



сообщения  
Объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
Дубна

1101/2-80

18/3-80

P2 - 12942

М.Гмитро, С.С.Камалов, Т.В.Москаленко,  
Р.А.Эрамжян

РАДИАЦИОННЫЙ ЗАХВАТ  $\mu^-$ -МЕЗОНОВ  
НА ЯДРАХ.

МИКРОСКОПИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ДЛЯ  $^{16}\text{O}$  И  $^{40}\text{Ca}$

1979

P2 - 12942

Гмитро М. и др.

Радиационный захват  $\mu^-$ -мезонов на ядрах.  
Микроскопический расчет для  $^{16}\text{O}$  и  $^{40}\text{Ca}$

На основе оболочечных волновых функций анализируются скорости радиационного захвата остановившихся мюонов и спектр излучаемых  $\gamma$ -квантов в ядрах  $^{16}\text{O}$  и  $^{40}\text{Ca}$ . Выявлен вклад скоростных /по импульсу нуклона/ членов эффективного гамильтониана при переходе от  $^{40}\text{Ca}$  к более легким ядрам.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

P2 - 12942

Gmitro M. et al.

Radiative Muon Capture on Nuclei.  
Microscopic Calculation for  $^{16}\text{O}$  and  $^{40}\text{Ca}$

Radiative muon capture rates of stopped muons and spectrum of emitted  $\gamma$ -quanta in  $^{16}\text{O}$  and  $^{40}\text{Ca}$  are analysed using the shell-model nuclear wave functions. The contributions of the nucleon-velocity-dependent terms of effective Hamiltonian have been shown to be different in  $^{40}\text{Ca}$  and in lighter nuclei.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

© 1979 Объединенный институт ядерных исследований Дубна

## I. Введение

Возможность детектирования  $\gamma$ -квантов с энергией порядка 100 МэВ с высокой степенью точности путем их конвертирования в электрон-позитронную пару, продемонстрированная при исследовании процесса радиационного захвата пионов атомными ядрами <sup>[1]</sup>, открывает новые пути и в исследовании радиационного захвата мюонов ( $\mu, \nu\gamma$ ). Такая методика позволит избежать целый ряд трудностей, присущих прежней методике и связанных с необходимостью различать сигналы от быстрых нейтронов и  $\gamma$ -квантов. В конечном итоге это приведет к значительному повышению надежности извлекаемой информации.

При экспериментальном исследовании процесса ( $\mu, \nu\gamma$ ) обычно измеряются энергетический спектр испущенных  $\gamma$ -квантов и энергетическая зависимость асимметрии углового распределения  $\gamma$ -квантов при захвате поляризованных мюонов. Эти характеристики являются интегральными в том смысле, что конечное состояние ядра не регистрируется. В связи с этим основной аппарат, используемый для интерпретации результатов измерений, базируется на теореме полноты, позволяющей свести сумму по конечным состояниям ядерной системы к среднему по основному состоянию от конкретного двухчастичного оператора <sup>[2]</sup>. При этом, однако, в теории возникают свободные параметры, как, например, средняя энергия возбуждения ядра, нахождение которых сопряжено с трудностями.

В то же время при описании процессов поглощения различных частиц легкими ядрами широко используется микроскопический подход к структуре ядра. Он позволяет проследить за динамикой процесса и выявить состояния ядерной системы, на которые приходится основная интенсивность возбуждения. С целью выявления динамики

радиационного захвата мюонов и сопоставления ее с динамикой обычного захвата в настоящей работе эти оба процесса исследуются на основе микроскопического описания ядерной структуры.

В соответствии с этим планом во второй части нашей работы даны основные положения формализма, используемого для описания реакции  $(\mu^-, \nu \gamma)$  в рамках импульсного приближения, в третьей части приведены некоторые детали численного расчета для радиационного  $\mu$ -захвата на  $^{16}\text{O}$  и  $^{40}\text{Ca}$ . Основные результаты и их обсуждения проводятся в четвертой части работы.

## 2. Энергетический спектр $\gamma$ -квантов в радиационном $\mu$ -захвате на сложных ядрах.

Энергетический спектр  $\gamma$ -квантов в рассматриваемом процессе при переходе ядра из состояния  $|i\rangle$  в состояние  $|f\rangle$  определяется выражением

$$N_{fi}(k) = \frac{2(\alpha Z)^3 \alpha}{(2\pi)^4 \hbar} m_\mu R_M (G \cos \theta_c)^2 k (k_m^{fi} - k)^2 \sum_{\lambda} \int \frac{d\Omega_{\vec{k}}}{4\pi} P_{fi}^{(\lambda)}(\vec{k}), \quad (1)$$

где  $\vec{k} = k \cdot \hat{\vec{k}}$  - вектор импульса,  $\lambda$  - циркулярная поляризация  $\gamma$ -кванта,  $\alpha$  и  $G$  - соответственно константы электромагнитного и слабого взаимодействий,  $\theta_c$  - угол Кабиббо,  $R_M$  характеризует эффективный заряд ядра. Через  $k_m^{fi}$  обозначена максимальная энергия, уносимая  $\gamma$ -квантом при переходе ядра в состояние  $|f\rangle$ :

$$k_m^{fi} = m_\mu - (E_f - E_i).$$

Полный энергетический спектр получается из (1) путем суммирования его по всем конечным состояниям ядерной системы:

$$N(k) = \sum_f N_{fi}(k). \quad (2)$$

Динамика процесса  $(\mu^-, \nu \gamma)$  полностью содержится в матричных элементах эффективного гамильтониана  $H_{eff}^{\mu N}$ , из которого строится выражение:

$$P_{fi}^{(\lambda)}(\vec{k}) = m_\mu^2 \sum \int d\Omega_{\vec{k}} |\langle f, \vec{k}, \nu | H_{eff}^{\mu N} | i, m_\mu \rangle|^2, \quad (3)$$

где знак  $\sum$  означает усреднение и суммирование по поляризациям частиц в начальном и конечном состояниях. Плоские волны нейтрино и фотона характеризуются импульсами  $\vec{\nu} = \nu \cdot \hat{\nu}$  и  $\vec{k} = k \cdot \hat{k}$  соответственно.

В данной работе используется нерелятивистский эффективный гамильтониан радиационного захвата мюонов ядрами  $H_{eff}^{\mu N}$ , полученный в работе <sup>12/</sup>. Как и в <sup>12/</sup>, в качестве пропагаторов мюона и нуклона брались пропагаторы свободных частиц. Члены гамильтониана, расходящиеся при  $k \rightarrow 0$  (инфракрасная расходимость), опускались. Из соображений удобства целесообразно записать  $H_{eff}^{\mu N}$  в несколько ином, чем в <sup>12/</sup>, виде, разделив адронную и лептонную части. С этой целью воспользуемся следующим разложением скалярного произведения по циклическим ортам  $\vec{k} = \vec{e}_\lambda$ ,  $\vec{e}^\lambda = (\vec{e}_\lambda - i\lambda \vec{e}_\lambda) / \sqrt{2}$ :

$$(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (\vec{a} \cdot \vec{e}^\lambda)(\vec{b} \cdot \vec{e}^{\lambda*}) + (\vec{a} \cdot \vec{e}^{\lambda*})(\vec{b} \cdot \vec{e}^\lambda) + (\vec{a} \cdot \vec{k})(\vec{b} \cdot \vec{k}), \quad (4)$$

где  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  - произвольные векторы. Тогда эффективный гамильтониан можно свести к следующему виду:

$$H_{eff}^{\mu N} = \frac{1}{\sqrt{2} m_\mu} (1 - \vec{e} \cdot \hat{\nu}) \sum_{j=1}^A [H_A(j) + H_B(j) + H_C(j) + \Delta(j)] \delta(\vec{r} - \vec{r}_j) \tau_j^{(\pm)}, \quad (5)$$

где  $\tau_j^{(\pm)} |p\rangle = |n\rangle$

$$H_A(j) = H_A^{(1)}(j) (\vec{e} \cdot \vec{e}^{\lambda*}) + H_A^{(2)}(j) (\hat{\nu} \cdot \vec{e}^\lambda);$$

$$H_B(j) = H_B^{(1)}(j) (\vec{e} \cdot \vec{e}^\lambda) + H_B^{(2)}(j) (\hat{\nu} \cdot \vec{e}^{\lambda*});$$

$$H_C(j) = H_C^{(1)}(j) + H_C^{(2)}(j) i \vec{e} \cdot [\hat{\nu} \times \hat{k}]. \quad (6)$$

Значком  $j$  помечены операторы, действующие на переменные  $j$ -го нуклона. Для адронных операторов введены обозначения

$$H_x^{(\alpha)}(j) [x = A, B, C; \alpha = 1, 2];$$

$$H_A^{(a)}(j) = A_1^{(a)} \cdot 1_j + A_2^{(a)} \left( \frac{\vec{p}_j \cdot \hat{k}}{M} \right) + A_3^{(a)} i [\vec{\sigma}_j \times \frac{\vec{p}_j}{M}] \cdot \hat{k}; \quad (7)$$

$$H_B^{(a)}(j) = B_1^{(a)} (\vec{\sigma}_j \cdot \hat{k}) + B_2^{(a)} (\vec{\sigma}_j \cdot \frac{\vec{p}_j}{M}) + B_3^{(a)} (\vec{\sigma}_j \cdot \hat{k}) \left( \frac{\vec{p}_j \cdot \hat{k}}{M} \right);$$

$$H_C^{(a)}(j) = C_1^{(a)} (\vec{\sigma}_j \cdot \vec{\epsilon}^\lambda) + C_2^{(a)} \left( \frac{\vec{p}_j \cdot \vec{\epsilon}^\lambda}{M} \right) + C_3^{(a)} (\vec{\sigma}_j \cdot \hat{k}) \left( \frac{\vec{p}_j \cdot \vec{\epsilon}^\lambda}{M} \right).$$

В выражениях (5)-(7)  $\vec{\sigma}$  и  $\vec{\sigma}_j$  - матрицы Паули для лептонов и нуклонов,  $\vec{p}_j$  - импульс нуклона,  $M$  - его масса.

Запись эффективного гамильтониана в виде (5) удобна в том плане, что в выражении для  $P_{fi}^{(a)}(\vec{k})$  не возникает интерференционные члены между матричными элементами, отвечающими различным индексам  $\chi$ . Основной вклад в полный матричный элемент дают первые три члена выражения (5). Член  $\Delta(j)$  представляет малую поправку. Его явный вид дан в приложении А совместно с выражением для числовых коэффициентов  $A_i^{(a)}$ ,  $B_i^{(a)}$  и  $C_i^{(a)}$ . Обозначим через

$$M_X^{(a)} = \langle f | \sum_{j=1}^A \tau_j^{(-)} e^{-i(\vec{k} + \vec{p}_j) \vec{r}_j} H_X^{(a)}(j) \delta(\vec{r} - \vec{r}_j) | i \rangle \quad (8)$$

ядерный матричный элемент, соответствующий одному из операторов  $H_X^{(a)}(j)$ . Для его вычисления обычно производится мультипольное разложение (см. приложение Б). После проведения такого разложения легко видеть, что величина  $P_{fi}^{(a)}(\vec{k})$  выражается через интеграл по  $\theta_{\nu k}$  - углу между направлениями вылета  $\gamma$ -кванта и нейтрино:

$$P_{fi}^{(a)}(k) = 2\pi \int_{-1}^1 dy (S_1^{(a)} + S_2^{(a)} + \delta), \quad (9)$$

где  $y = \cos \theta_{\nu k}$ ,

$$S_1^{(a)} = (|M_A^{(a)}|^2 + |M_B^{(a)}|^2)(1 + \lambda y) - (M_A^{(a)} M_A^{(a)*} + M_B^{(a)} M_B^{(a)*})(1 - y^2);$$

$$S_2^{(a)} = |M_C^{(a)}|^2 + |M_C^{(a)}|^2 (1 - y^2). \quad (10)$$

Интегрирование в (9) приводится численно.

Слагаемое  $\delta$ , входящее в (9), пропорционально  $(v/2M)^2$ , и поэтому им можно пренебречь.

Подставим результаты мультипольного разложения из приложения Б в формулу (10). Затем, исходя из (10) и (9), получим окончательное соотношение для величины  $N_{fi}(k)$ .

При расчете скорости обычного  $\mu$ -захвата использовались хорошо известные выражения (см., например, [3]), и поэтому мы их не будем приводить.

### 3. Спектр $\gamma$ - квантов и скорость радиационного $\mu$ -захвата в $^{16}\text{O}$ и $^{40}\text{Ca}$

В работе непосредственно рассчитывался энергетический спектр в парциальных переходах. После интегрирования  $N_{fi}(k)$  по  $k$  получаем парциальную скорость радиационного  $\mu$ -захвата:

$$\Lambda_{fi}^{\mu} = \int N_{fi}(k) dk.$$

Полная скорость  $\Lambda^{\mu}$  получается в результате суммирования по всем конечным состояниям ядерной системы.

Для ядра  $^{16}\text{O}$  исследованы отдельно переходы в связанные состояния дочернего ядра  $^{16}\text{N}$ . Выделение переходов в связанные состояния позволяет исследовать зависимость энергетического спектра от структуры гамильтониана, не вдаваясь в динамику процесса.

Обычно принято приводить не абсолютные значения характеристик радиационного  $\mu$ -захвата, а отнесенные к полной скорости  $\Lambda^{\mu}$  обычного  $\mu$ -захвата:

$$R(k) = N(k) / \Lambda^{\mu}.$$

#### 3.1. Входные данные

В работе использовались следующие значения констант слабого взаимодействия:

$$G \cos \theta_c = 1,40 \cdot 10^{-49} \text{ эрг} \cdot \text{см}^3;$$

$$g_A(0) = -1,24;$$

$$g_v = 0,97; \quad g_M = 3,7g_v;$$

$$g_P^N = \alpha \frac{m_p^2 + m_M^2}{m_p^2 - m_M^2 + 2m_p v} \cdot g_A(0);$$

$$g_P^L = \alpha \frac{m_p^2 + m_M^2}{m_p^2 + 2m_p(k+v) + 2kv(y-1) - m_M^2} \cdot g_A(0).$$

Расчеты проводились при трех значениях величины  $\alpha$ :  $\alpha = 4,6$ ;  $7,5$  и  $12$ . Как для обычного, так и для радиационного  $M$ -захвата учитывались скоростные члены (пропорциональные импульсу нуклона в ядре) гамильтониана.

### 3.2. Модели ядер

Как было показано в работе <sup>14/</sup>, вклад переходов второго запрета в обычный  $M$ -захват в  $^{16}O$  не превышал 10%. Поэтому мы ограничились расчетом только переходов первого запрета и в радиационном захвате мюонов. Для описания состояний ядерной системы, возбуждающихся в результате переходов первого запрета в  $^{16}O$ , использовались два набора волновых функций. В первом наборе основное состояние этого ядра описывалось как дважды магическое, а состояние  $^{16}N$  - в виде суперпозиции частично-дырочных возбуждений. Во втором наборе учитывался вклад  $(2p-2h)$ -конфигураций как в основное (44 компоненты), так и в возбужденные состояния. Соответствующие волновые функции приведены в Приложении В. Волновые функции второго набора (модель С) отличаются от ранее приводимых нами в работе <sup>14/</sup>. При проведении расчетов последние в некоторых случаях были получены неверно. В настоящей работе даются исправленные функции и соответствующие им результаты для обычного  $M$ -захвата. Для описания дипольных состояний ядер  $^{40}Ca$  использовались волновые функции работы <sup>15/</sup>, построенные на базе частично-дырочных возбуждений.

### 4. Результаты расчетов

Результаты расчетов парциальных скоростей переходов приведены в табл. I и в табл.2 для ядра  $^{16}O$ . Скорости обычного  $M$ -захвата даны в единицах  $10^3 \text{ с}^{-1}$ , а радиационного - в  $\text{с}^{-1}$ .

Таблица 1. Скорости переходов в связанные состояния ядра  $^{16}N$  для радиационного  $\Lambda^{2M}(1)$  и обычного  $\Lambda^M(1)$   $M$ -захвата. (Модель С,  $g_p = 7,5g_A$ ) в единицах  $\text{с}^{-1}$  для  $\Lambda^{2M}(1)$  и  $10^3 \text{ с}^{-1}$  для  $\Lambda^M(1)$

| $J_f^{\pi}$       | 0    | 1 <sup>-</sup> | 2 <sup>-</sup> |       |
|-------------------|------|----------------|----------------|-------|
| $\Lambda^{2M}(1)$ | 0,68 | 0,62           | 2,79           | 4,09  |
| $\Lambda^M(1)$    | 1,73 | 2,67           | 10,78          | 15,18 |

Таблица 2. Скорости переходов в состояния непрерывного спектра для радиационного и обычного  $M$ -захвата ядром  $^{16}O$ . (Модель С,  $g_p = 7,5g_A$ ) в единицах  $\text{с}^{-1}$  для  $\Lambda^{2M}$  и  $10^3 \text{ с}^{-1}$  для  $\Lambda^M$ .

| $J_f^{\pi}$    | $\Lambda^M(2)$    | $\Lambda^M(3)$    | $\Lambda^M(4)$    | $\Lambda^M(5)$    | $\Lambda_N^M$    |
|----------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------------------|
| 0 <sup>-</sup> | 8,17              |                   |                   |                   | 8,17             |
| 1 <sup>-</sup> | 3,70              | 2,32              | 13,61             | 16,38             | 36,01            |
| 2 <sup>-</sup> | 0,17              | 0,09              | 18,38             | 5,08              | 23,72            |
| $J_f^{\pi}$    | $\Lambda^{2M}(2)$ | $\Lambda^{2M}(3)$ | $\Lambda^{2M}(4)$ | $\Lambda^{2M}(5)$ | $\Lambda_N^{2M}$ |
| 0 <sup>-</sup> | 2,03              |                   |                   |                   | 2,03             |
| 1 <sup>-</sup> | 0,50              | 0,39              | 2,68              | 1,70              | 5,27             |
| 2 <sup>-</sup> | 0,04              | 0,01              | 4,21              | 1,06              | 5,32             |

При этом вклад в полную скорость обычного захвата мюонов от дипольных переходов оказался равным  $84 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$ . С учетом квадрупольных переходов, скорость которых равна  $9,3 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$ , полная скорость составляет  $93,3 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$ . Для сравнения приведем экспериментальную величину  $93 \cdot 10^3 \div 109 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$ .

В обоих процессах одни и те же состояния вносят основной вклад в полную скорость перехода, хотя распределение по скоростям различных парциальных переходов не совпадает. Последнее относится к переходам на уровни  $J_f^{\pi} = 1^-$ , где в обычном  $M$ -захвате интенсивность возбуждения двух последних состояний почти равна, а в радиационном захвате более интенсивным оказывается переход на уровень  $1_4^-$ .

Как показывают результаты расчета, оба набора волновых функций приводят к близким значениям величины  $R$  (отличие составляет около 5%), хотя абсолютные значения скоростей различаются сильно.

Вклад скоростных членов гамильтониана в величины  $N(k)$  и  $\Delta^{2M}$  составляет около 10%. Наиболее чувствительными к этим членам оказываются переходы на уровни  $J^{\pi} = 0^{-}$ . Однако их вклад в полную сумму не очень велик.

В эффективном гамильтониане имеются также члены, пропорциональные  $1/k$ . Этими членами мы пренебрегли. Их корректный учет требует использования пропагаторов связанного мюона и нуклонов, а также рассмотрения вклада многофотонных диаграмм. Поэтому приводимые величины для скорости радиационного захвата  $\Lambda^{2M}$  следует рассматривать лишь в качестве ориентира.

Полный относительный энергетический спектр  $\gamma$ -квантов  $R(k) = N(k)/\Delta^{2M}$  и спектр, обусловленный переходами в связанные состояния ядра  $^{16}\text{O}$  в зависимости от  $g_p$ , приведены на рис. 1 и 2, а скорости переходов - в табл. 3.

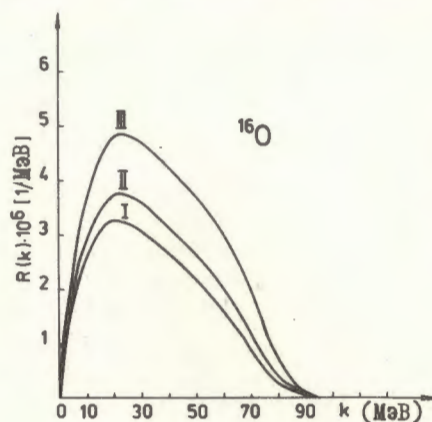


Рис. 1  
Полный спектр  $\gamma$ -квантов ( $R(k) = N(k)/\Delta^{2M}$ ), испускаемых при радиационном захвате мюонов ядром  $^{16}\text{O}$ . Кривые I, II, III соответствуют  $\alpha = 4,6; 7,5; 12$ .

Полный выход  $\gamma$ -квантов в ядре  $^{40}\text{Ca}$  в зависимости от  $g_p$  приведен в табл. 4, а энергетический спектр - на рис. 3. На рисунке также приводятся имеющиеся экспериментальные данные. Эти данные противоречивы, поэтому трудно отдать предпочтение одному из наборов.

Располагая спектрами гамма-квантов, рассчитанными в настоящей работе, можем извлечь средние значения  $\langle k_m \rangle = 95$  МэВ

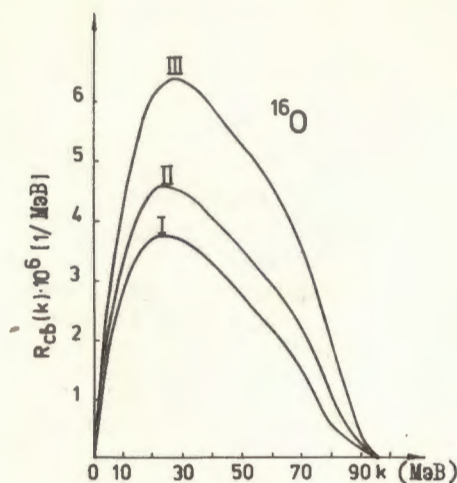


Рис. 2

Спектр  $\gamma$ -квантов ( $R_{cb}(k) = N_{cb}(k)/\Delta_{cb}^{2M}$ ), обусловленный переходами в связанные состояния при радиационном захвате мюонов ядром  $^{16}\text{O}$ .

и  $\langle \nu \rangle = 94$  МэВ; подставляя эти величины в выражение для  $R(k)$ , приведенное в работе <sup>12/</sup>, находим:  $R$  (данная работа) = 1,08  $R$  (Роод и Толхук) для  $^{40}\text{Ca}$ .

Таблица 3. Относительный выход  $\gamma$ -квантов  $R_{cb} = \Lambda_{cb}^{2M}/\Lambda^{2M}$  с возбуждением связанных состояний ядра  $^{16}\text{O}$  и  $R$  - с возбуждением всех состояний в зависимости от  $\alpha$  в единицах  $10^{-4}$ . Ядро  $^{16}\text{O}$ .

| $\alpha$ | $R_{cb}$ | $R$  |
|----------|----------|------|
| 4,6      | 2,14     | 1,68 |
| 7,5      | 2,69     | 2,01 |
| 12       | 3,90     | 2,72 |

Таблица 4. Относительный выход  $\gamma$ -квантов с возбуждением всех состояний отрицательной четности в  $^{40}\text{Ca}$  в зависимости от  $\alpha$  (в единицах  $10^{-4}$ ).

| $\alpha$ | 4,6  | 7,5  | 12   |
|----------|------|------|------|
| $R$      | 2,39 | 2,70 | 3,36 |

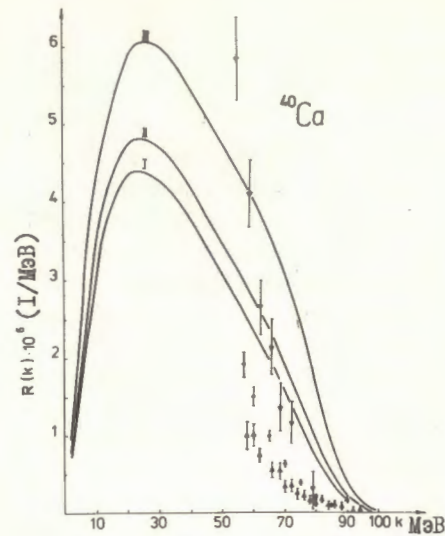


Рис.3  
 Полный спектр  $\gamma$ -квантов, испускаемых при радиационном захвате мюонов ядром  $^{40}\text{Ca}$ :  $\nabla, \circ, \triangle$  - экспериментальные данные соответственно из работ /6,8,7/.

#### Заклучение

Проведенное исследование динамики радиационного захвата мюонов показало, что в этом процессе определяющую роль играют те же состояния ядерной системы, что и в обычном мю-захвате. Основная сила переходов приходится на уровни с  $J^\pi = 2^-$  и частично  $1^-$ . Относительные характеристики процесса  $R$  оказались слабо чувствительными к модели, используемой для описания структуры возбужденных состояний ядерной системы.

Вклад скоростных членов эффективного гамильтониана в характеристики  $N(k)$  и  $\Lambda^{2M}$  пренебрежимо мал в  $^{40}\text{Ca}$ , но возрастает с уменьшением атомного номера. В  $^{16}\text{O}$  он достигает уровня 10%.

На переходы в связанные состояния приходится около 25% интенсивности. Выделение таких переходов в эксперименте позволило бы получить информацию о структуре гамильтониана радиационного  $\mu^-$ -захвата.

Из-за отсутствия надежных экспериментальных данных пока трудно судить, насколько хорошо теория описывает основные закономерности процесса ( $\mu^-; \nu \gamma$ ).

#### ПРИЛОЖЕНИЕ А

1. Поправка  $\Delta(j)$  состоит из двух частей, интерференции между которыми не дает вклада в  $P_{ji}^{(A)}(\vec{k})$ :

$$\Delta(j) = \Delta_1(j) + \Delta_2(j),$$

где в обозначениях работы /2/

$$\Delta_1(j) = \left(\frac{\vec{v}}{2M} \cdot \vec{\epsilon}^\lambda\right) [(g_4 + g_9)(\vec{\epsilon} \cdot \vec{\epsilon}^\lambda) + g_{10}(\vec{v} \cdot \vec{\epsilon}^\lambda)] (\vec{\epsilon}_j \cdot \vec{\epsilon}^{\lambda*});$$

$$\Delta_2(j) = \frac{m_M}{k} [g_A(\vec{\epsilon} \cdot \vec{\epsilon}^{\lambda*}) + g_P^\nu \left(\frac{\vec{v}}{2M} \cdot \vec{\epsilon}^{\lambda*}\right)] (\vec{\epsilon}_j \cdot \vec{\epsilon}^\lambda) \left(\frac{\vec{p}_j}{M} \cdot \vec{\epsilon}^\lambda\right).$$

2. Выражение для коэффициентов  $A_i^{(a)}$ ,  $B_i^{(a)}$ ,  $C_i^{(a)}$  в обозначениях работы /2/

а) для не зависящих от скорости членов

$$A_1^{(1)} = g_1 + g_5 \frac{v}{2M} (y - \lambda); \quad A_1^{(2)} = (g_6 - \lambda g_5) \frac{v}{2M};$$

$$B_1^{(1)} = -\lambda g_3 + g_4 \left(\frac{\vec{\sigma}}{2M} \cdot \hat{k}\right) + g_9 \frac{v}{2M} (y - \lambda);$$

$$B_1^{(2)} = \lambda (g_7 - g_9) \frac{v}{2M} + g_{10} \left(\frac{\vec{\sigma}}{2M} \cdot \hat{k}\right);$$

$$C_1^{(1)} = g_2 - \lambda g_3 y - \lambda g_7 \left(\frac{\vec{\sigma}}{2M} \cdot \hat{k}\right) - g_8 \left(\frac{\vec{\sigma}}{2M} \cdot \hat{v}\right) - \frac{1}{2} (g_4 + g_9 - g_{10}) (1 - y^2) \frac{v}{2M};$$

$$C_1^{(2)} = -\lambda g_3 + \frac{1}{2} g_4 (y + \lambda) \frac{v}{2M} - g_8 \frac{k}{2M} + \frac{1}{2} (y - \lambda) g_9 \frac{v}{2M};$$

б) для скоростных членов:

$$A_2^{(1)} = C_2^{(2)} = g_\nu \lambda_+; \quad A_2^{(2)} = 0;$$

$$A_3^{(1)} = \lambda B_3^{(1)} = \frac{1}{2} \lambda C_3^{(2)} = -\lambda \eta g_A \frac{M}{k};$$

$$A_3^{(2)} = \lambda B_3^{(2)} = -\lambda B_2^{(2)} = -\lambda \eta g_P^\nu \frac{v}{2k};$$

$$B_2^{(1)} = -g_A \lambda_+ + \eta g_A \frac{M}{k}; \quad C_2^{(1)} = g_\nu \lambda_+ (y - \lambda) + \eta g_\nu \frac{2M}{k};$$

$$C_3^{(1)} = \eta g_P^\nu - \eta g_A \frac{2M}{k} y + 2\eta g_P^\nu \frac{M}{k} \left(\frac{\vec{\sigma}}{2M} \cdot \hat{k}\right).$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

В настоящем приложении воспроизводим некоторые детали мультипольного разложения матричного элемента  $M_X^{(a)}$  (уравнение (8))

Воспользуемся следующим разложением:

$$e^{-i(\vec{K}+\vec{V})\vec{r}} = 4\pi \sum_{\ell m} (-i)^\ell j_\ell(sr) Y_{\ell m}^*(\hat{s}) Y_{\ell m}(\hat{r}), \quad (Б.1)$$

где  $\vec{s} = \vec{K} + \vec{V}$ ,  $j_\ell(sr)$  - сферическая функция Бесселя. Условно считаем  $\epsilon^0 = \rho^0 = I$  (единичный оператор), и  $\epsilon^1 = \vec{\epsilon}$ ,  $\rho^1 = \vec{\rho}$ . Тогда наиболее общий одночастичный оператор, который может встретиться в ядерном матричном элементе (8), запишем в виде

$$\epsilon_{M_1}^{I_1} \rho_{M_2}^{I_2} Y_{\ell m}(\hat{r}) = \sum_{I M J N} \begin{bmatrix} I_1 & I_2 & I \\ M_1 & M_2 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & \ell & J \\ M & m & N \end{bmatrix} \cdot [[\epsilon^{I_1} \otimes \rho^{I_2}] \otimes Y_\ell]^J_{MN}, \quad (Б.2)$$

где  $\begin{bmatrix} I & \ell & J \\ M & m & N \end{bmatrix}$  - коэффициент Клебша-Гордана,  $I_1 = I_2 = 0, 1$ . Введем следующее обозначение для приведенного ядерного матричного элемента:

$$T_\alpha(\epsilon^{I_1}, \rho^{I_2}) = \sqrt{\frac{(2I+1)}{4\pi(2J+1)}} \langle J_f || \sum_{j=1}^A r_j^{-1} j_\ell(sr) [[\epsilon^{I_1} \otimes \rho^{I_2}] \otimes Y_\ell]^J || J_f \rangle, \quad (Б.3)$$

где  $\alpha$  соответствует комбинации  $\{I, \ell, J\}$ ,  $J_i$  и  $J_f$  - спины начального и конечного состояний ядра,  $S = [k^2 v^2 + 2kvy]^{1/2}$ . Тогда  $M_X^{(a)} \cdot M_X^{(a)*}$  можно представить через комбинации  $M_X^{(a)}(\alpha)$  (Б.6) матричных элементов  $T_\alpha(\epsilon^{I_1}, \rho^{I_2})$ , как

$$M_X^{(a)} \cdot M_X^{(a)*} = \frac{2J_f+1}{2J_i+1} \sum_{\alpha \alpha'} Q^{(p)}(\alpha, \alpha') M_X^{(a)}(\alpha) \cdot M_X^{(a')}(\alpha'), \quad (Б.4)$$

где  $p = 0$  для  $x = A, B$  и  $p = -\lambda$  для  $x = C$ . Проводя суммирование по проекциям начального и конечного состояний ядра, для  $Q^{(p)}(\alpha, \alpha')$  получаем

$$Q^{(p)}(\alpha, \alpha') = (4\pi)^2 (-1)^{J+p} S_{JJ'} i^{e'-e} \sqrt{\frac{(2\ell+1)(2\ell'+1)}{(2I+1)(2I'+1)}} \times \quad (Б.5)$$

$$\sum_L (-1)^L \sqrt{\frac{4\pi}{2L+1}} \begin{bmatrix} \ell & \ell' & L \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & I' & L \\ p & -p & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell' & \ell & L \\ I & I' & J \end{Bmatrix} Y_{L0}(\hat{s}).$$

Так как  $\hat{k} = \vec{e}_z$ , то сферическая функция  $Y_{L0}(\hat{s})$  зависит только от  $\cos \theta_{sk} = (k+vy)/s$ .

Выражения для  $M_X^{(a)}(\alpha)$  можно получить, используя соотношения (7), (8) и (Б.2)

$$M_A^{(a)}(\alpha) = A_1^{(a)} T_\alpha(1) \delta_{01} + [A_2^{(a)} T_\alpha(\vec{\rho}) + \sqrt{2} A_3^{(a)} T_\alpha(\vec{\epsilon}, \vec{\rho})] \delta_{11};$$

$$M_B^{(a)}(\alpha) = B_1^{(a)} T_\alpha(\vec{\epsilon}) \delta_{11} - [\sqrt{3} B_2^{(a)} + \frac{1}{\sqrt{3}} B_3^{(a)}] T_\alpha(\vec{\epsilon}, \vec{\rho}) \delta_{01} + \sqrt{\frac{2}{3}} B_3^{(a)} T_\alpha(\vec{\epsilon}, \vec{\rho}) \delta_{21}; \quad (Б.6)$$

$$M_C^{(a)}(\alpha) = [C_1^{(a)} T_\alpha(\vec{\epsilon}) + C_2^{(a)} T_\alpha(\vec{\rho}) + \frac{\lambda}{\sqrt{2}} C_3^{(a)} T_\alpha(\vec{\epsilon}, \vec{\rho})] \delta_{11} + \frac{1}{\sqrt{2}} C_3^{(a)} T_\alpha(\vec{\epsilon}, \vec{\rho}) \delta_{21}.$$

Следует заметить, что полученные конечные выражения справедливы не только в выбранной нами, но и в любой системе координат. В этом можно убедиться, если воспользоваться свойствами  $D$ -функций Вигнера, но при этом не нарушая, конечно, условия градиентной инвариантности эффективного гамильтониана.

Приложение В  
Волновые функции ядра I6

| $E^a$ , Мэв | $d_{5/2} P_{3/2}^{-1}$ | $s_{3/2} P_{3/2}^{-1}$ | $d_{3/2} P_{3/2}^{-1}$ | $d_{5/2} P_{3/2}^{-1}$ | $s_{3/2} P_{3/2}^{-1}$ | $d_{3/2} P_{3/2}^{-1}$ |
|-------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 10,52       |                        |                        | 0,0318                 |                        | 0,9598                 |                        |
| 22,16       |                        |                        | 0,9509                 |                        | -0,0508                |                        |
| 11,98       | -0,1585                | -0,0627                | 0,0418                 |                        | 0,9648                 | 0,1384                 |
| 16,27       | -0,2060                | -0,1167                | 0,2736                 |                        | -0,1865                | 0,8905                 |
| 20,10       | -0,4883                | 0,8365                 | 0,1666                 |                        | -0,0267                | -0,0629                |
| 21,89       | 0,7922                 | 0,4912                 | 0,0102                 |                        | 0,1212                 | 0,2663                 |
| 25,49       | 0,1462                 | -0,1183                | 0,9116                 |                        | 0,0184                 | -0,2532                |
| 13,02       | 0,1976                 | -0,0216                | 0,0540                 | 0,9663                 |                        | 0,0273                 |
| 14,99       | -0,0148                | 0,2213                 | -0,0582                | -0,0180                |                        | 0,9582                 |
| 18,24       | -0,5738                | 0,7633                 | 0,1325                 | 0,1309                 |                        | 0,1682                 |
| 19,63       | 0,7518                 | 0,5871                 | -0,1541                | -0,1291                |                        | -0,1400                |
| 23,29       | 0,1899                 | 0,0041                 | 0,9512                 | -0,0964                |                        | 0,0604                 |



### Литература

1. Baer H.W., Crowe C.M., Trübol P. Adv.Nucl.Phys., 1977, 9, p.177.
2. Rood H.A., Tolhoek H.A. Nucl.Phys., 1965, 70, p.658.
3. Балашов В.В., Коренман В.И., Эрамзян Р.А. Поглощение мезонов атомными ядрами, Атомиздат, М., 1978.
4. Eramzhyan R.A., Gmitro M., Sakaev R.A., Tosunjan L.A. Nucl.Phys., 1977, A290, p.294.
5. Donnelly T.W., Walker G.E. Ann.Phys., 1970, 60, p.209.
6. Conversi G.M., Diebold R. and Dilella L. Phys.Rev., 1964, 136, B1077.
7. Rosenstein L.M., Hammerman I.S. Phys.Rev., 1973, 8, p.603.
8. Hart R.D. et al. Phys.Rev.Lett., 1977, 39, p.399.

Рукопись поступила в издательский отдел  
21 ноября 1979 года.