



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

1507/2-80

7/4-80

P2 - 13042

В.Г.Маханьков, Г.Куммер, А.Б.Швачка

НОВЫЙ ВИД ПУЛЬСОНОВ
(ИЛИ УСТОЙЧИВОСТЬ ИЗ НЕУСТОЙЧИВОСТИ)

Направлено в "Труды советско-американского
симпозиума по теории солитонов" /Киев, 1979/
(" *Physica D* ")

1980

1. В настоящей работе мы кратко опишем результаты исследования динамических /нестационарных/ свойств квазисолитонов в рамках модели с насыщающейся нелинейностью:

$$\mathcal{L} = \phi_t \phi_t^* - \phi_x \phi_x^* - \phi_y \phi_y^* - \ln(1 + \phi \phi^*) - (m^2 - 1) \phi \phi^*. \quad /1/$$

В соответствии с результатами^{/1/} можно ожидать, что в рамках этой модели существуют устойчивые $U(1)$ солитоны. Численный эксперимент подтвердил это предположение*. Цель настоящей работы состояла в том, чтобы проверить следующее предположение: в моделях с достаточно сложной поверхностью постоянной энергии /таких, чтобы в их рамках могли существовать устойчивые заряженные солитоны/ должны существовать долгоживущие /устойчивые/ пульсоны /т.е. квазипериодические решения/. Подобное предположение было высказано в работах одного из авторов и Манакова^{/2/}.

До сих пор в пространстве, имеющем более одного измерения, пульсонные решения были обнаружены лишь в рамках многовакуумных /вырожденных/ моделей Хиггса и синус-Гордона^{/3/}. Более того, само их существование в той или иной степени связывалось со структурой этих моделей.

Вопрос о существовании пульсонов в одновакуумных /невырожденных/ системах оставался открытым.

2. Итак, рассмотрим модель /1/, то есть трехмерную (2D-T) начальную задачу

$$\phi_{tt} - \Delta_2 \phi + m^2 \phi - \frac{|\phi|^2 \phi}{1 + |\phi|^2} = 0, \quad /2/$$

$$\phi(\vec{r}, 0) = \psi(\vec{r}) e^{i\theta} \quad (\psi = \psi^*),$$

$$\Delta_2 = \partial_x^2 + \partial_y^2.$$

* Заметим, что /1/ переходит в формулу /1/ работы^{/1/} при $m^2 = 1$, однако с помощью преобразования подобия свести одну модель к другой невозможно.

Интегралы движения имеют следующий вид:

$$Q = -i \int_{R^2} (\phi_t^* \phi - \phi_t \phi^*) dx dy, \quad \text{/'изозаряд'/}$$

$$E = \int_{R^2} \mathcal{H} dx dy, \quad \text{/энергия/}$$

где

$$\mathcal{H} = |\phi_t|^2 + |\phi_x|^2 + |\phi_y|^2 + (m^2 - 1) |\phi|^2 + \ln(1 + |\phi|^2).$$

В качестве $\psi(r)$ будем пока рассматривать осесимметричные решения /2/ при граничных условиях

$$\phi_x(0) = \phi_y(0) = 0$$

и $\phi_{t=0}(r) \rightarrow 0$ при $|x|, |y| \rightarrow \infty$. Полагая /1/, что

$$\phi(x, y, t) = \psi(r) e^{-i\omega t} \quad (r^2 = x^2 + y^2),$$

получим

$$\psi_{rr} + \frac{1}{r} \psi_r - \kappa^2 \psi - \frac{\psi^3}{1 + \psi^2} = 0, \quad \kappa^2 = m^2 - \omega^2,$$

$$\psi(r, \kappa^2) \rightarrow 0 \text{ при } r \rightarrow \infty, \quad \psi_r(0, \kappa^2) = 0.$$

/3/

'Изозаряд' $Q = 4\pi\omega \int_0^\infty \psi^2 r dr$. Из всего множества решений

$\psi_n(r, \kappa^2)$, $n=0, 1, 2, \dots$ задачи /3/ /4/ будем рассматривать только безузловые решения $\psi_0(r, \kappa^2) \geq 0$.

На рис. 1 показана область существования искомых решений на плоскости m, ω . Она ограничена условием $\omega^2 < m^2 < 1 + \omega^2$ и сужается с ростом ω . Рис. 2 демонстрирует зависимость амплитуды поля в центре солитона $\psi(0, \kappa^2)$ от ω . Как видно из рисунка, с ростом ω величина $\psi(0, \kappa^2)$ уменьшается, при этом полевой густок становится более легким, то есть $dE/d\omega < 0$. На рис. 3 представлена область устойчивости односолитонных

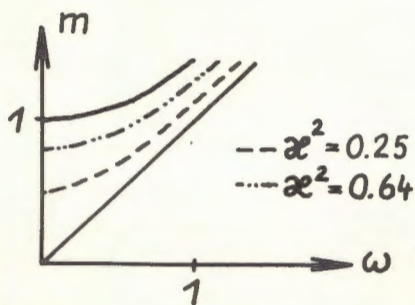


Рис. 1. Область существования 'заряженных' квазисолитонов.

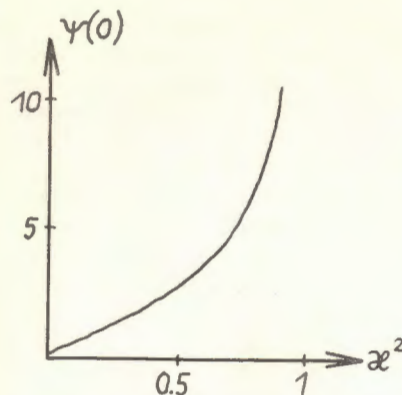


Рис. 2. График зависимости амплитуды поля в центре квазисолитона от $\kappa^2 = m^2 - \omega^2$.

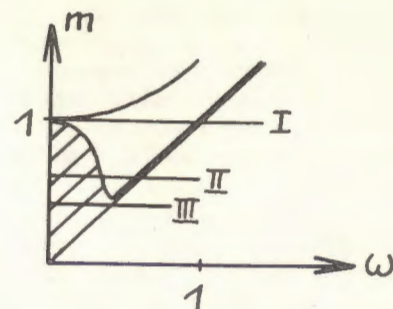


Рис. 3. Заштрихованная область - область неустойчивости заряженных квазисолитонов. I - $m=1$; II - $m=0,6$; III - $m=0,4$.

решений, определяемая условием $\frac{dQ}{d\omega} < 0$. Видно, что с уменьшением m эта область уменьшается и исчезает при $m < m_{st} \approx 0,48$. Отметим, что вблизи прямой $\omega = m(\kappa^2 \rightarrow 0)$ также имеется узкая область неустойчивости /1,5/. На рис. 4 приведены графики зависимости $Q(\omega, m)$ для трех значений: $m=0,4$; $0,6$ и 1 , соответствующих трем сечениям рис. 3. Естественно, что кривая $Q(\omega, 1)$ совпадает с приведенной в работе /1/ /см. рис. 3, стр. 455 в /1/.

Взаимодействия двух устойчивых солитонов при $m=1$ и различных ω /то есть на линии 1/ подробно описаны в /1/. Для нас здесь важно лишь то, что в результате таких взаимодействий возможно возникновение устойчивых и неустойчивых /короткоживущих/ связанных состояний.

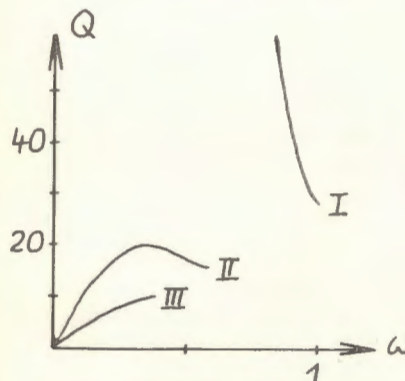


Рис. 4. Графики зависимости изозаряда квазисолитона Q от ω вдоль линий I, II и III / $\frac{dQ}{d\omega} \geq 0$ - условие неустойчивости/.

3. Перейдем к проверке гипотезы, сформулированной в пункте 1. Будем рассматривать решения $\phi(r, \omega = 0)$ в интервале $0 < m < 1$ *. Из рис. 3 следует, что устойчивых стационарных односолитонных решений не существует, в полном соответствии с теоремой Деррика-Хобарда.

Рассмотрим эволюцию во времени действительных начальных пакетов $\psi(r, m, \omega = 0)$. Она происходит в соответствии с уравнением

$$\phi_{tt} - \Delta_2 \phi + m^2 \phi - \phi \frac{\phi^2}{1 + \phi^2} = 0,$$

причем

$$\phi(r, 0) = \psi(r, m, \omega = 0), \quad Q = 0.$$

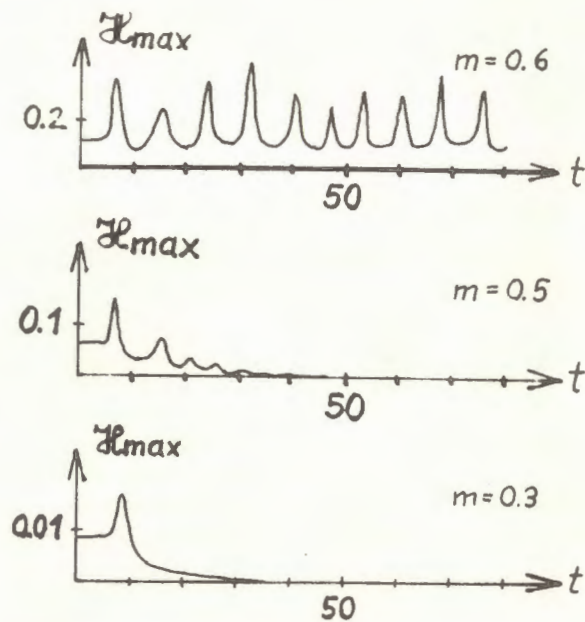


Рис. 5. Графики зависимости амплитуды плотности полевой энергии в начале координат H_{\max} от времени для трех значений: $m = 0,3$; $0,5$ и $0,6$.

На рис. 5 представлены характерные кривые, иллюстрирующие временную зависимость максимальной величины плотности энергии $H_{\max}(0, t)$ в центре пакета для трех различных значений: $m = 0,3$; $0,5$ и $0,6$. Из этих рисунков видно, что в области значений $m > m_{cr} \approx 0,5$ в результате эволюции неустойчивого начального пакета возникает устойчивый /по-видимому, слабоизлучающий/ пульсирующий локализованный полевой густок - пульсон. При приближении параметра m к критическому значению $m_{cr} \approx 0,5$ существует переходная область значений m , где пульсоны теряют свою устойчивость, и эволюция начального пакета проходит две фазы: а/ образование пульсона; б/ неустойчивость /распад/ пульсона. Наконец, при $m < m_{cr}$ начальный пакет распадается сразу /аперiodически/, минуя пульсонную фазу.

Теперь следует обратить внимание на тот факт, что значения величин m_{st} и m_{cr} с хорошей точностью совпадают, а в области существования устойчивых заряженных СПР /то есть при $m > m_{cr}$ / существуют также устойчивые незаряженные пульсоны.

В заключение кратко остановимся на результатах еще одного численного эксперимента. В результате столкновения двух неустойчивых незаряженных квазисолитонов может возникать долгоживущее связанное состояние, представляющее собой частный случай пульсона. На рис. 6 показана начальная полевая конфигурация, а на рис. 7 - уже знакомая нам кривая $H_{\max}(0, t)$. Описанные выше результаты позволяют подвести некоторый итог серии численных экспериментов по изучению динамических свойств СПР для ряда релятивистских моделей теории поля /1,8/.

Сформулированная в пункте 1 гипотеза позволяет с единой точки зрения трактовать все полученные до сих пор результаты по взаимодействию двух квазисолитонов. В рассмотренных нами моделях с логарифмическими нелинейностями в лагранжианах кроме устойчивых /и неустойчивых/ заряженных ($Q \neq 0$) квазисолитонов существуют устойчивые /и неустойчивые/ заряженные ($Q \neq 0$) и незаряженные ($Q = 0$) пульсоны. А это значит, что при определенных параметрах квазисолитонов /как заряженных, так и незаряженных/ эволюция их взаимодействия либо завершается образованием соответствующего пульсона /связанного состояния/, либо проходит через пульсонную фазу /резонанс/ перед возникновением неустойчивости /распада/.*

* Следует подчеркнуть, что, как мы уже отмечали ранее, после возникновения связанного состояния образовавшие его квазисолитоны теряют свою индивидуальность.

* Точка $m = 1$ при $\omega = 0$ является особой в том смысле, что при $m \rightarrow 1$ "радиус" солитоноподобного решения /СПР/ стремится к бесконечности.

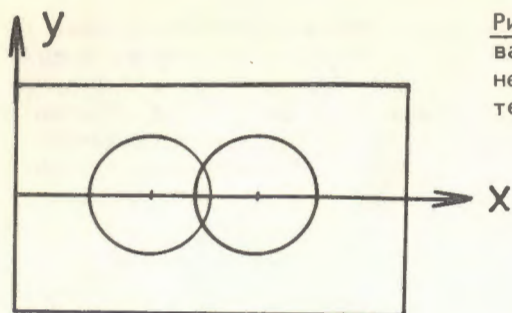


Рис. 6. Начальная полевая конфигурация из двух неустойчивых действительных квазисолитонов.

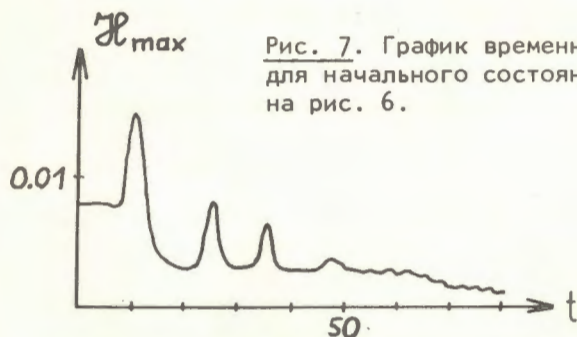


Рис. 7. График временной зависимости \mathcal{H}_{max} для начального состояния, представленного на рис. 6.

С этой же точки зрения перестает быть парадоксальным факт появления устойчивого пульсона в результате столкновения двух неустойчивых квазисолитонов. Пульсоны, подобные описанным выше, были обнаружены в численных экспериментах^{/7/} в пространстве размерности 1-D при столкновении заряженных квазисолитонов с различными суммарными "изозарядами" $Q = 2Q_1$, $Q_1 = Q_2$ и $Q = Q_1 - Q_2 = 0$, $Q_1 = -Q_2$. По-видимому, в первом случае мы имеем дело с рождением заряженного пульсона, поскольку $Q_p \propto \frac{d\theta}{dt} \neq 0$ /см. рис. 2 работы /7/ /,

во втором случае - с рождением незаряженного пульсона $Q_p \rightarrow 0$ /см. /7/ стр. 383/. При этом область начальных условий для рождения незаряженного пульсона значительно более узкая.

Наконец, в работе /8/ были также, по-видимому, обнаружены пульсоны, но уже в рамках уравнения Шредингера с нелинейностью вида $\phi^3 - a\phi^5$. Существуют ли неоднородные пульсоны в рамках уравнения Шредингера с другими видами нелинейности? В численных экспериментах, выполненных польской группой ученых, во всяком случае в модели гауссонов неоднородные пульсоны не обнаружены /9/.

Следует заметить также, что устойчивость незаряженных пульсонов может быть объяснена сохранением некоторого адiabатического инварианта /2/.

ЛИТЕРАТУРА

1. Makhankov V.G., Kummer G., Shvachka A.B. Physica Scripta, 1979, 20, p.454.
2. Makhankov V.G. Report on International Workshop "Mystery of Soliton". Yadvisin, Poland, 1977; Physica Scripta, 1979, 20, p.558; Manakov S. JETP Lett., 1977, 25, p.589.
3. Bogolubsky I.L., Makhankov V.G. JETP Lett., 1976, 24, p.12; ibid., 1977, 25, p.107.
4. Жидков Е.П., Жидков П.Е. ОИЯИ, P5-12609; P5-12610, Дубна, 1979.
5. Makhankov V.G. Phys.Rep., 1978, 35, p.1.
6. Bogolubsky I.L., Makhankov V.G., Shvachka A.B. Phys. Lett., 1977, 63A, p.225.
7. Simonov Yu., Tjon J. Phys.Lett., 1979, 85B, p.380.
8. Devi S., Strayer M., Irvine J. J.Phys.G:Nucl.Phys., 1979, 5, p.281.
9. Oficjalski J., Bialynicki-Birula I. Acta Phys.Polon., 1978, 89, 759.

Рукопись поступила в издательский отдел
27 декабря 1979 года.