сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2 - 12770

Нгуен Тхи Хонг

СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ОПЕРАТОРОВ АДРОНОВ ПО ОТНОШЕНИЮ К ГРУППЕ SU(4)

1979

P2 - 12770

Нгуен Тхи Хонг

СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ОПЕРАТОРОВ АДРОНОВ ПО ОТНОШЕНИЮ К ГРУППЕ SU(4)

Нгуен Тхи Хонг P2 - 12770

Свойства электромагнитных операторов адронов по отношению к группе SU(4)

Изучены алгебраические свойства электромагнитных операторов адронов по отношению к группе симметрии SU(4). Для установления соотношений между экспериментально измеряемыми величинами, касающимися наблюдаемых адронов, наряду с обычной редукцией группы SU(4) к подгруппам SU(3) и SU(2) проводится также классификация адронов по редукции

$SU(4) \supset \widetilde{SU}(3) \supset SU(2)_{\tilde{U}}$.

Для расщеплений масс адронов за счет электромагнитного взаимодействия получены различные правила сумм. Рассмотрены также инклюзивные процессы аннигиляции пары e^+e^- и установлены некоторые соотношения между их сечениями как следствия SU(4) -симметрии.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

Nguyen Thi Hong P2 - 12770

SU(4) Electromagnetic Properties of Charmed Hadrons

The SU(4) structure of electromagnetic operators is considered. The classification of hadrons according to the decomposition $SU(4) \supset \widetilde{SU}(3) \supset SU(2)_{\tilde{U}}$ is given. The sum rules for the electromagnetic mass splitting of hadrons as well as for the cross-section of inclusive e^+e^--annihilation processes are obtained.

The investigations has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

Открытие очарованных адронов служит большим стимулом для изучения SU(4) -симметрии, предложенной ранее многими авторами /1-5/. Цель настоящей работы - изучить SU(4) - структуру электромагнитных операторов и рассмотреть некоторые их применения.

§1. SU(4) -СИММЕТРИЧНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ОПЕРАТОРЫ

Пусть F_a -операторы группы симметрии SU(4). Выводим общий вид операторов, которые преобразуются как произведение операторов электрического заряда. Мы будем использовать модель, в которой кварки принадлежат первому фундаментальному представлению группы SU(4), притом кварк имеет электрический заряд +2/3, гиперзаряд 1/3 и чарм 1. Тогда операторы изоспина 1, электрического заряда Q, гиперзаряда Y, и чарма C выражаются через F_a соотношениями:

$$I_a = F_a , \quad a = 1,2,3,$$

$$Q = F_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} F_8 - \frac{2}{\sqrt{6}} F_{15} + \frac{1}{6}(n - \bar{n}) , \qquad /1.1/$$

$$Y = \frac{2}{\sqrt{3}} F_8 - \frac{1}{\sqrt{6}} F_{15} + \frac{1}{12}(n - \bar{n}) ,$$

$$C = - \frac{3}{\sqrt{6}} F_{15} + \frac{1}{4}(n - \bar{n}) ,$$

где $n(\bar{n})$ - число кварков /антикварков/ в адроне данного мультиплета.

Имеется, вообще говоря, три типа "векторных" операторов, из которых можно построить любой тензорный оператор:

$$F_a,\ d_{abc}F_bF_c,\ d_{abe}d_{ecd}F_bF_cF_d, \qquad /1.2/$$

где d_{abc} – константа, появляющаяся в антикоммутаторах $SU(4)$ -матриц Гелл-Манна λ_a,

$$\{\lambda_a,\lambda_b\} = 2d_{abc}\lambda_c + \delta_{ab}.$$

Однако в рамках теории цветных кварков все наблюдаемые адроны есть цветные синглеты, строящиеся из трех кварков или пары кварк-антикварк и, следовательно, принадлежат к так называемым представлениям с вырождением[6]. Для этих представлений векторный оператор третьего порядка $d_{abe}d_{ecd}F_bF_cF_d$ может быть выражен через векторные операторы первого и второго порядков, F_a и $d_{abc}F_bF_c$. Таким образом, мы можем написать следующее выражение для оператора $Q^{(n)}$, преобразующегося как произведение n операторов Q :

$$Q^{(n)} = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{i} C_{ij}(F_Q)^j(D_Q)^{i-j}, \qquad /1.3/$$

где C_{ij} – некоторые константы по отношению к преобразованиям $SU(4)$,

$$F_Q = F_3 + \frac{1}{\sqrt{3}}F_8 - \frac{2}{\sqrt{6}}F_{15},$$
$$D_Q = D_3 + \frac{1}{\sqrt{3}}D_8 - \frac{2}{\sqrt{6}}D_{15}, \quad D_a = f_{abc}F_bF_c. \qquad /1.4/$$

Выразим теперь D_Q через операторы, соответствующие определенным квантовым числам частицы в мультиплете. Операторы D_8 и D_{15} были вычислены в работе[7].

Имеем:

$$\frac{1}{\sqrt{3}}D_8 - \frac{2}{\sqrt{6}}D_{15} = -\frac{1}{2}K + \frac{1}{2}\tilde{K} - \frac{1}{6}Y^2 - \frac{1}{6}C^2 - \qquad /1.5/$$
$$-\frac{1}{12}(n-\bar{n})C + \frac{1}{36}(n-\bar{n})Y + \frac{1}{108}(n-\bar{n})^2,$$

где через K обозначается оператор Казимира второго порядка для подгруппы $SU(3)$:

$$K = \sum_{a=1}^{8} F_a^2,$$

$\tilde{K}$ – такой же оператор для некоторой другой подгруппы $\widetilde{SU}(3)$,

$$\tilde{K} = \sum_{a=1}^{8}\tilde{F}_a^2,$$
$$\tilde{F}_1 = F_1,\ \tilde{F}_2 = F_2,\ \tilde{F}_3 = F_3,\ \tilde{F}_4 = F_9,\ \tilde{F}_5 = F_{10},$$
$$\tilde{F}_6 = F_{11},\ \tilde{F}_7 = F_{12},\ \tilde{F}_8 = \frac{1}{3}F_8 + \frac{2\sqrt{2}}{3}F_{15}.$$

Используя явные значения d_{3bc}, получаем:

$$D_3 = \frac{2}{\sqrt{3}}F_3F_8 + \frac{1}{2}(F_4^2 + F_5^2) - \frac{1}{2}(F_6^2 + F_7^2) + \qquad /1.6/$$
$$+\frac{2}{\sqrt{6}}F_3F_{15} + \frac{1}{2}(F_9^2 + F_{10}^2) - \frac{1}{2}(F_{11}^2 + F_{12}^2).$$

Учитывая, что генераторы

$$U_1 = F_6,\ U_2 = F_7,\ U_3 = -\frac{1}{3}F_3 + \frac{\sqrt{3}}{2}F_8 \qquad /1.7/$$

образуют подалгебру U -спина[8] $SU(3)$ -алгебры, преобразуем члены

$$\frac{1}{2}(F_4^2 + F_5^2) - \frac{1}{2}(F_6^2 + F_7^2)$$

следующим образом:

$$\frac{1}{2}(F_4^2 + F_5^2) - \frac{1}{2}(F_6^2 + F_7^2) = \qquad /1.8/$$
$$= \frac{1}{2}K - \frac{1}{2}I^2 - U^2 + \frac{1}{4}F_3^2 + \frac{1}{4}F_8^2 - \frac{\sqrt{3}}{2}F_3F_8.$$

Далее, заметим, что генераторы

$$\tilde{U}_1 = F_{11},\ \tilde{U}_2 = F_{12},\ \tilde{U}_3 = -\frac{1}{2}F_3 + \frac{1}{2\sqrt{3}}F_8 + \sqrt{\frac{2}{3}}F_{15} \qquad /1.9/$$

образуют подалгебру $\widetilde{SU}(3)$ алгебры, которую будем называть $\tilde{U}$ -спином. Учитывая это, преобразуем члены $\frac{1}{2}(F_9^2 + F_{10}^2) - \frac{1}{2}(F_{11}^2 + F_{12}^2)$ таким же путем, как и в /10/, и получаем:

$$\frac{1}{2}(F_9^2 + F_{10}^2) - \frac{1}{2}(F_{11}^2 + F_{12}^2) =$$

$$= \frac{1}{2}\tilde{K} - \frac{1}{2}I^2 - \tilde{U}^2 + \frac{1}{4}F_3^2 + \frac{1}{36}F_8^2 + \frac{2}{9}F_{15}^2 -$$
$$- \frac{1}{2\sqrt{3}}F_3 F_8 - \sqrt{\frac{2}{3}}F_3 F_{15} + \frac{\sqrt{2}}{9}F_8 F_{15}. \qquad /1.10/$$

Подставляя /1.8/ и /1.10/ в /1.6/, мы имеем / с учетом /1.1/:

$$D_3 = \frac{1}{2}(K + \tilde{K}) - I^2 - U^2 - \tilde{U}^2 + \frac{1}{2}Q^2 + \frac{1}{3}Y^2 +$$
$$+ \frac{1}{3}C^2 - \frac{1}{2}QY - \frac{1}{2}QC + \frac{1}{36}(n - \bar{n})Y - \qquad /1.11/$$
$$- \frac{1}{12}(n - \bar{n})C + \frac{1}{108}(n - \bar{n})^2.$$

В результате переходим к формуле:

$$Q^{(n)} = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{i} C_{ij}\,[Q - \frac{1}{2}]^j\,[\tilde{K} - I^2 - U^2 - \tilde{U}^2 +$$
$$+ \frac{1}{2}Q^2 + \frac{1}{6}Y^2 + \frac{1}{6}C^2 - \frac{1}{2}QY - \frac{1}{2}QC - \frac{1}{2}C + \frac{1}{6}Y + \frac{1}{6}]^{i-j} \qquad /1.12/$$

для барионных мультиплетов и

$$Q^{(n)} = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{i} C_{ij}\,Q^j\,[\tilde{K} - I^2 - U^2 - \tilde{U}^2 + \frac{1}{2}Q^2 +$$
$$+ \frac{1}{6}Y^2 + \frac{1}{6}C^2 - \frac{1}{2}QY - \frac{1}{2}QC]^{i-j} \qquad /1.13/$$

для мезонных мультиплетов.

§2. SU(3) - и $\tilde{U}$ -КЛАССИФИКАЦИЯ

Для применения оператора /1.12/ или /1.13/ к конкретным адронам мы должны знать их значения $\tilde{K}$, $\tilde{U}$, или, что то же самое, к каким представлениям подгрупп SU(3) и $\tilde{U}$ они принадлежат. Для SU(3) -классификации мы отметим, что оператор $-2\sqrt{2}F_8 + F_{15}$ коммутирует со всеми генераторами подалгебры SU(3) и, следовательно, соответствующее ему квантовое число принимает одинаковое значение для всех членов данного представления SU(3) -подгруппы. С другой стороны, из уравнений /1.1/ следует:

$$-2\sqrt{2}F_8 + F_{15} = -\sqrt{6}Y + \frac{1}{2\sqrt{6}}(n - \bar{n}). \qquad /2.1/$$

Таким образом, гиперзаряд Y может быть использован для разделения членов из разных $\widetilde{SU}(3)$ -мультиплетов. Что касается членов одного и того же $\widetilde{SU}(3)$ -мультиплета, то они отличаются друг от друга изоспином и чармом, так как

$$\tilde{F}_{1,2,3} = I_{1,2,3}, \qquad /2.2/$$
$$\tilde{F}_8 = \frac{1}{2\sqrt{3}}Y - \frac{\sqrt{3}}{2}C + \frac{1}{3\sqrt{3}}(n - \bar{n}).$$

Для $\tilde{U}$ -классификации мы отметим, что оператор $\tilde{F}_3 + \frac{1}{\sqrt{3}}\tilde{F}_8$ коммутирует с генераторами /1.9/ алгебры $\tilde{U}$-спина. С другой стороны,

$$\tilde{F}_3 + \frac{1}{\sqrt{3}}\tilde{F}_8 = Q - \frac{1}{3}Y - C + \frac{1}{9}(n - \bar{n}). \qquad /2.3/$$

Таким образом, члены одного и того же $\tilde{U}$ -подмультиплета имеют одинаковое значение Q−C. Они отличаются друг от друга зарядом Q /или чармом C /, так как

$$\tilde{U}_3 = -\frac{1}{2}F_3 + \frac{1}{2\sqrt{3}}F_8 + \sqrt{\frac{2}{3}}F_{15} = \frac{1}{2}(Y - Q - C) + \frac{1}{6}(n - \bar{n}). \qquad /2.4/$$

Эти замечания позволяют нам провести классификацию по редукции $SU(4) \supset \widetilde{SU}(3) \supset SU(2)_{\tilde{U}}$ довольно просто, если известно SU(3)-содержание данного SU(4) -мультиплета. Рассмотрим конкретные случаи.

а/ 20-плет $1/2^+$ барионов

Этот мультиплет описывается спинором третьего ранга $\psi_{[ij]k}$, удовлетворяющим условиям:

$$\psi_{[ij]k} = -\psi_{[ji]k},$$
$$\psi_{[ij]k} + \psi_{[jk]i} + \psi_{[ki]j} = 0.$$

Его SU(3)-содержание таково:

$$20 = 8 + 6 + \bar{3} + 3,$$

со следующим распределением * :

- Октет с $C=0$:

$Y = 1, \quad I = 1/2: \quad p, n,$
$Y = 0, \quad I = 1: \quad \Sigma^+, \Sigma^\circ, \Sigma^-,$
$Y = 0, \quad I = 0: \quad \lambda,$
$Y = -1, \quad I = 1/2: \quad \Xi^\circ, \Xi^-.$

Его распределение по U-спину:

дублет: $p, \Sigma^+,$
триплет: $n, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}\lambda - \frac{1}{2}\Sigma^\circ, \Xi^\circ,$
синглет: $\frac{1}{2}\lambda + \frac{\sqrt{3}}{2}\Sigma^\circ,$
дублет: Σ^-, Ξ^-

- 6-плет с $C=1$:

$Y=1, \quad I=1: \quad R^{++}, R^+, R^\circ,$
$Y=0, \quad I=1/2: \quad S^+, S^\circ,$
$Y=-1, \quad I=0: \quad T^\circ.$

Его распределение по U-спину:

триплет: $R^\circ, S^\circ, T^\circ,$
дублет: $R^+, S^+,$
синглет: $R^{++}.$

- $\bar{3}$-плет с $C=1$:

$Y=1, \quad I=0: \quad A^+,$
$Y=0, \quad I=1/2: \quad B^+, B^\circ.$

Его распределение по U-спину:

синглет: $B^\circ,$
дублет: $A^+, B^+.$

- 3-плет с $C=2$:

$Y=1, \quad I=1/2: \quad U^{++}, U^+,$
$Y=0, \quad I=0: \quad V^+.$

Его распределение по U-спину:

дублет: $U^+, V^+,$
синглет: $U^{++}.$

---

* Мы используем такие же обозначения для частиц, что и в работе /7/ .

Отсюда видно, что почти все эти частицы есть определенные состояния по отношению к редукции $SU(4) \supset \widetilde{SU}(3) \supset SU(2)_{\tilde{U}}$ за исключением частиц S и B, которые имеют идентичные квантовые числа Y, I и C и поэтому входят в $\widetilde{SU}(3)$-мультиплеты с определенным смешиванием, и частиц A^+ и R^+, которые имеют идентичные квантовые числа Y, Q и C и поэтому входят в $\tilde{U}$-мультиплеты тоже с определенным смешиванием. Эти смешивания можно легко найти из закона преобразования для волновых функций частиц. В результате имеем:

- Октет с $Y=1$:

$C = 0, \quad I = 1/2: \quad p, n,$
$C = 1, \quad I = 1: \quad R^{++}, R^+, R^\circ,$
$C = 1, \quad I = 0: \quad A^+,$
$C = 2, \quad I = 1/2: \quad U^{++}, U^+.$

Его распределение по $\tilde{U}$-спину:

дублет: $p, R^{++},$
триплет: $n, \frac{\sqrt{3}}{2}A^+ - \frac{1}{2}R^+, U^{++},$
синглет: $\frac{1}{2}A^+ + \frac{\sqrt{3}}{2}R^+,$
дублет: $R^\circ, U^+.$

- 6-плет с $Y = 0$:

$C = 0, \quad I = 1: \quad \Sigma^+, \Sigma^\circ, \Sigma^-,$
$C = 1, \quad I = 1/2: \quad \frac{1}{2}S^+ + \frac{\sqrt{3}}{2}B^+, \frac{1}{2}S^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2}B^\circ,$
$C = 2, \quad I = 0: \quad V^+.$

Его распределение по $\tilde{U}$-спину:

триплет: $\Sigma^-, \frac{1}{2}S^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2}B^\circ, V^+,$
дублет: $\Sigma^\circ, \frac{1}{2}S^+ + \frac{\sqrt{3}}{2}B^+,$
синглет: $\Sigma^+.$

- $\bar{3}$-плет с $Y = 0$:

$C = 0, \quad I = 0: \quad \lambda,$
$C = 1, \quad I = 1/2: \quad -\frac{\sqrt{3}}{2}S^+ + \frac{1}{2}B^+, -\frac{\sqrt{3}}{2}S^\circ + \frac{1}{2}B^\circ.$

Его распределение по $\tilde{U}$-спину:

синглет: $-\frac{\sqrt{3}}{2}S^{\circ}+\frac{1}{2}B^{\circ}$,

дублет: $\lambda, -\frac{\sqrt{3}}{2}S^{+}+\frac{1}{2}B^{+}$.

- 3-плет с $Y = -1$:
  $C = 0$, $I = 1/2$: Ξ°, Ξ^{-},
  $C = 1$, $I = 0$: T°.

Его распределение по $\tilde{U}$ -спину:
дублет: Ξ^{-}, T°,
синглет: Ξ°.

б/ 20-плет $3/2^{+}$ барионов

Этот мультиплет описывается симметричным спинором третьего ранга ψ_{ijk} . Его SU(3)-содержание таково:

$20 = 10 + 6 + 3 + 1$,

со следующим распределением:

- Декаплет с $C = 0$:
  $Y = 1$, $I = 3/2$: $N^{*++}, N^{*+}, N^{*\circ}, N^{*-}$,
  $Y = 0$, $I = 1$: $\Sigma^{*+}, \Sigma^{*\circ}, \Sigma^{*-}$,
  $Y = -1$, $I = 1/2$: $\Xi^{*\circ}, \Xi^{*-}$,
  $Y = -2$, $I = 0$: Ω^{-}.

Его распределение по U-спину:

квартет: $N^{*-}, \Sigma^{*-}, \Xi^{*-}, \Omega^{-}$,

триплет: $N^{*\circ}, \Sigma^{*\circ}, \Xi^{*\circ}$,

дублет: N^{*+}, Σ^{*+},

синглет: N^{*++}.

- 6-плет с $C = 1$:
  $Y = 1$, $I = 1$: $R^{*++}, R^{*+}, R^{*\circ}$,
  $Y = 0$, $I = 1/2$: $S^{*+}, S^{*\circ}$,
  $Y = -1$, $I = 0$: $T^{*\circ}$.

Его распределение по U -спину:

триплет: $R^{*\circ}, S^{*\circ}, T^{*\circ}$,

дублет: R^{*+}, S^{*+},

синглет: R^{*++},

- 3-плет с $C = 2$:
  $Y = 1$, $I = 1/2$: U^{*++}, U^{*+},
  $Y = 0$, $I = 0$: V^{*+}.

Его распределение по U -спину:

дублет: U^{*+}, V^{*+},

синглет: U^{*++},

- Синглет с $C = 3$:
  $Y = 1$, $I = 0$: X^{++}.

Классификация по $\widetilde{SU}(3)$ -представлениям для этого мультиплета очевидна. Мы имеем:

- Декаплет с $Y = 1$:
  $C = 0$, $I = 3/2$: $N^{*++}, N^{*+}, N^{*\circ}, N^{*-}$,
  $C = 1$, $I = 1$: $R^{*++}, R^{*+}, R^{*\circ}$,
  $C = 2$, $I = 1/2$: U^{*++}, U^{*+},
  $C = 3$, $I = 0$: X^{++}.

Его распределение по $\tilde{U}$-спину:

квартет: $N^{*-}, R^{*\circ}, U^{*+}, X^{++}$,

триплет: $N^{*\circ}, R^{*+}, U^{*++}$,

дублет: N^{*+}, R^{*++},

синглет: N^{*++}.

- 6-плет с $Y = 0$:
  $C = 0$, $I = 1$: $\Sigma^{*+}, \Sigma^{*\circ}, \Sigma^{*-}$,
  $C = 1$, $I = 1/2$: $S^{*+}, S^{*\circ}$,
  $C = 2$, $I = 0$: V^{*+}.

Его распределение по $\tilde{U}$ -спину:

триплет: $\Sigma^{*-}, S^{*\circ}, V^{*+}$,

дублет: $\Sigma^{*\circ}, S^{*+}$,

синглет: Σ^{*+}.

- 3-плет с $Y = -1$:
 $C = 0, \quad I = 1/2: \quad \Xi^{*\circ}, \Xi^{*-}$,
 $C = 1, \quad I = 0: \quad T^{*\circ}$.

Его распределение по $\tilde{U}$-спину:

дублет: $\Xi^{*-}, T^{*\circ}$,

синглет: $\Xi^{*\circ}$,

- Синглет с $Y = -2$:
 $C = 0, \quad I = 0: \quad \Omega^-$.

в/ 15-плет 0^--мезонов

Этот мультиплет описывается бесследным тензором ϕ_i^j. Его $SU(3)$-содержание таково:

$$15 = 8 + \bar{3} + 3 + 1,$$

со следующим распределением:

- Октет с $C = 0$:
 $Y = 1, \quad I = 1/2: \quad K^+, K^\circ$,
 $Y = 0, \quad I = 1: \quad \pi^+, \pi^\circ, \pi^-$,
 $Y = 0, \quad I = 0: \quad \tilde{\eta}$,
 $Y = -1, \quad I = 1/2 \quad \bar{K}^\circ, K^-$.

Его распределение по U-спину:

дублет: K^+, π^+,

триплет: $K^\circ, \ \frac{\sqrt{3}}{2}\eta - \frac{1}{2}\pi^\circ, \ \bar{K}^\circ$,

синглет: $\frac{1}{2}\eta + \frac{\sqrt{3}}{2}\pi^\circ$,

дублет: π^-, K^-.

- 3-плет с $C = 1$:

 $Y = 1, \quad I = 0: \quad F^+$,
 $Y = 0, \quad I = 1/2: \quad D^+, D^\circ$.

Его распределение по U-спину:

синглет: D°,
дублет: F^+, D^+,

- 3-плет с $C = -1$:
 $Y = 0, \quad I = 1/2: \quad \tilde{D}^\circ, D^-$,
 $Y = -1, \quad I = 0: \quad F^-$.

Его распределение по U-спину:

дублет: D^-, F^-,
синглет: $\tilde{D}^\circ$.

- Синглет с $C = 0$:
 $Y = 0, \quad I = 0: \quad \eta_c$.

Снова мы видим, что почти все эти частицы есть определенные состояния по отношению к редукции $SU(4) \supset \widetilde{SU}(3) \supset SU(2)_{\tilde{U}}$ за исключением η- и η_c-мезонов, которые имеют идентичные квантовые числа Y, Q и C и поэтому входят в $\widetilde{SU}(3)$-мультиплеты с определенным смешиванием, а также η-мезонов и π°, которые имеют идентичные квантовые числа Y, Q и C и поэтому входят в $\tilde{U}$-мультиплеты с определенным смешиванием. В результате мы имеем:

- Октет с $Y = 0$:
 $C = -1, \quad I = 1/2: \quad \tilde{D}^\circ, D^-$,
 $C = 0, \quad I = 1: \quad \pi^+, \pi^\circ, \pi^-$,
 $C = 0, \quad I = 0: \quad \frac{1}{3}\eta + \frac{2\sqrt{2}}{3}\eta_c$,
 $C = 1, \quad I = 1/2: \quad D^+, D^\circ$.

Его распределение по $\tilde{U}$-спину:

дублет: $\tilde{D}^\circ, \pi^+$,

триплет: $D^-, \ \frac{1}{2\sqrt{3}}\eta + \sqrt{\frac{2}{3}}\eta_c - \frac{1}{2}\pi^\circ, \ D^+$,

синглет: $\frac{1}{6}\eta + \frac{\sqrt{2}}{3}\eta_c + \frac{\sqrt{3}}{2}\pi^\circ$,

дублет: π^-, D°.

- 3-плет с $Y = -1$:
 $C = -1, \quad I = 0: \quad F^-$,
 $C = 0, \quad I = 1/2: \quad \bar{K}^\circ, K^-$.

Его распределение по $\tilde{U}$-спину:
синглет: K^-,

дублет: $F^-, \bar{K}^\circ$.

- 3-плет с $Y = 1$:
 $C = 0, \quad I = 1/2: \quad K^+, K^\circ$,
 $C = 1, \quad I = 0: \quad F^+$.

Его распределение по $\tilde{U}$ -спину:

дублет: K°, F^+ ,
синглет: K^+ ,

- Синглет с $Y = 0$:

$$C = 0,\ I = 0:\quad -\frac{2\sqrt{2}}{3}\eta + \frac{1}{3}\eta_c \ .$$

Мультиплет 15-векторных мезонов классифицируется совершенно аналогично.

§ 3. НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ

В качестве примеров применения формул /1.12/ и /1.13/ мы рассматриваем в этом параграфе электромагнитные расщепления масс барионов и e^+e^- -аннигиляционные инклюзивные процессы.

Предполагая, что оператор электромагнитного расщепления масс ΔM в e^2-приближении ведет себя при SU(4) -преобразованиях как произведение двух операторов электрического заряда, мы имеем для барионных мультиплетов:

$$\Delta M \sim Q^{(2)} = \sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{i} C_{ij}\,[Q - \frac{1}{2}]^{j}\,[\tilde{K} - I^2 - U^2 - \tilde{U}^2 + \frac{1}{2}Q^2 + \frac{1}{6}Y^2 + \frac{1}{6}C^2 - \frac{1}{2}QY - \frac{1}{2}QC - \frac{1}{2}C + \frac{1}{6}Y + \frac{1}{6}]^{i-j} \ . \qquad /3.1/$$

Эта формула позволяет нам написать электромагнитные массы через пять параметров: C_{00} , C_{11} , C_{20} , C_{21} , C_{22} - и отсюда получить массовые правила сумм. Мы приведем здесь некоторые наиболее интересные из них /кроме результатов, относящихся к SU(3) -симметрии/:

$$\Sigma^+ + \Sigma^- - 2\Sigma^\circ = R^{++} + R^\circ - 2R^+ \qquad /3.2/$$

для 20-плета $1/2^+$ барионов и

$$R^{*+} - R^{*\circ} = S^{*+} - S^{*\circ} \ , \qquad /3.3/$$

$$\Sigma^{*+} + \Sigma^{*-} - 2\Sigma^{*\circ} = R^{*++} + R^{*\circ} - 2R^{*+} \ , \qquad /3.4/$$

$$\Sigma^{*\circ} + \Sigma^{*-} - 2\Sigma^{*+} = 4(R^{*\circ} - R^{*+}) + (U^{*++} - U^{*+}) \qquad /3.5/$$

для 20-плета $3/2^+$ барионов. /Массы частиц обозначены их символами/.

Получаем теперь соотношения для сечений инклюзивных процессов типа

$$e^+(p) + e^-(k) \to A + \text{все}, \qquad /3.6/$$

где A -некоторый адрон рассматриваемого SU(4) -мультиплета.

Матричный элемент процессса /3.6/ в приближении однофотонного обмена имеет вид:

$$T = -e\bar{v}(p)\gamma^{\mu}u(k)\frac{1}{q^2} < XA|J^{(e)}_{\mu}(0)|0>_{q=p+k} \ , \qquad /3.7/$$

где $J^{(e)}_{\mu}$ - электромагнитный ток адронов .

Из /3.7/ мы имеем следующее выражение для сечения рождения адрона A :

$$\sigma(A) \sim \ell^{\mu\nu} \sum_X <XA|J^{(e)}_{\mu}(0)|0><0|J^{(e)}_{\nu}(0)|XA> , \qquad /3.8/$$

где множитель $\ell^{\mu\nu}$ выражается через лептонные токи.

Используя теперь свойство кроссинг-симметрии и условие полноты наборов состояний, мы можем написать:

$$\sigma(A) \sim <A|J^{(e)}_{\mu}(0)\,J^{(e)}_{\nu}(0)|A> . \qquad /3.9/$$

Таким образом, вопрос сводится к нахождению соотношений между матричными элементами $<A|J^{(e)}_{\mu}(0)\,J^{(e)}_{\nu}(0)|A>$ для разных A данного мультиплета.

Так как $J^{(e)}_{\mu}J^{(e)}_{\nu}$ преобразуется как $Q^{(2)}$ при SU(4)-преобразованиях, нам остается найти соотношения между матричными элементами $<A|Q^{(2)}|A>$.

Поступая так же, как и в предыдущем примере, мы приходим к следующим результатам /приводим только наиболее простые соотношения, кроме известных уже из SU(3)-симметрии/:
- для 20-плета $1/2^+$ барионов:

$$\begin{aligned}
&\sigma(R^+) = \sigma(S^+) \ ,\\
&\sigma(U^+) = \sigma(V^+) \ ,\\
&\sigma(A^+) = \sigma(B^+) \ ,\\
&\sigma(R^\circ) = \sigma(T^\circ),\\
&\sigma(\Sigma^+) + \sigma(\Sigma^-) - 2\sigma(\Sigma^\circ) = \sigma(R^{++}) + \sigma(R^\circ) - 2\sigma(R^+) \ .
\end{aligned} \qquad /3.10/$$

- для 20-плета $3/2^+$ барионов:

$$\sigma(R^{*+}) = \sigma(S^{*+}),$$

$$\sigma(U^{*+}) = \sigma(V^{*+}),$$

$$\sigma(R^{*o}) = \sigma(S^{*o}) = \sigma(T^{*o}), \qquad /3.11/$$

$$\sigma(\Sigma^{*+}) + \sigma(\Sigma^{*-}) - 2\sigma(\Sigma^{*o}) = \sigma(R^{*++}) + \sigma(R^{*o}) - 2\sigma(R^{*+}),$$

$$\sigma(\Sigma^{*o}) + \sigma(\Sigma^{*-}) - 2\sigma(\Sigma^{*+}) = 4\sigma(R^{*o}) - 4\sigma(R^{*+}) + \sigma(U^{*++}) - \sigma(U^{*+}).$$

- для 15-плета 0^--мезонов:

$$\sigma(F^{\pm}) = \sigma(D^{\pm}), \qquad /3.12/$$

$$11[\sigma(K^{\pm}) - \sigma(F^{\pm})] = \sigma(D^{o}) - \sigma(K^{o}).$$

Такие же соотношения имеют место и для 15-плета 1^--мезонов.

В заключение я выражаю свою искреннюю признательность профессорам В.А.Мещерякову и А.Н.Тавхелидзе за интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Amati D. et al. Nuovo Cim., 1964, 34, p.1732.
2. Bjorken J.D., Glasow S.L. Phys.Lett., 1964, 11, p.255.
3. Hara Y. Phys.Rev., 1964, 134, p.B701.
4. Maki Z., Ohnuki Y. Prog. Theor.Phys., 1964, 32, p.144.
5. Glashow S.L., Iliopoulos J., Maiani L. Phys.Rev., 1970, D2, p.1285.
6. Okubo S., Math J. Phys., 1975, 16, p.528.
7. Dao Vong Duc. Nuovo Cim., 1978, 43A, p.365.
8. Lipkin H.J. Lie Groups for Pedestrians, Amsterdam,1965.

Рукопись поступила в издательский отдел
5 сентября 1979 года.