведено в Приложении. Дальнейшее вычисление оператора $\Sigma_{\mu\nu}(x)$, связанное с преобразованием выражений из γ -матриц и взятием штуров, также производилось на ЭВМ с помощью системы *SCHOONSCHIP*. В результате $\Sigma_{\mu\nu}(x)$ имеет вид:

$$\begin{aligned} \Sigma_{\nu\mu}(\hat{x}) = & -12i g_2^2 \left[g_{\nu\mu} \Sigma_0(x^2) + i \hat{x} g_{\nu\mu} \Sigma_1(x^2) + \right. \\ & \left. + \chi_\nu \chi_\mu \Sigma_2(x^2) + i \hat{x} \chi_\nu \chi_\mu \Sigma_3(x^2) \right], \end{aligned} \quad (2.11)$$

где

$$\Sigma_0(x^2) = 18 A^3(x^2) - 36 A(x^2) B^2(x^2) \cdot x^2$$

$$\Sigma_1(x^2) = 36 A^2(x^2) \cdot B(x^2) - 18 x^2 B^3(x^2)$$

$$\Sigma_2(x^2) = 72 A(x^2) B^2(x^2)$$

$$\Sigma_3(x^2) = 36 B^3(x^2).$$

Переходя к импульсному представлению, получаем:

$$\begin{aligned} \tilde{\Sigma}_{\nu\mu}(\hat{p}) = & \int d^4x e^{ipx} \Sigma_{\nu\mu}(\hat{x}) = \\ = & g_{\nu\mu} \Phi_0(p^2) + i \hat{p} g_{\nu\mu} \Phi_1(p^2) + p_\nu p_\mu \Phi_2(p^2) + i \hat{p} p_\nu p_\mu \Phi_3(p^2). \end{aligned} \quad (2.12)$$

Перенормировка волновой функции \mathcal{Z} определяется следующим образом:

$$\mathcal{Z} = 1 + \Phi_0'(m_2^2) = 1 + \left. \frac{\partial \Phi_0(p^2)}{\partial p^2} \right|_{p^2 = m_2^2}, \quad (2.13)$$

где m_2 - масса соответствующего члена декуплета.

С учетом (2.11), (2.12), (2.13) после выделения эффективной константы разложения λ_2 , согласно (2.7), с учетом двух членов ряда теории возмущений получаем

$$\mathcal{Z} = 1 - 48\pi^2 \lambda_2 \mathcal{F}_2(\xi), \quad (2.14)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_2(\xi) = & \frac{1}{m_2} \int_0^\infty t^3 [\Sigma_0(-t^2) - \frac{1}{3} t^2 \Sigma_2(-t^2)] \cdot \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{I_1(s \tilde{m}_2 t)}{s \tilde{m}_2 t} \right) \Big|_{s=1} dt \\ & + \frac{1}{m_2} \int_0^\infty t^3 [\Sigma_1(-t^2) - \frac{1}{3} t^2 \Sigma_3(-t^2)] \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left(\frac{I_1(s \tilde{m}_2 t)}{s \tilde{m}_2 t} \right) \Big|_{s=1} dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \frac{1}{m_2} \cdot \frac{1}{3} \int_0^\infty t^3 \Sigma_2(-t^2) \frac{\partial^3}{\partial s^3} \left(\frac{I_1(s \tilde{m}_2 t)}{s \tilde{m}_2 t} \right) \Big|_{s=1} dt \\ & + \frac{1}{m_2} \cdot \frac{1}{3} \int_0^\infty t^3 \Sigma_3(-t^2) \frac{\partial^4}{\partial s^4} \left(\frac{I_1(s \tilde{m}_2 t)}{s \tilde{m}_2 t} \right) \Big|_{s=1} dt \end{aligned} \quad (2.15)$$

Здесь $I_1(z)$ - модифицированная функция Бесселя; $\tilde{m}_2 = \frac{m_2 L}{2}$.
Зависимость λ_2 от параметра ξ и массы частицы, определенная из условия (2.8) с учетом (2.14) и (2.15), показана на рис. 2.

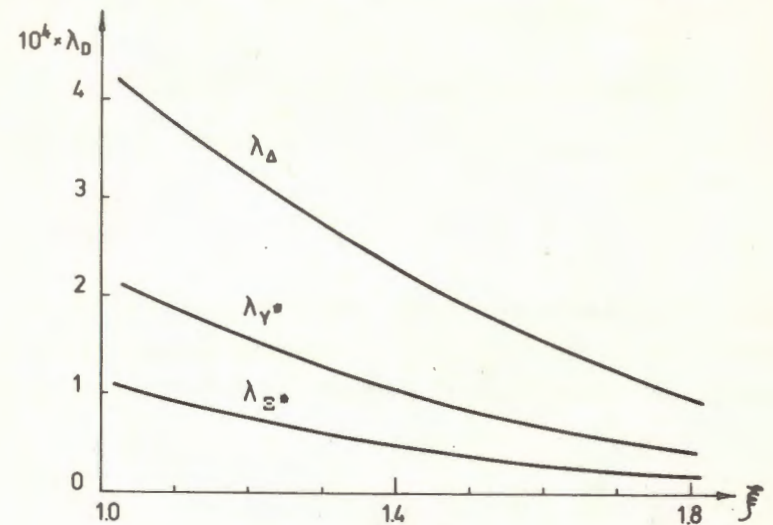


Рис. 2

В окрестности $\xi = 1,4 \pm 0,1$ имеем

$$\begin{aligned} \lambda_\Delta &= 2,3 \cdot 10^{-4} \\ \lambda_\gamma &= 1,1 \cdot 10^{-4} \\ \lambda_\Sigma &= 0,5 \cdot 10^{-4}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Различие констант (2.16) в 2-4 раза объясняется тем, что функция $\mathcal{F}_2(\xi)$ в (2.14), грубо говоря, зависит от массы членов декуплета как

$$\mathcal{F}_2(\xi) \sim \exp\left[\frac{1}{3} \left(\frac{m_2 L}{2}\right)^2\right].$$

Погрешность в определении λ_D связана с приближенным характером соотношения (2.14), с неточностью в определении параметра ξ (см. рис. 2) и, как мы считаем, составляет порядка 10-30%.

Малость константы λ_D обеспечивает возможность применения в рамках нелокальной модели кварков теории возмущений при описании сильных взаимодействий.

3. Ширины распадов декуплета барионных резонансов

Полный лагранжиан взаимодействия, описывающий распады декуплета, имеет вид:

$$\mathcal{L}_I = \mathcal{L}_D + \mathcal{L}_B + \mathcal{L}_M, \quad (3.1)$$

где \mathcal{L}_D - лагранжиан взаимодействия полей декуплета с кварками, определенный согласно (2.6); \mathcal{L}_B - лагранжиан взаимодействия октета барионов с кварками, соответствующий \mathcal{S} -варианту сильного взаимодействия /5/:

$$\mathcal{L}_B(x) = i g_B (\bar{B}^{KS}(x) q_{\alpha}^S(x)) (\bar{q}_{\beta}^m(x) \gamma_5 q_{\beta}^n(x)) \cdot \epsilon^{kmn} \cdot \epsilon^{\alpha\beta\gamma} + h.c.$$

Соответствующая эффективная константа разложения λ_B , определенная в /5/

$$\begin{aligned} \lambda_N &= 3,0 \cdot 10^{-3} \\ \lambda_{\Lambda} &= 1,5 \cdot 10^{-3} \\ \lambda_{\Sigma} &= 1,1 \cdot 10^{-3} \\ \lambda_{\Xi} &= 0,6 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

\mathcal{L}_M - лагранжиан мезон-кваркового взаимодействия /4/:

$$\mathcal{L}_M(x) = i h \bar{M}^{KS} (\bar{q}_{\sigma}^S(x) \gamma_5 q_{\sigma}^K(x))$$

с эффективной константой

$$\lambda_M = 0,13.$$

Здесь B^{KS} и M^{KS} - октетные матрицы барионов и псевдоскалярных мезонов соответственно.

В силу условия (2.8) распад декуплета описывается во втором порядке теории возмущений одной вершинной диаграммой Фейнмана, изображенной на рис. 3. Матричный элемент \mathcal{S} -матрицы, соответствующий этой диаграмме, полученный на ЭВМ аналогично (2.9), имеет вид:

$$\mathcal{M} = \bar{B}^{KS}(x_1) C_{KS,tz_i,x\lambda} A_{\mu}(x_1, x_2, x_3) M^{K\lambda}(x_2) \mathcal{D}_{\mu}^{tzi}(x_3), \quad (3.2)$$

где

$$C_{KS,tz_i,x\lambda} = -6 \epsilon^{kmn} \delta_{si} [\delta_{x_1 t} (\delta_{n\lambda} \delta_{mz} - \delta_{m\lambda} \delta_{nz}) + \delta_{x_2 t} (\delta_{n\lambda} \delta_{mt} - \delta_{nt} \delta_{m\lambda})]$$

$$\begin{aligned} A_{\mu}(x_1, x_2, x_3) &= G(x_1-x_3) \text{Sp} \{ \gamma_5 G(x_1-x_2) \gamma_5 G(x_2-x_3) \gamma_{\mu} G(x_3-x_1) \} \\ &+ 2 G(x_1-x_3) \gamma_{\mu} G(x_3-x_1) \gamma_5 G(x_1-x_2) \gamma_5 G(x_2-x_3) \\ &- \frac{1}{2} G(x_1-x_3) \gamma_{\nu} \text{Sp} \{ \gamma_5 G(x_1-x_2) \gamma_5 G(x_2-x_3) \sigma_{\mu\nu} G(x_3-x_1) \} \\ &- G(x_1-x_3) \sigma_{\mu\nu} G(x_3-x_1) \gamma_5 G(x_1-x_2) \gamma_5 G(x_2-x_3) \gamma_{\nu} \end{aligned}$$

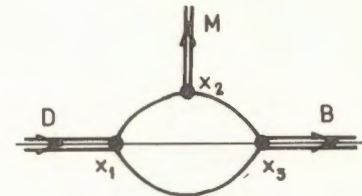


Рис. 3

После некоторых преобразований и перехода к импульсному представлению, ограничиваясь первым порядком по K , получаем:

$$\mathcal{M} = q \frac{L}{2} C_{KS,tz_i,x\lambda} \bar{B}^{KS}(q) K_{\mu} R \mathcal{D}_{\mu}^{tzi}(p) M^{K\lambda}(k), \quad (3.3)$$

где $Q = 8\pi \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot \sqrt{\lambda_D \cdot \lambda_B \cdot \lambda_M}$

$$R = \int_0^{\infty} \left[R_0 - \frac{2}{3} R_2 + \frac{1}{3} \left(1 + \frac{M}{2}\right) R_3 \right] t^2 \frac{I_1(\tilde{m}_B t)}{\tilde{m}_B} dt$$

$$+ \int_0^{\infty} \left[\frac{R_1}{\tilde{m}_B} - \left(\frac{1}{3} + \frac{M}{2}\right) R_V \right] \cdot \frac{t^3}{\tilde{m}_B} \frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{I_1(s\tilde{m}_B t)}{s\tilde{m}_B t} \right) \Big|_{S=1} dt \quad (3.4)$$

$$+ \int_0^{\infty} \left[-8v_0 B^2 + 2R_2 - (1+2M)R_3 \right] \frac{t}{3\tilde{m}_B^2} \frac{\partial^2}{\partial S^2} \left(\frac{I_1(s\tilde{m}_B t)}{s\tilde{m}_B t} \right) \Big|_{S=1} dt$$

$$- \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{3} + M \right) R_V \frac{t}{\tilde{m}_B^3} \frac{\partial^3}{\partial S^3} \left(\frac{I_1(s\tilde{m}_B t)}{s\tilde{m}_B t} \right) \Big|_{S=1} dt$$

Здесь $M = \left(\frac{m_2}{m_D}\right)^2 - 1$, m_D , m_B - массы членов декуплета и октета соответственно; $\tilde{m}_D = m_D \frac{1}{2}$; $\tilde{m}_B = m_B \frac{1}{2}$; $I_1(\varepsilon)$ - модифицированная функция Бесселя;

$$R_0 = 16 v_3' A^2 + 6 v_1' A \cdot B \cdot t + 8 v_3' B^2 + \frac{2}{3\tilde{m}_B} v_0 \cdot B^2$$

$$t \cdot R_1 = -2 v_0 A \cdot B + 2 \tilde{m}_B v_1' A^2 t + 24 \tilde{m}_B v_3' A \cdot B + 4 \tilde{m}_B v_1' t \cdot B^2$$

$$R_2 = 2 \cdot v_1' A \cdot B \cdot t + 8 B^2 \cdot v_3'$$

$$R_3 = 4 v_3'' A^2 t^2 + 4 v_2' A^2 t^2 + v_0 A \cdot B \cdot t - 4 v_1' A \cdot B \cdot t$$

$$R_V = 4 v_3'' A \cdot B \cdot t + 4 v_2' A \cdot B \cdot t + v_0 B^2 - 4 v_1' B^2,$$

где $\mathcal{A}(t^2, \xi)$ и $\mathcal{B}(t^2, \xi)$ определяются согласно (П.2); штрихами обозначены производные по t^2 .

$$v_0(t^2, \xi) = \exp(-t^2/8)$$

$$v_1(t^2, \xi) = 16 \int_0^{\infty} e^{-2x^2} \sin^2(\xi x) \frac{J_1(xt)}{t} dx \quad (3.5)$$

$$v_2(t^2, \xi) = 8 \int_0^{\infty} x e^{-2x^2} \sin(2\xi x) \frac{J_1(xt)}{t} dx$$

$$v_3(t^2, \xi) = v_2(t^2, \xi) + \frac{1}{2} v_1(t^2, \xi).$$

Методика вычисления интегралов (3.5) описана в Приложении.

С помощью (3.3)-(3.5) нами были вычислены ширины распадов "декуплет \rightarrow октет". Результаты расчетов, соответствующие $\xi = 1.4 \pm 0.1$, приведены в табл. I. Точность полученных значений опре-

деляется ошибками в определении ξ , λ_D , λ_B , λ_M , а также неполным учетом ряда теории возмущений и составляет $\sim 10-30\%$. Как следует из сравнения результатов с экспериментальными данными $^{1/}$, также приведенными в табл. I, модель довольно хорошо описывает рассматриваемые процессы.

Таблица I.

Ширины распадов

Мода распада	Эксперимент ^{1/}	Нелокальная модель кварков
$\Delta^{++} \rightarrow p \pi^+$	III,5	100
$\Delta^+ \rightarrow p \pi^0$	76,1	68
$\Delta^+ \rightarrow n \pi^+$	36,8	33
$\Delta^0 \rightarrow p \pi^-$	38,3	34
$\Delta^0 \rightarrow n \pi^0$	76,7	71
$\Delta^- \rightarrow n \pi^-$	II6	106
$\Xi^{*0} \rightarrow \Xi^0 \pi^0$	3,26	3,3
$\Xi^{*0} \rightarrow \Xi^- \pi^+$	5,54	5,3
$\Xi^{*-} \rightarrow \Xi^- \pi^0$	3,09	3,1
$\Xi^{*-} \rightarrow \Xi^0 \pi^-$	6,56	6,6
$\Upsilon^{*+} \rightarrow \Lambda \pi^+$	30,8	21
$\Upsilon^{*+} \rightarrow \Sigma^+ \pi^0$	2,3	1,5
$\Upsilon^{*+} \rightarrow \Sigma^0 \pi^+$	1,9	1,2
$\Upsilon^{*0} \rightarrow \Lambda \pi^0$	30,8	23
$\Upsilon^{*0} \rightarrow \Sigma^- \pi^+$	1,86	1,2
$\Upsilon^{*0} \rightarrow \Sigma^+ \pi^-$	2,3	1,5
$\Upsilon^{*-} \rightarrow \Lambda \pi^-$	35,2	23
$\Upsilon^{*-} \rightarrow \Sigma^0 \pi^-$	2,4	1,5

4. Магнитный момент \mathcal{D} - \mathcal{B} - перехода

Магнитный момент \mathcal{D} - \mathcal{B} перехода μ^* определяет недиагональный матричный элемент оператора электромагнитного тока адронов между состояниями бариона \mathcal{B} и барионного резонанса \mathcal{D} .

Величину магнитного момента μ^* можно найти по вероятности радиационного распада $\mathcal{D} \rightarrow \mathcal{B} + \gamma$. Так как амплитуда испускания в распаде $\mathcal{D} \rightarrow \mathcal{B} + \gamma$ электрического квадрупольного γ -кванта существенно меньше амплитуды испускания магнитного дипольного γ -кванта, то с хорошей точностью можно считать, что ширина этого распада определяется только величиной магнитного момента перехода μ^* .

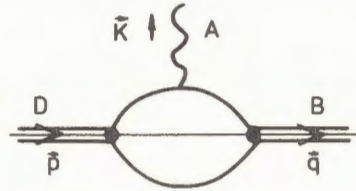


Рис. 4

Фейнмановская диаграмма, дающая вклад в радиационный распад $\mathcal{D} \rightarrow \mathcal{B} + \gamma$, представлена на рис. 4. Соответствующий ей матричный элемент записывается в виде:

$$\mathcal{M} = \frac{e}{m_p} \bar{B}(q) \gamma_5 [V_1 \gamma_\nu + V_2 q_\nu] \mathcal{D}_\mu^{i\tau}(p) \tilde{F}_{\mu\nu}(k), \quad (4.1)$$

где

$$F_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu A_\nu(x) - \partial_\nu A_\mu(x) = \int d^4k e^{-ikx} \tilde{F}_{\mu\nu}(k),$$

$A_\mu(x)$ - электромагнитное поле.

В нашей модели V_1 и V_2 выражаются через инвариантные интегралы:

$$V_1 = \tilde{Q} \int_0^\infty x^3 \left[A^2 \mathcal{A}_1 - \frac{1}{3} x \mathcal{A} \mathcal{B} \mathcal{B}_1 \right] \cdot \frac{I_1(\tilde{m}_B x)}{\tilde{m}_B x} +$$

$$\begin{aligned} & + \frac{1}{\tilde{m}_B} \left[\frac{2}{3} \mathcal{B}^2 \mathcal{B}_1 + \frac{2}{x} \mathcal{A} \mathcal{B} \mathcal{A}_1 + 2 \mathcal{A}^2 \mathcal{B}_1 \right] \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{I_1(s \tilde{m}_B x)}{s \tilde{m}_B x} \right) \Big|_{s=1} + \\ & + \frac{1}{\tilde{m}_B^2} \left[\frac{8}{3x} \mathcal{A} \cdot \mathcal{B} \cdot \mathcal{B}_1 + \frac{2}{x^2} \mathcal{B}^2 \mathcal{A}_1 \right] \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left(\frac{I_1(s \tilde{m}_B x)}{s \tilde{m}_B x} \right) \Big|_{s=1} + \\ & + \frac{1}{\tilde{m}_B^3} \cdot \frac{1}{3x^2} \mathcal{B}^2 \cdot \mathcal{B}_1 \frac{\partial^3}{\partial s^3} \left(\frac{I_1(s \tilde{m}_B x)}{s \tilde{m}_B x} \right) \Big|_{s=1} \Big\} dx \\ V_2 = \tilde{Q} \int_0^\infty x^3 \left\{ -\frac{1}{\tilde{m}_B} [x \mathcal{A} \cdot \mathcal{B} \cdot \mathcal{B}_1 + \frac{2}{3} \mathcal{B}^2 \mathcal{A}_1] \cdot \frac{I_1(\tilde{m}_B x)}{\tilde{m}_B x} + \right. \\ & + \frac{1}{\tilde{m}_B} \left[2 \mathcal{A}^2 \mathcal{B}_1 + \frac{2}{x} \mathcal{A} \cdot \mathcal{B} \cdot \mathcal{A}_1 + \frac{1}{3} \mathcal{B}^2 \mathcal{B}_1 \right] \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{I_1(s \tilde{m}_B x)}{s \tilde{m}_B x} \right) \Big|_{s=1} + \\ & + \frac{1}{\tilde{m}_B^2} \left[\frac{4}{x} \mathcal{A} \cdot \mathcal{B} \cdot \mathcal{B}_1 + \frac{8}{3x^2} \mathcal{B}^2 \mathcal{A}_1 \right] \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left(\frac{I_1(s \tilde{m}_B x)}{s \tilde{m}_B x} \right) \Big|_{s=1} + \\ & \left. + \frac{1}{\tilde{m}_B^4} \cdot \frac{2}{3x^2} \mathcal{B}^2 \cdot \mathcal{B}_1 \frac{\partial^3}{\partial s^3} \left(\frac{I_1(s \tilde{m}_B x)}{s \tilde{m}_B x} \right) \Big|_{s=1} \right\} dx, \quad (4.2) \end{aligned}$$

где

$$\tilde{Q} = 3 \cdot 2^7 \cdot \tilde{m}_p \sqrt{3} \left(\frac{3}{4} \right)^4 \sqrt{\lambda_B \lambda_D};$$

$\mathcal{A}(x^2, \xi)$, $\mathcal{B}(x^2, \xi)$ определяются согласно (П.2);

$$\mathcal{A}_1(x^2, \xi) = 2 \int_0^{\xi} t \cdot e^{-t^2} \cos(\xi t) \cdot J_0(xt) dt$$

$$\mathcal{B}_1(x^2, \xi) = -2 \int_0^{\xi} t^2 e^{-t^2} \sin(\xi t) \frac{J_1(xt)}{x} dt. \quad (4.3)$$

Дипольный магнитный момент \mathcal{D} - \mathcal{B} перехода может быть вычислен следующим образом /8/:

$$\mu^* = -\frac{1}{\sqrt{6k}} \left(A_{1/2}^{I=3/2} + \sqrt{3} A_{3/2}^{I=3/2} \right), \quad (4.4)$$

где

$$A_{1/2}^{3/2} = -\frac{ek}{m_B} (6 m_B m_D k)^{-1/2} [V_1 m_B - V_2 m_D (m_D - m_B)]$$

где $Q = 8\pi \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot \sqrt{\lambda_D \cdot \lambda_B \cdot \lambda_M}$

$$R = \int_0^{\infty} \left[R_0 - \frac{2}{3} R_2 + \frac{1}{3} \left(1 + \frac{M}{2}\right) R_3 \right] t^2 \frac{I_1(\tilde{m}_B t)}{\tilde{m}_B} dt + \int_0^{\infty} \left[\frac{R_1}{\tilde{m}_B} - \left(\frac{1}{3} + \frac{M}{2}\right) R_4 \right] \cdot \frac{t^3}{\tilde{m}_B} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{I_1(s \tilde{m}_B t)}{s \tilde{m}_B t} \right) \Big|_{s=1} dt + \int_0^{\infty} \left[-8 v_0 B^2 + 2 R_2 - (1+2M) R_3 \right] \frac{t}{3 \tilde{m}_B^2} \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left(\frac{I_1(s \tilde{m}_B t)}{s \tilde{m}_B t} \right) \Big|_{s=1} dt - \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{3} + M \right) R_4 \frac{t}{\tilde{m}_B^3} \frac{\partial^3}{\partial s^3} \left(\frac{I_1(s \tilde{m}_B t)}{s \tilde{m}_B t} \right) \Big|_{s=1} dt \quad (3.4)$$

Здесь $M = \left(\frac{m_D}{m_B}\right)^2 - 1$, m_D , m_B - массы членов декуплета и октета соответственно; $\tilde{m}_D = m_D \frac{1}{2}$; $\tilde{m}_B = m_B \frac{1}{2}$; $I_1(x)$ - модифицированная функция Бесселя;

$$R_0 = 16 v_3' A^2 + 6 v_1' A B \cdot t + 8 v_3' B^2 + \frac{2}{3 \tilde{m}_B} v_0 \cdot B^2$$

$$t \cdot R_1 = -2 v_0 A \cdot B + 2 \tilde{m}_B v_1' A^2 \cdot t + 24 \tilde{m}_B v_3' A \cdot B + 4 \tilde{m}_B v_1' t \cdot B^2$$

$$R_2 = 2 \cdot v_1' A \cdot B \cdot t + 8 B^2 \cdot v_3'$$

$$R_3 = 4 v_3'' A^2 t^2 + 4 v_2' A^2 t^2 + v_0 A \cdot B \cdot t - 4 v_1' A \cdot B \cdot t$$

$$R_4 = 4 v_3'' A \cdot B \cdot t + 4 v_2' A \cdot B \cdot t + v_0 B^2 - 4 v_1' B^2,$$

где $A(t, \xi)$ и $B(t, \xi)$ определяются согласно (П.2); штрихами обозначены производные по t^2 .

$$v_0(t, \xi) = \exp(-t^2/\xi)$$

$$v_1(t, \xi) = 16 \int_0^{\infty} e^{-2x^2} \sin^2(\xi x) \frac{J_1(xt)}{t} dx \quad (3.5)$$

$$v_2(t, \xi) = 8 \int_0^{\infty} x e^{-2x^2} \sin(2 \xi x) \frac{J_1(xt)}{t} dx$$

$$v_3(t, \xi) = v_2(t, \xi) + \frac{\xi}{2} v_1(t, \xi).$$

Методика вычисления интегралов (3.5) описана в Приложении.

С помощью (3.3)-(3.5) нами были вычислены ширины распадов

"декуплет \rightarrow октет". Результаты расчетов, соответствующие

$\xi = 1,4 \pm 0,1$, приведены в табл. I. Точность полученных значений опре-

деляется ошибками в определении ξ , λ_D , λ_B , λ_M , а

также неполным учетом ряда теории возмущений и составляет

$\sim 10-30\%$. Как следует из сравнения результатов с эксперименталь-

ными данными /I/, также приведенными в табл. I, модель доволь-

но хорошо описывает рассматриваемые процессы.

Таблица I.

Ширины распадов

Мода распада	Эксперимент /I/	Нелокальная модель кварков
$\Delta^{++} \rightarrow p \pi^+$	III,5	100
$\Delta^+ \rightarrow p \pi^0$	76,1	68
$\Delta^+ \rightarrow n \pi^+$	36,8	33
$\Delta^0 \rightarrow p \pi^-$	38,3	34
$\Delta^0 \rightarrow n \pi^0$	76,7	71
$\Delta^- \rightarrow n \pi^-$	II6	106
$\Xi^{*0} \rightarrow \Xi^0 \pi^0$	3,26	3,3
$\Xi^{*0} \rightarrow \Xi^- \pi^+$	5,54	5,3
$\Xi^{*-} \rightarrow \Xi^- \pi^0$	3,09	3,1
$\Xi^{*-} \rightarrow \Xi^0 \pi^-$	6,56	6,6
$\Upsilon^{*+} \rightarrow \Lambda \pi^+$	30,8	21
$\Upsilon^{*+} \rightarrow \Sigma^+ \pi^0$	2,3	1,5
$\Upsilon^{*+} \rightarrow \Sigma^0 \pi^+$	1,9	1,2
$\Upsilon^{*0} \rightarrow \Lambda \pi^0$	30,8	23
$\Upsilon^{*0} \rightarrow \Sigma^- \pi^+$	1,86	1,2
$\Upsilon^{*0} \rightarrow \Sigma^+ \pi^-$	2,3	1,5
$\Upsilon^{*-} \rightarrow \Lambda \pi^-$	35,2	23
$\Upsilon^{*-} \rightarrow \Sigma^0 \pi^-$	2,4	1,5

4. Магнитный момент \mathcal{D} - \mathcal{B} - перехода

Магнитный момент \mathcal{D} - \mathcal{B} перехода μ^* определяет недиагональный матричный элемент оператора электромагнитного тока адронов между состояниями бариона \mathcal{B} и барионного резонанса \mathcal{D} .

Величину магнитного момента μ^* можно найти по вероятности радиационного распада $\mathcal{D} \rightarrow \mathcal{B} + \gamma$. Так как амплитуда испускания в распаде $\mathcal{D} \rightarrow \mathcal{B} + \gamma$ электрического квадрупольного γ -кванта существенно меньше амплитуды испускания магнитного дипольного γ -кванта, то с хорошей точностью можно считать, что ширина этого распада определяется только величиной магнитного момента перехода μ^* .

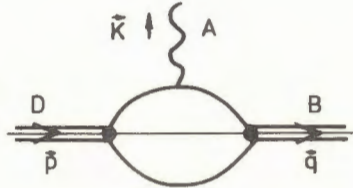


Рис. 4

Фейнмановская диаграмма, дающая вклад в радиационный распад $\mathcal{D} \rightarrow \mathcal{B} + \gamma$, представлена на рис. 4. Соответствующий ей матричный элемент записывается в виде:

$$\mathcal{M} = \frac{e}{m_p} \bar{B}^{ks}(q) \gamma_5 [V_1 \gamma_\nu + V_2 q_\nu] \mathcal{D}_\mu^{it}(p) \tilde{F}_{\mu\nu}(k), \quad (4.1)$$

где

$$F_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu A_\nu(x) - \partial_\nu A_\mu(x) = \int d^4k e^{-ikx} \tilde{F}_{\mu\nu}(k),$$

$A_\mu(x)$ - электромагнитное поле.

В нашей модели V_1 и V_2 выражаются через инвариантные интегралы:

$$V_1 = \tilde{Q} \int_0^\infty x^3 \left[A^2 A_1 - \frac{1}{3} x A B B_1 \right] \cdot \frac{I_1(\tilde{m}_B x)}{\tilde{m}_B x} +$$

$$\begin{aligned} & + \frac{1}{\tilde{m}_B} \left[\frac{2}{3} B^2 B_1 + \frac{3}{x} A B A_1 + 2 A^2 B_1 \right] \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{I_1(s \tilde{m}_B x)}{s \tilde{m}_B x} \right) \Big|_{s=1} + \\ & + \frac{1}{\tilde{m}_B^2} \left[\frac{8}{3x} A \cdot B \cdot B_1 + \frac{2}{x^2} B^2 A_1 \right] \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left(\frac{I_1(s \tilde{m}_B x)}{s \tilde{m}_B x} \right) \Big|_{s=1} + \\ & + \frac{1}{\tilde{m}_B^3} \cdot \frac{1}{3x^2} B^2 \cdot B_1 \frac{\partial^3}{\partial s^3} \left(\frac{I_1(s \tilde{m}_B x)}{s \tilde{m}_B x} \right) \Big|_{s=1} \Big\} dx \\ V_2 = \tilde{Q} \int_0^\infty x^3 & \left\{ -\frac{1}{\tilde{m}_B} [x A \cdot B \cdot B_1 + \frac{2}{3} B^2 A_1] \cdot \frac{I_1(\tilde{m}_B x)}{\tilde{m}_B x} + \right. \\ & + \frac{1}{\tilde{m}_B^2} \left[2 A^2 B_1 + \frac{2}{x} A \cdot B \cdot A_1 + \frac{1}{3} B^2 B_1 \right] \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{I_1(s \tilde{m}_B x)}{s \tilde{m}_B x} \right) \Big|_{s=1} + \\ & + \frac{1}{\tilde{m}_B^3} \left[\frac{4}{x} A \cdot B \cdot B_1 + \frac{8}{3x^2} B^2 A_1 \right] \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left(\frac{I_1(s \tilde{m}_B x)}{s \tilde{m}_B x} \right) \Big|_{s=1} + \\ & \left. + \frac{1}{\tilde{m}_B^4} \cdot \frac{2}{3x^2} B^2 \cdot B_1 \frac{\partial^3}{\partial s^3} \left(\frac{I_1(s \tilde{m}_B x)}{s \tilde{m}_B x} \right) \Big|_{s=1} \right\}, \quad (4.2) \end{aligned}$$

где

$$\tilde{Q} = 3 \cdot 2^7 \cdot \tilde{m}_p \sqrt{3} \left(\frac{3}{4} \right)^4 \sqrt{\lambda_\theta \lambda_D};$$

$A(x^2, \xi)$, $B(x^2, \xi)$ определяются согласно (П.2);

$$A_1(x^2, \xi) = 2 \int_0^{\xi} t \cdot e^{-t^2} \cos(\xi t) \cdot J_0(xt) dt$$

$$B_1(x^2, \xi) = -2 \int_0^{\xi} t^2 e^{-t^2} \sin(\xi t) \frac{J_1(xt)}{x} dt. \quad (4.3)$$

Дипольный магнитный момент \mathcal{D} - \mathcal{B} перехода может быть вычислен следующим образом /8/:

$$\mu^* = -\frac{1}{\sqrt{6}k} \left(A_{1/2}^{I=3/2} + \sqrt{3} A_{3/2}^{I=3/2} \right), \quad (4.4)$$

где

$$A_{1/2}^{3/2} = -\frac{ek}{m_B} (6 m_B m_D k)^{-1/2} [V_1 m_B - V_2 m_D (m_D - m_B)]$$

$$A_{3/2}^{3/2} = - \frac{ek}{m_B} (2m_B m_D \kappa)^{-1/2} [V_1 m_B + V_2 m_D (m_D - m_B)]. \quad (4.5)$$

Из (4.4) с учетом (4.5) получаем:

$$\mu^* = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{m_D}{m_B}} \left[-V_1 \left(3 + \frac{m_B}{m_D} \right) + 2V_2 \tilde{m}_D \left(1 - \frac{m_B}{m_D} \right) \right], \quad (4.6)$$

где μ^* выражено в единицах ядерного магнетона $\mu_N = \frac{e}{2m_p}$.

Величину μ^* удобно представить в виде:

$$\mu^* = C \frac{2\sqrt{2}}{3} \mu_p, \quad (4.7)$$

где $\mu_p \approx 2,79$ - магнитный момент протона в ядерных магнетонах. Значения C , полученные с учетом (4.6) и (4.7), приведены в табл. 2.

Таблица 2.

Магнитный момент $D \rightarrow B$ перехода

Мода распада	Анализ фоторождения пионов	Точн. $SU(6)/9/$	Нелокальная модель кварков
$\Delta^+ \rightarrow p + \gamma$	$1,25 \pm 0,2$	1,0	0,82
$\Delta^0 \rightarrow n + \gamma$	$1,25 \pm 0,2$	1,0	0,82
$\gamma^* \rightarrow \Sigma^+ + \gamma$	$-(1,25 \pm 0,2)$	-1,0	-0,99
$\gamma^* \rightarrow \Sigma^0 + \gamma$	$0,63 \pm 0,1$	0,5	0,5
$\gamma^* \rightarrow \Lambda + \gamma$	$1,08 \pm 0,17$	0,86	0,72
$\Xi^* \rightarrow \Xi + \gamma$	$1,25 \pm 0,2$	1,0	0,91

Как отмечается в /9/, вследствие трудности измерения на опыте непосредственно ширины распада $D \rightarrow B + \gamma$, для оценки вели-

чины μ^* используются данные относительно сечений фотообразования π -мезонов на нуклонах в области энергий, отвечающих возбуждению первого мезон-нуклонного резонанса $\Delta(1232)$. Результат такого анализа /9/, а также предсказания точной $SU(6)$ -симметрии /9/ для коэффициентов C из (4.7) приведены в табл. 2. Как видно из таблицы, с точностью наших вычислений, оговоренной выше, модель описывает рассмотренные процессы.

В заключение авторы выражают благодарность С.Б. Герасимову, А.Б. Говоркову, Е.П. Жидкову, М.А. Иванову и О.В. Тарасову за полезные обсуждения.

Приложение

Рассмотрим выражение для пропагатора кваркового поля в координатном представлении. После перехода к безразмерным переменным

$$v_E = \frac{2x_E}{L}$$

для функций $A(-x_E^2)$ и $B(-x_E^2)$, определяемых, согласно (2.10), в евклидовой метрике, получаем:

$$\begin{aligned} A(-x_E^2) &= \frac{1}{\pi^2 L^3} \mathcal{A}(v_E^2, \xi) \\ \sqrt{x_E^2} \cdot B(-x_E^2) &= \frac{1}{\pi^2 L^3} \mathcal{B}(v_E^2, \xi), \end{aligned} \quad (П.1)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(v_E^2, \xi) &= \frac{\pi^2 2^4}{(2\pi)^4} \int d^4 p_E \cos(\xi \sqrt{p_E^2}) e^{-p_E^2 - i(p_E v_E)} \\ \mathcal{B}(v_E^2, \xi) &= \frac{\pi^2 2^4}{(2\pi)^4} \int d^4 p_E \frac{i(p_E v_E)}{\sqrt{v_E^2}} \cdot \frac{\text{fin}(\xi \sqrt{p_E^2})}{\sqrt{p_E^2}} e^{-p_E^2 - i(p_E v_E)} \end{aligned}$$

После интегрирования в сферических координатах имеем:

$$\mathcal{A}(v_E^2, \xi) = 4 \int_0^\infty t^2 \cos(\xi t) e^{-t^2} \frac{J_1(\pm \sqrt{v_E^2})}{\sqrt{v_E^2}} dt$$

$$B(v^2, \xi) = 4 \int_0^\infty t^2 \sin(\xi t) e^{-t^2} \frac{J_2(t\sqrt{v^2})}{\sqrt{v^2}} dt. \quad (\text{П.2})$$

Далее, с помощью методики, описанной в [10], получаем следующее представление:

$$\begin{aligned} A(v^2, \xi) &= 4 e^{-\frac{v^2}{4}} \left\{ \frac{1}{4} \left(1 - \frac{\xi^2}{4}\right) + \frac{\xi^2}{128} v^2 + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=0}^{\infty} P^k(v^2) \int_0^{\xi} e^{-\frac{1}{4}(\xi^2 - t^2)} \cdot I_{2k} \left(\frac{\sqrt{v^2}}{2} \sqrt{\xi^2 - t^2} \right) dt \right\} \\ B(v^2, \xi) &= 4\sqrt{v^2} e^{-\frac{v^2}{4}} \left\{ \frac{\xi}{64} \left(5 - \frac{\xi^2}{2} + \frac{\xi^2}{24} v^2\right) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=0}^{\infty} Q^k(v^2) \int_0^{\xi} e^{-\frac{1}{4}(\xi^2 - t^2)} \cdot I_{2k} \left(\frac{\sqrt{v^2}}{2} \sqrt{\xi^2 - t^2} \right) dt \right\}. \quad (\text{П.3}) \end{aligned}$$

Здесь $I_\nu(z)$ - модифицированные функции Бесселя,

$$P^0(v^2) = s_0 + 3s_1 v^2 + 10s_2 v^4$$

$$P^1(v^2) = -(s_0 + 4s_1 v^2 + 15s_2 v^4)$$

$$P^2(v^2) = s_1 v^2 + 6s_2 v^4$$

$$P^3(v^2) = -s_2 v^4$$

$$Q^0(v^2) = 420 t_0 + 140 t_1 v^2 + 35 t_2 v^4$$

$$Q^1(v^2) = -(560 t_0 + 210 t_1 v^2 + 56 t_2 v^4)$$

$$Q^2(v^2) = 140 t_0 + 84 t_1 v^2 + 28 t_2 v^4$$

$$Q^3(v^2) = -(14 t_1 v^2 + 8 t_2 v^4)$$

$$Q^4(v^2) = t_2 v^4$$

$$s_0 = \frac{\xi}{16} \left(\frac{\xi^2}{2} - 3 \right); \quad t_0 = \frac{12 - 12\xi^2 + \xi^4}{2^{10} \cdot 7 \cdot 15};$$

$$s_1 = \frac{\xi}{3 \cdot 2^7} \left(3 - \frac{\xi^2}{2} \right); \quad t_1 = \xi^2 \cdot \frac{6 - \xi^2}{2^8 \cdot 7 \cdot 15};$$

$$s_2 = \frac{\xi^3}{3 \cdot 5 \cdot 2^{11}}; \quad t_2 = \frac{\xi^4}{2^{13} \cdot 7 \cdot 15}.$$

Приближенное вычисление функций $A(v^2, \xi)$ и $B(v^2, \xi)$ с заданной точностью по формулам (П.3) не представляет труда, так как для этого нужно вычислить интеграл по конечному отрезку от плавно меняющейся функции. В настоящей работе $A(v^2, \xi)$ и $B(v^2, \xi)$ вычислялись на ЭВМ СДС-6500 с помощью стандартной подпрограммы интегрирования по Гауссу с относительной погрешностью 1%. Остальные интегралы сходного типа, необходимые для расчета ширины распадов и магнитных моментов, вычисляются аналогичным образом. Благодаря представлению $A(v^2, \xi)$, $B(v^2, \xi)$ и т.д. в форме (П.3) становится возможным оценить их по модулю с асимптотикой, позволяющей определить верхний предел интегрирования из условия малости отбрасываемого остатка в интегралах (2.15), (3.4), (4.2) при численном их нахождении.

Следует отметить, что с помощью используемой методики некоторые интегралы берутся "точно", т.е. выражаются через функции Бесселя. Так, например, для функции $B_1(v^2, \xi)$, определяемой согласно (4.3), получается выражение:

$$\begin{aligned} B_1(v^2, \xi) &= -2 \int_0^\infty t^2 e^{-t^2} \sin(\xi t) \frac{J_1(t\sqrt{v^2})}{\sqrt{v^2}} dt = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{v^2}{4}} \cdot e^{-\frac{\xi^2}{4}} \left\{ \left(\frac{3}{4} \xi + \frac{\xi^3}{32} \right) \cdot I_0 \left(\frac{\xi}{2} \sqrt{v^2} \right) - \left(\frac{3}{4} \xi + \frac{\xi^3}{24} \right) \cdot I_2 \left(\frac{\xi}{2} \sqrt{v^2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\xi^3}{96} I_4 \left(\frac{\xi}{2} \sqrt{v^2} \right) \right\}. \end{aligned}$$

Литература

1. Particle Data Group, Phys. Lett., 1978, v. 75B.
2. Samios N.P., Goldberg M., Meadows B.T. Rev. Mod. Phys. 1974, v. 46, p. 49.
3. Dubnickova A.Z., Efimov G.V. JINR, E2-I0371, Dubna, 1977.
4. Dubnickova A.Z., Efimov G.V. Ivanov M.A., Fort der Phys., 1979, v. 27, N 9.

$$B(v^2, \xi) = 4 \int_0^\infty t^2 \sin(\xi t) e^{-t^2} \frac{J_2(t\sqrt{v^2})}{\sqrt{v^2}} dt. \quad (\text{П.2})$$

Далее, с помощью методики, описанной в [10], получаем следующее представление:

$$\begin{aligned} A(v^2, \xi) &= 4 e^{-\frac{v^2}{4}} \left\{ \frac{1}{4} \left(1 - \frac{\xi^2}{4}\right) + \frac{\xi^2}{128} v^2 + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=0}^3 P^k(v^2) \int_0^{\frac{\sqrt{v^2}}{2}} e^{-\frac{1}{4}(\xi^2 - t^2)} \cdot I_{2k}\left(\frac{\sqrt{v^2}}{2} \sqrt{\xi^2 - t^2}\right) dt \right\} \\ B(v^2, \xi) &= 4\sqrt{v^2} e^{-\frac{v^2}{4}} \left\{ \frac{\xi}{64} \left(5 - \frac{\xi^2}{2} + \frac{\xi^2}{24} v^2\right) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=0}^4 Q^k(v^2) \int_0^{\frac{\sqrt{v^2}}{2}} e^{-\frac{1}{4}(\xi^2 - t^2)} \cdot I_{2k}\left(\frac{\sqrt{v^2}}{2} \sqrt{\xi^2 - t^2}\right) dt \right\}. \quad (\text{П.3}) \end{aligned}$$

Здесь $I_\nu(z)$ - модифицированные функции Бесселя,

$$P^0(v^2) = s_0 + 3s_1 v^2 + 10s_2 v^4$$

$$P^1(v^2) = -(s_0 + 4s_1 v^2 + 15s_2 v^4)$$

$$P^2(v^2) = s_1 v^2 + 6s_2 v^4$$

$$P^3(v^2) = -s_2 v^4$$

$$Q^0(v^2) = 420 t_0 + 140 t_1 v^2 + 35 t_2 v^4$$

$$Q^1(v^2) = -(560 t_0 + 210 t_1 v^2 + 56 t_2 v^4)$$

$$Q^2(v^2) = 140 t_0 + 84 t_1 v^2 + 28 t_2 v^4$$

$$Q^3(v^2) = -(14 t_1 v^2 + 8 t_2 v^4)$$

$$Q^4(v^2) = t_2 v^4$$

$$s_0 = \frac{\xi}{16} \left(\frac{\xi^2}{2} - 3 \right); \quad t_0 = \frac{12 - 12\xi^2 + \xi^4}{2^{10} \cdot 7 \cdot 15};$$

$$s_1 = \frac{\xi}{3 \cdot 2^7} \left(3 - \frac{\xi^2}{2} \right); \quad t_1 = \xi^2 \cdot \frac{6 - \xi^2}{2^4 \cdot 7 \cdot 15};$$

$$s_2 = \frac{\xi^3}{3 \cdot 5 \cdot 2^{11}}; \quad t_2 = \frac{\xi^4}{2^{13} \cdot 7 \cdot 15}.$$

Приближенное вычисление функций $A(v^2, \xi)$ и $B(v^2, \xi)$ с заданной точностью по формулам (П.3) не представляет труда, так как для этого нужно вычислить интеграл по конечному отрезку от плавно меняющейся функции. В настоящей работе $A(v^2, \xi)$ и $B(v^2, \xi)$ вычислялись на ЭВМ СДС-6500 с помощью стандартной подпрограммы интегрирования по Гауссу с относительной погрешностью 1%. Остальные интегралы сходного типа, необходимые для расчета ширины распадов и магнитных моментов, вычисляются аналогичным образом. Благодаря представлению $A(v^2, \xi)$, $B(v^2, \xi)$ и т.д. в форме (П.3) становится возможным оценить их по модулю с асимптотикой, позволяющей определить верхний предел интегрирования из условия малости отбрасываемого остатка в интегралах (2.15), (3.4), (4.2) при численном их нахождении.

Следует отметить, что с помощью используемой методики некоторые интегралы берутся "точно", т.е. выражаются через функции Бесселя. Так, например, для функции $B_1(v^2, \xi)$, определяемой согласно (4.3), получается выражение:

$$\begin{aligned} B_1(v^2, \xi) &= -2 \int_0^\infty t^2 e^{-t^2} \sin(\xi t) \frac{J_1(t\sqrt{v^2})}{\sqrt{v^2}} dt = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{v^2}{4}} \cdot e^{-\frac{\xi^2}{4}} \left\{ \left(\frac{3}{4} \xi + \frac{\xi^3}{32} \right) \cdot I_0\left(\frac{\xi}{2}\sqrt{v^2}\right) - \left(\frac{3}{4} \xi + \frac{\xi^3}{24} \right) \cdot I_2\left(\frac{\xi}{2}\sqrt{v^2}\right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\xi^3}{96} I_4\left(\frac{\xi}{2}\sqrt{v^2}\right) \right\}. \end{aligned}$$

Литература

1. Particle Data Group, Phys. Lett., 1978, v. 75B.
2. Samios N.P., Goldberg M., Meadows B.T. Rev. Mod. Phys. 1974, v. 46, p. 49.
3. Dubnickova A.Z., Efimov G.V. JINR, E2-I0371, Dubna, 1977.
4. Dubnickova A.Z., Efimov G.V. Ivanov M.A., Fort der Phys., 1979, v. 27, N 9.

5. Динейхан М., Ефимов Г.В., Лобанов Ю.Ю. ОИЯИ, P2-I2430, Дубна, 1979.
6. Salam A., Nuovo Cim., 1962, v. 25, p. 224;
Nayashi K. et al. Fort. der Phys., 1967, v. 15, N 10, p. 625.
7. Strubbe H., Comp. Phys. Comm., 1974, 8, p.1.
8. Naqels M.M. et al . Nucl. Phys., 1976, B109.
9. Ахиезер А.И., Рекало М.П. Электродинамика адронов.
"Наукова думка", Киев, 1977.
10. Жидков Е.П., Лобанов Ю.Ю. ОИЯИ, P11-I2519, Дубна, 1979.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 декабря 1979 года.