объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P2 - 12862

Н.А.Свешников

АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА В ЗАРЯДОВОСИММЕТРИЧНОЙ МОДЕЛИ

1979

P2 - 12862

Н.А.Свешников

АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА В ЗАРЯДОВОСИММЕТРИЧНОЙ МОДЕЛИ

Направлено в ТМФ

Свешников Н.А. Р2 - 12862

Асимптотическая динамика в зарядовосимметричной модели

В приближении главных инфракрасных расходимостей построено выражение для сингулярной части оператора асимптотической эволюции с гамильтонианом взаимодействия $g\bar{\psi}\vec{\tau}\psi\vec{\phi}$, где $\vec{\phi}$ - триплет безмассовых скалярных полей.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

Sveshnikov N.A. P2 - 12862

Asymptotic Dynamics in the Charge-Symmetric Model

An explicit expression is constructed in the leading-log approximation for the singular part of the operator of asymptotic evolution in the $g\bar{\psi}\vec{\tau}\psi\vec{\tau}$ theory, where $\vec{\phi}$ is a massless scalar isotriplet.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

Одна из основных трудностей квантовой хромодинамики /КХД/ связана с отсутствием в настоящее время корректного определения S-матрицы в этой теории вследствие сильных инфракрасных расходимостей в матричных элементах между фоковскими состояниями. Опыт решения инфракрасных проблем в квантовой электродинамике /КЭД/ указывает на то, что в таком случае пространство асимптотических состояний, по-видимому, существенно отличается от фоковского. Как известно[1,2], в КЭД можно построить нефоковское пространство асимптотических состояний, в котором S-матрица инфракрасно-конечна. Последовательную процедуру такого построения для КЭД дает метод асимптотической динамики, предложенный П.П.Кулишем и Л.Д.Фаддеевым в работе[1]. С нашей точки зрения, весьма привлекательной является попытка применения этого метода для решения инфракрасных проблем в КХД. Это связано как с математической красотой метода асимптотической динамики, так и с физическими надеждами на то, что возникающая перестройка пространства состояний позволит теоретически объяснить невылетание кварков.

Напомним вкратце схему метода асимптотической динамики. Руководящей физической идеей является представление о том, что картина свободного движения частиц при $t \to \pm\infty$ оказывается слишком грубой из-за наличия безмассовых полей, приводящих к возникновению дальнодействующих сил. Математически это выражается в утверждении о необходимости перехода от представления взаимодействия к представлению асимптотической динамики, т.е. в добавлении к свободному гамильтониану остаточного взаимодействия частиц:

$$H_0 \to H_0 + H_{as}(t).$$

Пространство асимптотических состояний имеет тогда вид

$$\mathcal{H}^{\pm}_{as} = \lim_{t \to \pm\infty} U_{as}(t)\,\mathcal{H}_0 , \qquad /1/$$

где пространство $\mathcal{H}_0$ определяется свободным гамильтонианом, а оператор асимптотической эволюции $U_{as}(t)$ есть решение уравнения

$$i\frac{d}{dt}U_{as}(t)=H_{as}(t)\ U_{as}(t);$$
$$U_{as}(0)=1. \qquad /2/$$

Напомним, что пространство $\mathcal{H}_0$ не является фоковским при наличии безмассовых частиц [1,2]. Одновременно оператор $U_{as}(t)$ не имеет из-за инфракрасных расходимостей собственного предела при $t\to\pm\infty$ в фоковском пространстве. Можно, однако, провести все рассмотрение в соответствующем пространстве Фока, введя какую-либо регуляризацию инфракрасных особенностей. В настоящей работе, как и в [3], мы будем использовать размерную регуляризацию, т.е. перейдем в пространство размерности $n=4+\epsilon$, $\epsilon>0$. При этом несобственный характер операторов $U_{as}(\pm\infty)$ будет проявляться через их сингулярную зависимость от ϵ при $\epsilon\to 0$. Такие сингулярности приводят к возможностям переходов между различными когерентными подпространствами $\mathcal{H}_0$ [1-3] и тем самым к существенно нефоковскому пространству состояний. В силу последнего замечания наибольший физический интерес представляет изучение именно сингулярной части $U_{as}(\pm\infty)$[3], знание которой позволяет описать отличие пространства асимптотических состояний от фоковского.

Как видно из вышеизложенного, конкретная реализация метода асимптотической динамики налагает два условия на асимптотический гамильтониан:

1. Для корректности всего метода в H_{as} достаточно полно должно быть учтено остаточное взаимодействие, т.е. S-матрица в представлении асимптотической динамики

$$S_{as}=T\exp(-i\int_{-\infty}^{\infty}dt(H-H_{as}(t))[\phi_{as}(t)]\,dt)$$

инфракрасно-конечна.

2. Можно построить явно решение уравнения /2/ или хотя бы вычислить сингулярную часть оператора асимптотической эволюции. К сожалению, совокупность этих условий сводит круг теорий, в которых удалось к настоящему времени построить представление асимптотической динамики, к КЭД и сходным по структуре взаимодействия моделям. Возникающие трудности наиболее ярко проявляются на примере КХД. В этой теории наличие самодействия глюонов делает затруднительным уже само построение асимптотического гамильтониана, для которого можно

было бы надеяться получить решение /2/. Если ограничиться рассмотрением члена, описывающего взаимодействие глюонов с кварками, то соответствующий асимптотический гамильтониан построить достаточно легко, но решить уравнения для оператора асимптотической эволюции не удается. Возникающие здесь трудности, связанные с неабелевостью группы внутренней симметрии, можно изучить на примере зарядово-симметричной теории [4-6] с гамильтонианом взаимодействия

$$H_{int}=g\bar{\psi}\vec{\tau}\psi\vec{\phi},$$

где ψ - изодублет спиноров массы m, $\vec{\phi}$ - безмассовый скалярный изотриплет, $\vec{\tau}$ - матрицы Паули.

В работах [4,5] на основе метода асимптотической динамики получены предсказания относительно поведения пропагатора фермионов в данной модели вблизи массовой поверхности, заметно отличающиеся от соответствующих выражений в КЭД. В [6] содержится попытка построения асимптотических состояний для данной теории с помощью вариационного метода в представлении когерентных состояний. Полученные результаты указывают на то, что пространство асимптотических состояний в зарядово-симметричной теории, по-видимому, существенно отличается как от фоковского, так и от пространства асимптотических состояний КЭД.

Целью настоящей работы является построение явного выражения для сингулярной части оператора асимптотической эволюции в приближении главных инфракрасных расходимостей.

Процедура построения асимптотического гамильтониана в рассматриваемой модели полностью аналогична соответствующей процедуре в КЭД [1] и приводит к следующему выражению для асимптотического гамильтониана в представлении взаимодействия:

$$H_{as}(t)=\frac{gm}{(2\pi)^{\frac{3+\epsilon}{2}}}\int\frac{d\vec{p}}{2E^2_{\vec{p}}}\frac{d\vec{k}}{2\omega^2_{\vec{k}}}f_T(\vec{p},\vec{k},t)\vec{\rho}(\vec{p})\times$$
$$\times(e^{i\frac{pk}{E}t}\vec{\phi}^+(\vec{k})+e^{-i\frac{pk}{E}t}\vec{\phi}(\vec{k})), \qquad /3/$$

где $E_{\vec{p}}=(\vec{p}^2+m^2)^{1/2}$, $\omega_{\vec{k}}=|\vec{k}|$, $\vec{k}=\omega_{\vec{k}}\hat{\vec{k}}$.

В формуле /3/ используется та же нормировка полевых операторов, что и в работе [3]:

$$\vec{\phi}(x)=\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3+\epsilon}{2}}}\int\frac{d\vec{k}}{2\omega^2_{\vec{k}}}(e^{ikx}\vec{\phi}^+(\vec{k})+e^{-ikx}\vec{\phi}(\vec{k})),$$

$$\psi_a(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3+\epsilon}{2}}} \int \frac{d\vec{p}}{2E_{\vec{p}}} \left(e^{ipx}\, d^{+}_{as}(\vec{p})\, v^{s}(\vec{p}) + e^{-ipx}\, b_{as}(\vec{p})\, u^{s}(\vec{p})\right).$$

Оператор $\vec{\rho}(\vec{p})$ имеет вид $\vec{\rho}_{+}(\vec{p})+\vec{\rho}_{-}(\vec{p})$, где

$$\vec{\rho}_{+}(\vec{p}) = \sum_s b^{+}_{as}(\vec{p})\, \vec{r}_{\alpha\beta}\, b_{\beta s}(\vec{p}), \qquad \vec{\rho}_{-}(\vec{p}) = \sum_s d^{+}_{as}(\vec{p})\, \vec{r}_{\beta\alpha}\, d_{\beta s}(\vec{p}).$$

Инфракрасный формфактор f_T удовлетворяет обычным условиям [3]:

$$\begin{cases} f_T(\vec{p},\vec{k},t) = 0, & |t| \le T, \\ f_T(\vec{p},\vec{k},t) = 1, & |t| > T \quad \omega_{\vec{k}} = 0, \\ f_T(\vec{p},\vec{k},t) = 0, & \forall\ t \quad \text{при } \omega > \omega_0 \text{ равномерно по } \vec{p}, \end{cases} \qquad /4/$$

где $T \gg \frac{1}{m}$, $\quad 0 < \omega_0 \ll m$.

Из приводимых ниже выкладок следует, что главная сингулярная часть оператора асимптотической эволюции не зависит от явного вида f_T при условиях /4/.

Мы будем ниже пользоваться обозначениями работы [3] для сокращения записи формул. В частности,

$$\vec{\rho}\circ\vec{A} \equiv \int \frac{d\vec{p}}{2E_{\vec{p}}}\, \vec{\rho}(\vec{p})\vec{A}(\vec{p}),$$

$$\vec{a}\circ\vec{\phi}^{+}_{\epsilon} \equiv \int \frac{d\vec{k}}{2\omega^{3}_{\vec{k}}}\, \vec{a}(k)\vec{\phi}^{+}(\vec{k}).$$

В этих обозначениях уравнение /2/ имеет вид

$$i\frac{d}{dt}U_{as}(t) = \vec{\rho}\circ(F_t \circ \vec{\phi}^{+}_{\epsilon} + F^{*}_{t}\circ\vec{\phi}_{\epsilon})\,U_{as}(t), \qquad /5/$$

$$U_{as}(0) = 1,$$

где

$$F_t(\vec{p},\vec{k}) = \frac{gm}{(2\pi)^{\frac{3+\epsilon}{2}}}\, \frac{\omega_{\vec{k}}}{E_{\vec{p}}}\, e^{i\frac{pk}{E}t}\, f_T(\vec{p},\vec{k},t).$$

Решение уравнения /5/ можно записать в виде T-экспоненты: при $|t| > T$

$$U_{as}(t) = T\exp\Big(-i\,\mathrm{sgn}\,t \int_T^{|t|} d\tau\, \vec{\rho}\circ(F_{\tau\,\mathrm{sgn}\,t}\circ\vec{\phi}^{+}_{\epsilon} + F^{*}_{\tau\,\mathrm{sgn}\,t}\circ\vec{\phi}_{\epsilon})\Big). \qquad /6/$$

Воспользовавшись коммутативностью операторов под знаком T-произведения, представим /6/ в виде

$$U_{as}(t) = \int D\vec{p}\,D\vec{q}\; T\exp\Big(-i\int_T^{|t|} d\tau\, \vec{\rho}\circ\vec{q}_\tau\Big)\exp\Big(i\int_T^{|t|} d\tau\, \vec{p}_\tau\circ\vec{q}_\tau\Big)\times$$
$$T\exp\Big(-i\,\mathrm{sgn}\,t\int_T^{|t|} d\tau\, \vec{p}_\tau\circ(F_{\tau\,\mathrm{sgn}\,t}\circ\vec{\phi}^{+}_{\epsilon} + F^{*}_{\tau\,\mathrm{sgn}\,t}\circ\vec{\phi}_{\epsilon})\Big), \qquad /7/$$

где $D\vec{p}$, $D\vec{q}$ - соответствующим образом нормированные функциональные меры.

Положим

$$U_{\phi}(t;\vec{p}) = T\exp\Big(-i\,\mathrm{sgn}\,t\int_T^{|t|} d\tau\, \vec{p}_\tau\circ(F_{\tau\,\mathrm{sgn}\,t}\circ\vec{\phi}^{+}_{\epsilon} + F^{*}_{\tau\,\mathrm{sgn}\,t}\circ\vec{\phi}_{\epsilon})\Big), \qquad /8/$$

$$U_{\rho}(t;\vec{q}) = T\exp\Big(-i\int_T^{|t|} d\tau\, \vec{\rho}\circ\vec{q}_\tau\Big). \qquad /9/$$

Легко показать, что

$$U_{\phi}(t;\vec{p}) = \exp\Big(-i\,\mathrm{sgn}\,t\int_T^{|t|} d\tau\, \vec{p}_\tau\circ(F_{\tau\,\mathrm{sgn}\,t}\circ\vec{\phi}^{+}_{\epsilon} + F^{*}_{\mathrm{sgn}\,t}\circ\vec{\phi}_{\epsilon})\Big)\times$$
$$\times\exp\Big(i\int_T^{|t|} d\tau\int_T^{\tau} ds\, \vec{p}_\tau\circ\mathrm{Im}\,(F_{\tau\,\mathrm{sgn}\,t}\circ F^{*}_{s\,\mathrm{sgn}\,t})_{\epsilon}\circ\vec{p}_s\Big). \qquad /10/$$

В выражении /9/ можно также избавиться от T-экспоненты:

$$U_{\rho}(t,\vec{q}) = \exp\big(-i(\vec{\rho}_{+}\circ\vec{A}_{+}(t;\vec{q}) + \vec{\rho}_{-}\circ\vec{A}_{-}(t;\vec{q}))\big), \qquad /11/$$

где, однако, функции $\vec{A}_{\pm}(t;\vec{q})$ определяются сложными нелинейными уравнениями ($\vec{A}_{\pm} \equiv A_{\pm}\vec{n}_{\pm}$; $\vec{n}^{2}_{\pm} = 1$):

$$\frac{d\vec{A}_{\pm}}{dt} = \vec{n}_{\pm}\vec{n}_{\pm}\cdot\vec{q} + A_{\pm}\,\mathrm{ctg}\,A_{\pm}\,(\vec{q} - \vec{n}_{\pm}\vec{n}_{\pm}\cdot\vec{q}) \pm [\vec{A}_{\pm}\times\vec{q}],$$

$$\vec{A}_{\pm}(T;\vec{q}) = 0,$$

решить которые явно не удается. Сложный вид /11/ является следствием неабелевости группы симметрии, которая проявляется на этом этапе в некоммутативности компонент операторов $\vec{\rho}_{\pm}$.

Мы попытаемся обойти появившиеся сложности и получить физически интересную информацию об асимптотической динамике рассматриваемой модели, пользуясь следующими соображениями. Как уже указывалось, перестройка пространства асимптотических состояний связана с сингулярной по ϵ частью оператора асимптотической эволюции. Для выделения главных сингулярных частей $U^{\pm}_{sing}$ операторов $U_{as}(\pm\infty)$ совершим предельный переход

$$\epsilon \to 0, \quad T \to \infty, \quad \epsilon T^{\epsilon} = \lambda^{-1}, \qquad /12/$$

что соответствует учету лидирующих инфракрасных расходимостей в матричных элементах. В пределе $\lambda \to \infty$ сингулярная по λ часть операторов $U^{\pm}_{sing}$ описывает переход к нефоковским пространствам асимптотических состояний.

Для выделения явной зависимости от λ совершим в /7/ замены переменных

$$t = T(1-x)^{-\frac{1}{\epsilon}},$$

$$\vec{p}\,(\vec{p}, T(1-x)^{-1/\epsilon}) = \vec{P}(\vec{p}, x),$$

$$\vec{q}(\vec{p}, T(1-x)^{-1/\epsilon}) = T^{-1-\epsilon}(1-x)^{1+\frac{1}{\epsilon}}\,\vec{Q}(\vec{p}, x).$$

Тогда в пределе /12/ получим независимо от явного вида формфактора

$$\int_T^\infty d\tau\, \vec{p}_\tau \circ (F_{\pm\tau} \circ \vec{\phi}^{\,+}_{\epsilon} + F^*_{\pm\tau} \circ \vec{\phi}_{\epsilon}) \to \pm i\lambda \int_0^1 dx\, \vec{P}_x \circ \vec{\Phi},$$

$$\int_T^\infty d\tau \int_T^\tau ds\, \vec{p}_\tau \circ \mathrm{Im}(F_{\pm\tau} \circ F^*_{\pm s})_\epsilon \circ \vec{p}_s \to \pm\lambda \int_0^1 dx\, \vec{P}_x \circ R \circ \vec{P}_x,$$

где

$$\vec{\Phi}(\vec{p}) = \frac{gm}{(2\pi)^{\frac{3+\epsilon}{2}}} \int \frac{d\hat{\vec{k}}}{2}\, \frac{\vec{\phi}^{\,+}(\hat{\vec{k}}) - \phi(\hat{\vec{k}})}{p\hat{k}},$$

$$R(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{g^2}{8\pi}\left(\frac{pq^2}{m^4} - 1\right)^{-1/2}.$$

Отсюда

$$U^{\pm}_{sing}(\lambda) = \int D\vec{P}\, D\vec{Q}\, \exp\Big(\lambda \int_0^1 dx (\vec{P}_x \circ \vec{\Phi} \pm i\vec{P}_x \circ R \circ \vec{P}_x + i\vec{P}_x \circ \vec{Q}_x)\, T \exp\big(-i\lambda \int_0^1 \vec{\rho} \circ \vec{Q}_x\, dx\big). \qquad /13/$$

Проводя в /13/ интегрирование по $\vec{P}$ и $\vec{Q}$ под знаком T-экспоненты, получаем явное выражение для главной сингулярной части оператора асимптотической эволюции:

$$U^{\pm}_{sing}(\lambda) = \exp(\lambda(\vec{\rho} \circ \vec{\Phi} \pm i\vec{\rho} \circ R \circ \vec{\rho})).$$

В качестве пространства асимптотических состояний в используемом приближении можно выбрать[8]

$$U^{\pm}_{sing}(\lambda)\; \mathcal{F}_q \otimes \mathcal{F}_\Delta \otimes |0\rangle,$$

где $\mathcal{F}_q$, $\mathcal{F}_\Delta$ - фоковские пространства для массивных частиц и безмассовых частиц ненулевой энергии соответственно, $|0\rangle$ - вакуум для безмассовых частиц нулевой энергии. Подробное исследование структуры этого пространства мы предполагаем провести в последующих публикациях.

В заключение автор хотел бы выразить свою признательность Д.В.Ширкову за внимание к работе, И.Я.Арефьевой и П.П.Кулишу за заинтересованные обсуждения и полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кулиш П.П., Фаддеев Л.Д. ТМФ, 1970, 4, с.153.
2. Zwanziger D.Phys.Rev., 1975,D11,p.3481; 1975,D11, p.3504.
3. Свешников Н.А. ОИЯИ, P2-12267, Дубна, 1979.
4. Кулиш П.П., Попов В.Н. Вопросы квантовой теории поля и статистической физики. Записки научн. сем. ЛОМИ, 1978, 77, с.124.
5. Popov V.N., Wu T.T. Preprint TH. 2615-CERN, Geneva,1978.
6. Бажанов В.В., Пронько Г.П., Строганов Ю.Г. Препринт ИФВЭ, ОТФ 76-113, Серпухов, 1976.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 октября 1979 года.