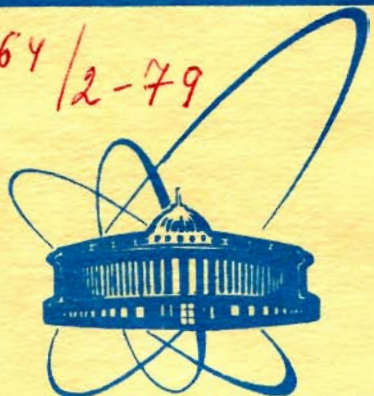


5464/2-79



сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
дубна

A-45

29/12-79

P2 - 12697

Г.Б.Алавердян, З.Омбоо, В.В.Ужинский, Ч.Цэрэн

МОДЕЛЬ КАСКАДА ЛИДИРУЮЩЕГО АДРОНА:  
ЯДЕРНЫЙ КНО-СКЕЙЛИНГ

1979

P2 - 12697

Г.Б.Алавердян.\* З.Омбоо. В.В.Ужинский. Ч.Цэрэн

МОДЕЛЬ КАСКАДА ЛИДИРУЮЩЕГО АДРОНА:  
ЯДЕРНЫЙ КНО-СКЕЙЛИНГ

---

\*Ереванский государственный университет

Алавердян Г.Б. и др.

P2 - 12697

Модель каскада лидирующего адрона:  
ядерный КНО-скейлинг

Скейлинговые свойства множественных распределений ливневых частиц, рождающихся в  $pA$ -соударениях, анализируются в рамках модели каскада лидирующего адрона, не учитывающей взаимодействие вторичных частиц. Показано, что при некоторых упрощениях модель предсказывает строгое выполнение ядерного КНО-скейлинга. Кратко обсуждается  $A$ -зависимость средней множественности ливневых частиц.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

Alaverdian G.B. et al.

P2 - 12697

Leading Hadron Cascade Model-Nuclear KNO-Scaling

Scaling properties of multiple distributions of shower particles produced in  $pA$ -collisions, are analysed in the framework of the leading hadron cascade model, the secondary particle interaction being not taken into consideration. It is shown that at some simplifications the model predicts a strict achievement of nuclear KNO-scaling.  $A$ -dependence of average multiplicity of shower particles is briefly discussed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

Скейлинговые свойства распределений ливневых частиц, рождающихся в адрон-адронных и адрон-ядерных взаимодействиях, явились предметом исследований в ряде теоретических и экспериментальных работ /1-7/. В результате было установлено, что эти распределения подчиняются КНО-скейлингу, суть которого состоит в том, что как функция  $\psi$ ,

$$\psi(z) = \bar{n} \bar{P}_n, \quad P_n = \frac{\sigma_n}{\sigma}, \quad z = \frac{n}{\bar{n}}, \quad /1/$$

так и моменты,

$$C_q = \bar{n}^q / \bar{n}^q = \sum_n n^q P_n / \bar{n}^q, \quad /2/$$

не зависят от энергии налетающего адрона. В настоящей работе мы рассмотрим это свойство в рамках модели каскада лидирующей частицы /МКЛЧ/, предполагающей невзаимодействие вторичных адронов.

Согласно основным предположениям модели /8/ вероятность  $P_n$  рождения  $n$ -ливневых частиц в рА-соударениях дается следующим выражением:

$$P_n(E_0) = \sum_{\nu=1} \frac{N_\nu(A, \sigma)}{N(0, \sigma)} \sum_{\substack{n_1, \dots, n_\nu \\ n_1 + \dots + n_\nu = n}} f(x_1) P_{n_1}(E_0, x_1) \times \dots \times f(x_\nu) P_{n_\nu}(x_1 \dots x_{\nu-1} E_0, x_\nu) \frac{dx_1}{x_1} \dots \frac{dx_\nu}{x_\nu}. \quad /3/$$

Здесь  $N_\nu(A, \sigma)$  и  $N(0, \sigma)$  - хорошо известные эффективные числа Марголиса /9/,

$$N_\nu(A, \sigma) = \frac{1}{\nu!} \frac{1}{\sigma} \int d^2b [\sigma T(\vec{b})]^\nu e^{-\sigma T(\vec{b})},$$

$$N(0, \sigma) = \frac{1}{\sigma} \int d^2b [1 - e^{-\sigma T(\vec{b})}];$$

$T(b)$  - так называемая функция толщины ядра, определяемая как

$$T(b) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\sqrt{b^2 + z^2}) dz;$$

$\rho(r)$  - плотность распределения ядерной материи,

$$\int \rho(r) d^3r = A,$$

которая выбиралась в саксон-вудсовском виде:

$$\rho(r) = \frac{\text{const}}{1 + e^{(r-R)/c}}, \quad R = 1,12 A^{1/3}, \quad c = 0,545,$$

$$\text{const} = \frac{3A}{4\pi R(R^2 + \pi^2 c^2)};$$

$\sigma$  - неупругое сечение нуклон-нуклонного рассеяния /  $\sigma = 30$  мб/;  $f(x)$  - структурная функция, описывающая распределение по доле энергии, уносимой лидирующей частицей в pN - взаимодействиях, которая аппроксимировалась следующим образом:

$$f(x) = \frac{E}{\sigma} \frac{d\sigma}{dp} = \beta x^\beta, \quad x = E/E_0;$$

$E_0$  - энергия налетающего адрона, а  $P_n(E, x)$  - распределение по числу частиц, рождающихся в ассоциации с лидирующей частицей в pN-соударениях. Недавно было установлено, что эти распределения подчиняются аналогу КНО-скейлинга - "частному" КНО-скейлингу /см. литературу в /10/. То есть

$$\bar{n}(E, x) P_n(E, x) = \psi\left(\frac{n}{\bar{n}(E, x)}\right). \quad /4/$$

Условие совместного выполнения КНО-скейлинга и "частного" КНО-скейлинга /11,12/

$$\psi\left(\frac{n}{\bar{n}}\right) = \int f(x) \frac{\bar{n}}{\bar{n}(E, x)} \psi\left(\frac{n}{\bar{n}(E, x)}\right) \frac{dx}{x} \quad /5/$$

при заданном виде  $\psi(z)$  и  $f(x)$  позволяет восстановить функцию  $\psi'(z)$ . Действительно, если распределение по множественности "истинно" рожденных частиц описывается функцией /13/

$$\psi(z) = \frac{\pi}{2} z e^{-\frac{\pi}{4} z^2} \cdot C_q = \frac{\Gamma(q/2 + 1)}{[\Gamma(3/2)]^q}, \quad /6/$$

а  $\bar{n}(E, x)$  - среднюю множественность частиц, рождающихся в ассоциации с лидирующим адроном, - выбрать в виде

$$\bar{n}(E, x) = \frac{\bar{n}}{\beta B(\beta, \alpha + 1)} (1-x)^\alpha, \quad \alpha = 0.33, \quad /7/$$

то условие /5/ приводит к следующей связи моментов  $C_q$  и  $C'_q$  функций  $\psi$  и  $\psi'$ :

$$C_q = C'_q \frac{\beta \cdot B(\beta, \alpha q + 1)}{[\beta B(\beta, \alpha + 1)]^q}, \quad /8/$$

/Г и В- функции Эйлера первого и второго рода/. При  $\beta = 1$  можно убедиться, что моменты  $C'_q$  имеет функция

$$\psi'(z) = (1+\alpha)^2 \frac{\pi}{2} z [(1-2\alpha) + 2\alpha(1+\alpha)^2 \frac{\pi}{4} z^2] e^{-(1+\alpha)^2 \frac{\pi}{4} z^2} \quad /9/$$

при других же значениях  $\beta$  пока не удается найти аналитического выражения для  $\psi'(z)$ . что, безусловно, затрудняет проведение расчетов.

Итак, определены все величины, входящие в формулу /3/, за исключением  $\bar{n}(E)$ . В работе /8/  $\bar{n}(E)$  определялась как  $\bar{n}(E) = \bar{n}_{pp}(E) - 0.9$ . где  $\bar{n}_{pp}(E)$  - средняя множественность частиц, рождающихся в pp-взаимодействиях, которую мы выберем в виде

$$\bar{n}_{pp}(E_0) = 1.17 + 0.3 \ln s + 0.13 \ln^2 s.$$

Как было показано в работе /8/, расчеты средней множественности ливневых частиц -  $\bar{n}_s$ , рождающихся в pA-соударениях, мало чувствительны к виду параметризации  $\bar{n}_{pp}(E_0)$ . Практически любая приемлемая зависимость  $\bar{n}_{pp}(E_0)$  позволяет удовлетворительно описать эмульсионные данные в широкой области изменения  $E_0 / 20 \leq E_0 \leq 1000$  ГэВ/. Поскольку объем работы /8/ не позволил нам достаточно полно исследовать как А-зависимость  $\bar{n}_s$ , так и скейлинговые свойства распределений ливневых частиц, ниже мы обратимся к их рассмотрению.

Из выражения /3/ с учетом лидирующей частицы следует, что

$$\bar{n}_s(E_0) = 0.5 + 1.1\bar{\nu} + (\bar{n}_{pp}(E_0) - 2) + \sum_{k=1}^{\infty} [1 - \sum_{l=1}^k N_l(A, \sigma) / N(0, \sigma)] \times \beta \int dx x^{\beta-1} \frac{[\beta \ln 1/x]^{k-1}}{(k-1)!} [\bar{n}_{pp}(xE_0) - 2], \quad /10/$$

а поэтому  $\bar{n}_s$  определяется только значением  $\beta$  и видом параметризации  $\bar{n}_{pp}(E)$ . Выбирая для  $\bar{n}_{pp}(E)$  указанную выше зависимость и различные значения коэффициента неупругости  $K_{NN}$  в NN-взаимодействиях,

$$K_{NN} = 1 - \bar{x} \frac{1}{\beta + 1},$$

получим, что хорошее описание экспериментальных данных достигается при  $K_{NN} = 0,4$  /рис. 1/,  $\beta = 1,5$ . Однако, как уже говорилось выше, при этом значении  $\beta$  не удастся восстановить вид  $\psi'(z)$ , поэтому при расчетах множественных распределений использовалось  $\beta = 1$ . Результаты представлены в работе /8/ и на рис. 2, где приводится зависимость дисперсии

распределений  $D = \sqrt{\bar{n}_s^2 - \bar{n}_s^2}$  от среднего числа ливневых частиц. Зависимость моментов  $C_2$  и  $C_3$  от энергии первоначального адрона демонстрируется рис. 3. Как видно из рис. 2, имеется некоторое расхождение с экспериментальными данными. Одной из его причин является выбранная процедура розыгрыша числа рожденных частиц в NN-взаимодействиях, которая осуществлялась следующим образом: для каждого NN-соударения разыгрывались две величины, равномерно распределенные на отрезке  $[0, 1]$   $\eta$  и  $\xi$ . Так как при  $\beta = 1$  распределение по доле энергии, уносимой лидирующим адроном, равномерное,  $x$  полагался равным  $\eta$ . Число же рожденных частиц  $i$  определялось из соотношения

$$\xi < \frac{\sum_{k=0}^{i-1} \psi'(k/\bar{n}(E, x))}{\sum_{j=0}^{i-1} \psi'(j/\bar{n}(E, x))} < \frac{\sum_{k=0}^i \psi'(k/\bar{n}(E, x))}{\sum_{j=0}^i \psi'(j/\bar{n}(E, x))}, \quad i = 1, 2, 3, \dots /11/$$

Ясно, что при такой процедуре вероятность рождения только нейтральных частиц ( $i = 0$ ) равна нулю. Если же несколько изменить условие /11/,

$$\xi < \frac{\sum_{k=0}^{i-1} \psi'((k+0,5)/\bar{n}(E, x))}{\sum_{j=0}^{i-1} \psi'((j+0,5)/\bar{n}(E, x))} < \frac{\sum_{k=0}^i \psi'((k+0,5)/\bar{n}(E, x))}{\sum_{j=0}^i \psi'((j+0,5)/\bar{n}(E, x))}, \quad i = 1, 2, 3, \dots /11^*/$$

$$0 \leq \xi \leq \psi'(\frac{0,5}{\bar{n}(E, x)}) / \sum \psi'(\frac{j+0,5}{\bar{n}(E, x)}), \quad i = 0,$$

то результаты улучшаются /рис. 2, пунктирная кривая/. Заметим, что некорректность всей вышеописанной процедуры связана с тем, что дискретные распределения аппроксимируются непрерывной функцией. Думается, что учет замечаний автора работы /15/ позволит усовершенствовать алгоритм розыгрыша случайных величин. На данном этапе для простоты выкладок и расчетов, а также для выяснения возможностей МКЛЧ мы будем использовать вышеописанный подход.

Рассмотрим теперь влияние выбора того или иного значения коэффициента неупругости на моменты распределения ливневых частиц и на зависимость  $D$  от  $\bar{n}_s$ . Для этого будем определять моменты распределения, используя формулу /3/, из которой легко получить, что

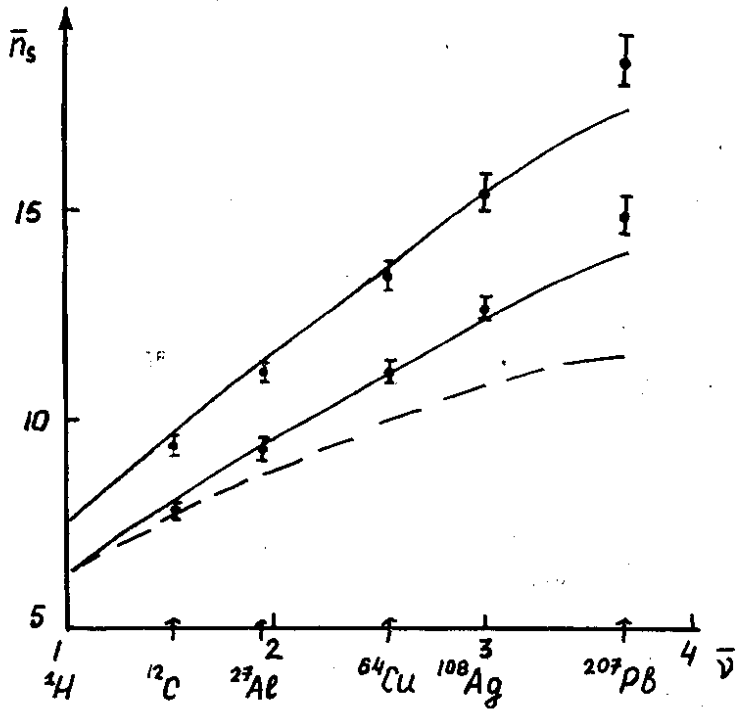


Рис. 1. Зависимость средней множественности ливневых частиц от среднего числа неупругих соударений  $\nu$ . Нижняя и верхняя группы точек - данные работы /14/ при энергии налетающего протона 100 и 200 ГэВ соответственно. Кривые - расчет по формуле /10/ при  $K_{NN} = 0,4$  /сплошные кривые/ и  $K_{NN} = 0,5$  и  $E_0 = 100$  ГэВ /пунктирная кривая/.

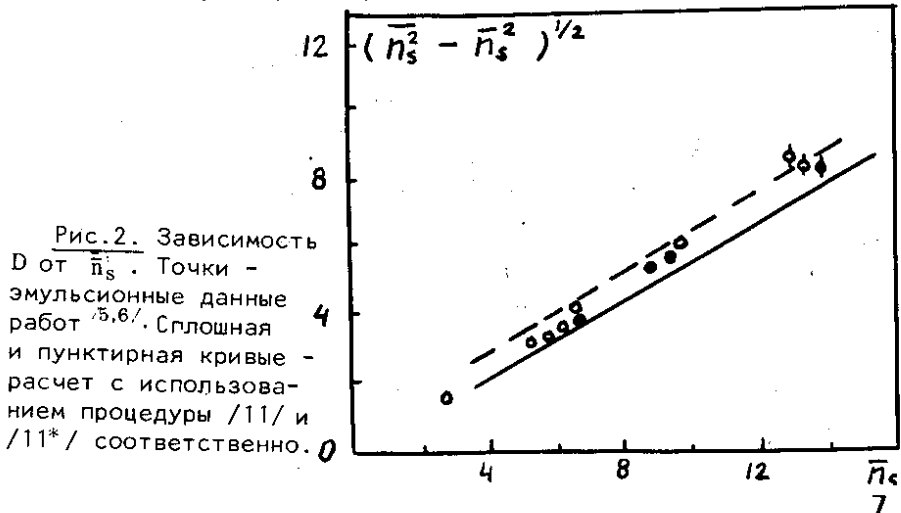


Рис. 2. Зависимость  $D$  от  $\bar{n}_s$ . Точки - эмульсионные данные работ /5,6/. Сплошная и пунктирная кривые - расчет с использованием процедуры /11/ и /11\*/ соответственно.



$$\bar{n}_s^q = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{N_{\nu}(A, \sigma)}{N(0, \sigma)} \int \sum_{\substack{p_1, \dots, p_{\nu} \\ p_1 + \dots + p_{\nu} = q}} C'_{p_1} \times C'_{p_2} \times \dots \times C'_{p_{\nu}} \frac{q!}{p_1! \dots p_{\nu}!} \times \\ \times [\bar{n}(E_0, x_1)]^{p_1} \times [\bar{n}(x_1 E_0, x_2)]^{p_2} \times \dots \times [\bar{n}(x_1 \dots x_{\nu-1} E_0, x_{\nu})]^{p_{\nu}} \times \prod_{i=1}^{\nu} f(x_i) \frac{dx_i}{x_i}, \\ C_q^{PA} = \bar{n}_s^q / \bar{n}_s^q \dots \quad /12/$$

Как видно, в общем случае  $C_q^{PA}$  зависят от энергии. Только при  $\bar{n} = dE^{\gamma}$  из /12/ следует строгое выполнение ядерного КНО-скейлинга. Действительно, если

$$\bar{n}(E, x) = \frac{dE^{\gamma}}{\beta V(\beta, \alpha + 1)} (1 - x)^{\alpha},$$

то

$$\bar{n}_s^q = [\bar{n}(E_0)]^q \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{N_{\nu}(A, \sigma)}{N(0, \sigma)} \sum_{p_1, \dots, p_{\nu}} \bar{C}_{p_1} \times \dots \times \bar{C}_{p_{\nu}} \times \frac{q!}{p_1! \dots p_{\nu}!} \times \\ \times \beta^{\nu} \times \mathfrak{B}(\beta + \gamma(p_2 + \dots + p_{\nu}), \alpha p_1 + 1) \mathfrak{B}(\beta + \gamma(p_3 + \dots + p_{\nu}), \alpha p_2 + 1) \times \\ \times \dots \times \mathfrak{B}(\beta, \alpha p_{\nu} + 1), \\ \bar{C}_q = C'_q / [\beta V(\beta, \alpha + 1)]^q. \quad /13/$$

Так как  $\bar{n}_s$  и распределения по множественности ливневых частиц слабо чувствительны к виду параметризации  $\bar{n}_{pp}(E)^{18}$ , можно полагать, что такое приближение является вполне допустимым\*, по крайней мере оно позволяет качественно понять зависимость характеристик от коэффициента неупругости  $K_{NN}$ . Из табл. 1 и 2, в которых представлены результаты расчетов по формуле /13/, видно, что уменьшение  $K_{NN}$  приводит к увеличению  $C_2$ , а, следовательно, и к увеличению отношения  $D/\bar{n}_s$ . Кроме того, моменты распределений сильно зависят от числа неупругих соударений, а именно, уменьшаются при увеличении  $\nu$ . Этот факт находится в согласии с данными работ /4,6/, в которых отмечалось, что отношение  $\bar{n}_s/D$  увеличивается с увеличением степени дезинтеграции

\* Заметим, что фитирование  $\bar{n}_{pp}(E)$  функцией вида  $dE^{\gamma} + 0.9$  дает значения параметров  $d = 0,817 \pm 0,014$ ,  $\gamma = 0,362 \pm 0,004$  при  $f^2 = 108/13$ .

Таблица 1

Зависимость нормированной множественности  $R = \bar{n}_\nu / \bar{n}$  и моментов распределений от числа неупругих соударений  $\nu$

$K_{NN} = 0.4$				
$\nu$	R	$C_2$	$C_3$	$C_4$
1	1	1,27	1,91	3,24
2	1,81	1,12	1,38	1,83
3	2,45	1,08	1,25	1,54
4	2,98	1,06	1,19	1,40
5	3,40	1,05	1,17	1,35
6	3,74	1,05	1,16	1,32
7	4,01	1,05	1,16	1,32
$^{80}\text{Br}$	2,08	1,32	2,06	3,62

Таблица 2

$K_{NN} = 0.5$				
$\nu$	R	$C_2$	$C_3$	$C_4$
1	1	1,27	1,91	3,24
2	1,73	1,13	1,41	1,88
3	2,27	1,09	1,28	1,59
4	2,67	1,08	1,23	1,49
5	2,96	1,07	1,22	1,47
6	3,17	1,07	1,23	1,46
7	3,33	1,07	1,23	1,47
$^{80}\text{Br}$	1,91	1,29	1,94	3,27

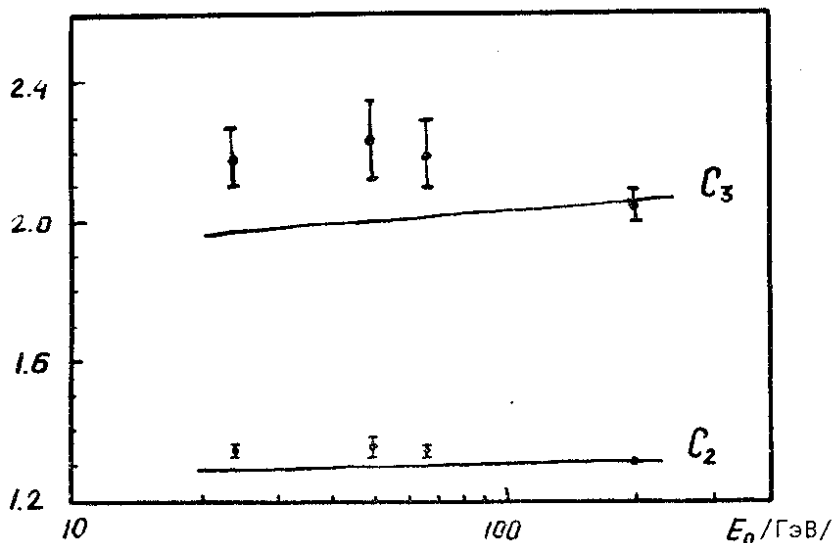


Рис. 3. Зависимость моментов распределений ливневых частиц от энергии налетающего протона. Точки - данные работ [5,6]. Кривая - расчет с использованием процедуры [11].

ядра. Следовательно, выделяя тем или иным способом процессы с различными кратностями взаимодействия, можно получать распределения, отличающиеся от распределения ливневых частиц в адрон-адронных соударениях.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Модель каскада лидирующего адрона, предполагающая невзаимодействие вторичных частиц, позволяет удовлетворительно описать как энергетическую, так и  $A$ -зависимость средней множественности ливневых частиц, рождающихся в  $pA$ -взаимодействиях. При неизбежных упрощениях модель предсказывает точное выполнение ядерного КНО-скейлинга, а также зависимость моментов распределений от числа неупругих соударений налетающего адрона с внутриядерными нуклонами.

Авторы благодарят проф. Л.И.Лапидуса и А.В.Тарасова за плодотворные дискуссии и обсуждения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Koba Z., Nielson H.B., Olesen P. Nucl Phys., 1972 B40, p.317.
2. Slattery P. Phys.Rev., 1973, D7, p.2073; Phys.Rev.Lett., 1972, 29, p.1624.
3. Akopdjanov G.A. et al. Prepr. CERN/D, PH11/PHYS-7-44.
4. Otterlund I. Prepr. LUIP-CR-74/12 (1974).
5. АЛМТ-сотрудничество. ЯФ, 1975, 22, с.736; ЯФ, 1975, 22, с.1167.
6. Azimov S.A. et al. In: Proc. of Meeting on Nuclear Production at Very High Energies, Trieste, June, 1976.
7. Elliott J.R. et al. Phys.Rev.Lett., 1975, 34, p.607.  
Martin J.W. et al. Nuovo Cim., 1975, A25, p.447;  
Jaian P.L. et al. Phys.Rev.Lett., 1973, 34, p.972.
8. Алавердян Г.Б. и др. ОИЯИ, P2-12536, Дубна, 1979.
9. Kolbig K.S., Margolis B. Nucl.Phys., 1968, B6, p.85;  
Margolis B. Phys.Lett., 1968, 26B, p.524; Nucl.Phys., 1968, B4, p.433.
10. Аношин А.И. и др. ОИЯИ, P1-12115, Дубна, 1979.
11. Minakata H. Prog.Theor.Phys., 1975, 53, p.1532.
12. Жирков Л.Ф., Кокоулина Е.С., Кувшинов В.И. ЯФ, 1976, 24, с.170.
13. De Wolf E., Dumont J.J., Verbeure F. Nucl.Phys., 1975, B87, p.325;  
Амаглобели Н.С. и др. ЯФ, 1977, 25, с.335.  
Шошиашвили Ш.С. ОИЯИ, 1-10209, Дубна, 1977.
14. Busza W. et al. Phys.Rev.Lett., 1975, 34, p.836; Proc. of the XVIII Int. Conf. on High Energy Phys., Tokyo, 1978.
15. Голохвастов А.И. ОИЯИ, P1-10871, Дубна, 1977. .

Рукопись поступила в издательский отдел  
27 июля 1979 года.