

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

1506/2-80

7/4-80

P2 - 13041

В.Г.Маханьков, А.Б.Швачка

ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА
НЕОДНОМЕРНЫХ СОЛИТОНОВ

Направлено в "Труды советско-американского
симпозиума по теории солитонов" /Киев, 1979/
("Physica D")

1980

Ниже мы обсудим некоторые, с нашей точки зрения, нетривиальные свойства солитоноподобных решений. Особый упор будет сделан на их динамические характеристики. Мы увидим, что даже в рамках достаточно простых нелинейных моделей классической теории поля такие решения могут обладать не только нетривиальными, но и поразительными, на первый взгляд, свойствами, весьма напоминающими свойства сложных реальных объектов.

1. Согласно теореме Деррика, в рамках релятивистски инвариантных моделей теории поля /исключая модели с градиентным взаимодействием/ поверхность постоянной энергии в функциональном пространстве не может быть долиной. В лучшем случае это седловина, то есть поверхность, не обладающая абсолютным минимумом. Абсолютно устойчивых решений в таких моделях не существует. Одна из возможностей получения тем не менее устойчивых солитоноподобных решений /СПР/ - введение некоторой изотопической группы симметрии лагранжиана и связанных с ней законов сохранения.

Мы обсудим свойства моделей с наиболее простой $U(1)$ группой, ведущей к закону сохранения "изозаряда":

$$Q = \frac{i}{2} \int (\phi_t^* \phi - \phi^* \phi_t) d^D x, \quad \frac{dQ}{dt} = 0,$$

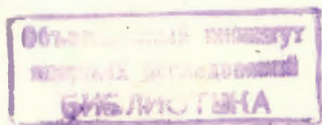
где ϕ - полевая функция, D - размерность пространства. Сохранение "изозаряда" Q означает наличие ограничения на возможные виды возмущений, а именно $\delta Q[\phi] = 0$, что приводит к условию устойчивости СПР^{1/} /то есть решения, обладающего "хорошими" свойствами в нуле и на бесконечности/:

$$\frac{\omega}{Q} \frac{dQ}{d\omega} < 0.$$

/1/

Очевидно, что действительные стационарные полевые конфигурации не могут удовлетворять этому условию и будут неустойчивы. Все эти выводы были подтверждены ранее в численных экспериментах различных групп.

В заключение этого краткого введения подчеркнем важность исследования неодномерных /пространственно/ СПР, поскольку до сих пор известна лишь пара эволюционных двумерных, вполне интегрируемых моделей /уравнение Кадомцева-Петвиашвили и цилиндрическое уравнение Кортвега-де Вриза/, в рамках



которых так называемые солитонные решения обладают в одном из направлений неудобными свойствами на бесконечности /слабое степенное убывание/. Более того, распад начального состояния уже не представляется столь удивительным, как в одномерном случае. Поэтому представляет особый интерес изучение с помощью ЭВМ динамических свойств двумерных, а затем и трехмерных, хорошо локализованных решений для различных моделей теории поля. Исследование качественных свойств этих решений с помощью ЭВМ может подсказать пути к их дальнейшему изучению аналитическими /возможно приближенными/ методами.

2. Рассмотрим две модели классической теории поля с потенциалом взаимодействия в лагранжиане*:

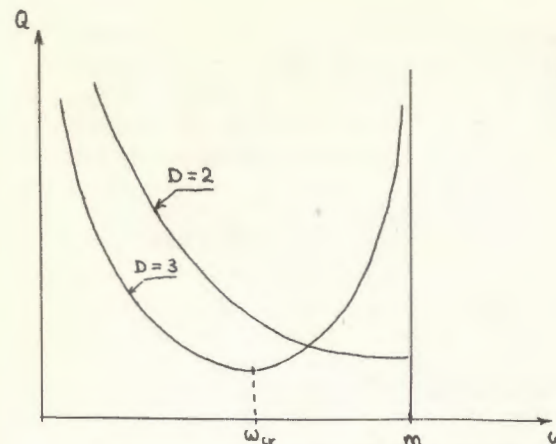
$$U \approx \ln(1 + |\psi|^2) \psi^2 \quad /2/$$

$$\text{и } U \approx \ln(|\psi|^2) \psi^2. \quad /3/$$

Легко видеть, что эти модели принципиально различны в следующем смысле: первая в пределе $\psi \rightarrow 0$ с точностью до $O(|\psi|^2)$ переходит в обычную свободную теорию, поскольку $\psi^2 \ln(1 + |\psi|^2) \approx \psi^2$, вторая модель содержит в себе конститuenty с бесконечной массой, так как $\ln(|\psi|^2) \rightarrow -\infty$ при $\psi \rightarrow 0$. Это означает, что в рамках первой модели возможен при определенных условиях распад нелинейного решения на конститuenty с излучением линейных плоских волн. Во втором случае такой распад невозможен /запрещен законом сохранения/, и все возможные конфигурации полей состоят только из нелинейных решений; модели второго типа иногда называют "конфайнинг" моделями. В результате в рамках первой модели СПР могут распадаться, в то время как в рамках второй неустойчивость СПР проявляется в виде их коллапса. Вторая модель интересна еще и тем, что в ней СПР могут быть найдены в явном виде для любой размерности D . Более того, из Q -теоремы следует, что независимо от D устойчивые $U(1)$ симметричные СПР вида

$$\psi = \psi(r) e^{-i\omega t}$$

существуют при $\omega > \omega_{cr} = 2^{-1/2}$. В этом смысле модель $\ln(|\psi|^2)$ размерно инвариантна и качественно отличается от модели /2/, где ω_{cr} существенно зависит от D . Графики зависимости Q от ω при $D=2$ и $D=3$ представлены на рисунке.



Графики зависимости $Q(\omega)$ при $D=2$ и $D=3$.

Покажем, что характер взаимодействия солитонов в столкновениях определяется дисперсионной зависимостью $Q(\omega)$, а не типом модели /независимо от характера неустойчивости - распад или коллапс/.

Это предположение было проверено в серии численных экспериментов^{2/} *. В расчетах варьировались два параметра: скорость относительного движения квазисолитонов v и величина их заряда Q . В обоих случаях выявлены четыре вида взаимодействия:

- 1/ упругое и квазиупругое взаимодействие квазисолитонов;
- 2/ распад /коллапс/ провзаимодействовавших квазисолитонов;
- 3/ распад /коллапс/ через короткоживущее связанное состояние /резонанс/;
- 4/ долгоживущее связанное состояние двух квазисолитонов - бивон,

что указывает в действительности на модельно-независимый характер взаимодействия солитонов /во всяком случае, в рамках рассмотренных моделей/. Последние два типа взаимодействия возможны лишь в области $dQ/d\omega \approx 0$. Это дает основание предполагать, что подобные виды взаимодействия будут присутствовать и в моделях, лагранжианы которых допускают более высокие группы симметрии, в случае, если зависимость соответствующего "изозаряда" /"изоспина" и т.д./ будет аналогична $Q(\omega)$ на рисунке.

Более детальное исследование процесса взаимодействия квазисолитонов показывает, что он зависит также от величины

* Изучение модели /3/ было проведено совместно с И.Л. Боголюбским и Г.Куммером.

* В случае наиболее простой ϕ_D^4 теории поля при $D > 1$ устойчивых СПР не существует даже в системах с изогруппой.

прицельного параметра p /или, что то же самое, углового момента $l = pmv$ / и начальной разности фаз $\Delta\theta$. Численные эксперименты показали, что:

а/ существует некоторая резонансная область по величине момента l , в которой неупругость взаимодействия квазисолитонов резко возрастает /см. также ^{3/} /;

б/ чисто антисимметричная начальная полевая конфигурация $\Delta\theta = \pi \pm 2\pi n$ приводит к упругому расталкиванию квазисолитонов.

3. Как мы уже отмечали выше, стационарные конфигурации действительных полей не могут быть устойчивы, то есть действительных квазисолитонов не существует. Более того, не во всех системах с внутренней изосимметрией и не всегда существуют устойчивые квазисолитоны. Такие решения могут возникать в системах, в которых поверхность постоянной энергии в функциональном пространстве может иметь условные /или локальные/ минимумы. Естественно возникает вопрос: существуют ли в подобных системах нестационарные устойчивые конфигурации действительных полей? При этом нестационарность играет роль стабилизирующего фактора, аналогичного зависимости $\exp(-i\omega t)$ в случае $U(1)$ группы*.

Это предположение было проверено в серии численных экспериментов в рамках модели /2/, проведенных в Дубне Г.Куммером и авторами. Результаты, полученные в этих экспериментах, выглядели, на первый взгляд, парадоксально. Помещая неустойчивые солитоноподобные объекты достаточно близко друг у другу - так, чтобы кинематическое время их взаимодействия было меньше времени распада каждого из них, мы наблюдали при достаточно малых скоростях встречного движения квазисолитонов возникновение их связанного состояния - двумерного биона. Амплитуда в центре биона регулярно осциллировала, лишь весьма незначительно уменьшаясь в течение счета /несколько периодов колебаний/. Дальнейшее изучение показало, что аналогичные объекты могут возникать и из достаточно тяжелого односолитонного начального состояния. Поведение во времени и вид обнаруженных бионов качественно совпадают с пульсонами, открытыми ранее в работах И.Л.Боголюбского и одного из авторов^{4/}. Тем самым показано, что существование пульсонов не является привилегией систем с вырожденным вакуумом типа уравнений поля Хиггса и синус-Гордона, где полевая функция осциллирует между двумя смежными вакуумами. Заметим, что аналогичные пульсоны должны естественно возникать

и в рамках системы /3/. Возможное объяснение устойчивости обнаруженных пульсонов с помощью некоторого адиабатического инварианта можно найти в работах^{5/}.

В заключение отметим, что устойчивые связанные состояния из неустойчивых конstituентов уже давно известны в ядерной физике /дейтрон/. Так же как и в нашем случае, это состояние мало похоже на связанное состояние двух классических объектов типа Луна-Земля, двойные звезды и т.д. При формировании связанного состояния входящие в состав системы конstituенты теряют свою индивидуальность фактически полностью. В этой связи уместно вспомнить широко распространенную в середине нашего века поговорку "...природа сложна и нелинейные уравнения сложны, поэтому следует моделировать природу с помощью нелинейных уравнений", которую можно найти в книге Уилера^{6/}. Действительно, как мы видели выше, динамика даже достаточно простых нелинейных систем весьма богата, разнообразна, а иногда и неожиданна.

ЛИТЕРАТУРА

1. Makhankov V.G. Phys.Rep., 1978, 35C, p.1.
2. Makhankov V.G., Kummer G., Shvachka A.B. Phys.Scripta, 1979, 20, p.454.
3. Devi S., Strayer M., Irvine J. J.Phys.G: Nucl.Phys., 1979, 5, p.281.
4. Боголюбский И.Л., Маханьков В.Г. Письма в ЖЭТФ, 1976, 24, с.12; 1977, 25, с.107.
5. Манаков С.В. Письма в ЖЭТФ, 1977, 25, с.589; Makhankov V.G. Phys.Scripta, 1979, 20, p.558.
6. Уилер Д.А. В кн.: Гравитация, нейтрино и Вселенная. ИЛ., М., 1962.

* Вспомним также задачу П.Л.Капицы о маятнике с качающейся точкой подвеса.