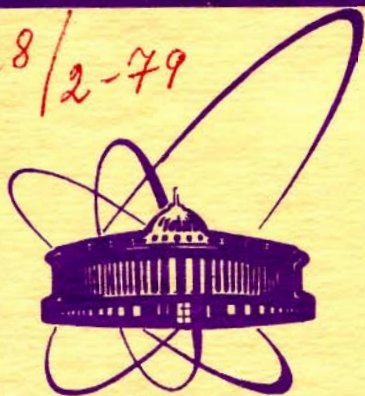


5428/2-79



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

C-408

29/411

P2 - 12685

А.Н.Сисакян, Г.Т.Торосян

ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
И КЛАСТЕРЫ
В МНОЖЕСТВЕННЫХ ПРОЦЕССАХ
ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

1979

P2 - 12685

А.Н.Сисакян, Г.Т.Торосян*

ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
И КЛАСТЕРЫ
В МНОЖЕСТВЕННЫХ ПРОЦЕССАХ
ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

* Ереванский государственный университет

Сисакян А.Н., Торосян Г.Т.

P2 - 12685

Топологические характеристики и кластеры
в множественных процессах при высоких
энергиях

Рассматриваются топологические характеристики в множественных процессах при высоких энергиях. В рамках многокомпонентной кластерной модели исследуются некоторые выводы о структуре топологических характеристик. В частности, делается вывод о возможных осцилляциях среднего числа нейтральных частиц в зависимости от числа заряженных, а также предлагается способ проверки предположения о существовании многочастичных ($n_{ch} > 2$) адронных ассоциаций /кластеров/, рассмотренных в модели. Проведенный анализ указывает на все растущую роль с ростом энергии многочастичных кластеров в процессах с большими множественностями.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

Sissakian A.N., Torosian H.T.

P2 - 12685

Topological Characteristics and Clusters
in Multiple Processes at High Energies

Some results on the structure of topological characteristics obtained within the manycomponent cluster model are investigated. A test for the assumption about the existence of considered manyparticle ($n_{ch} > 2$) hadron associations (clusters) is proposed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы стало очевидным, что описание множественных процессов в рамках той или иной гипотезы о едином механизме образования вторичных частиц не является удовлетворительным. В работе /1/ была высказана идея о необходимости выделения различных областей фазового пространства, соответствующих образованию различных по природе групп частиц, лишь в совокупности дающих наблюдаемую множественность.

Эта идея стимулировала развитие так называемого многокомпонентного подхода /2,3/ в теории множественного рождения, который исходит из наличия в каждом акте взаимодействия нескольких механизмов образования вторичных частиц.

Отметим, что этот подход развивается в органической связи с гипотезой существования кластеров, наблюдаемых на опыте как коррелированные группы частиц. Интерес к подобным моделям обусловлен, в частности, экспериментальными указаниями на значительное преобладание вторичных частиц, рождающихся через кластеры /или резонансы/, т.е. непосредственно.

Таким образом, встает вопрос о выяснении физического смысла различных механизмов образования частиц и свойств адронных ассоциаций /кластеров, резонансов/.

В работе /4/ была развита многокомпонентная модель для феноменологического описания наиболее просто измеряемых на эксперименте характеристик множественных процессов: так называемых топологических сечений и их корреляционных моментов /параметров/, таких, как средняя множественность, дисперсия, и др., которые несмотря на свой интегральный характер несут детальную информацию о процессе.

В настоящей заметке исследуются некоторые выводы модели о структуре топологических характеристик, а также предлагается способ прямой проверки предположения о существовании многочастичных ($n_{ch} > 2$) адронных ассоциаций /кластеров/, рассмотренных в модели.

§ 1 ФОРМУЛИРОВКА МОДЕЛИ

Напомним основные положения модели:

1. Предполагается, что основная часть вторичных частиц в конечном состоянии есть продукт распада рождающихся независимо двух-, трех- и четырехчастичных кластеров с изоспином $I=0$: σ ($\sigma \rightarrow \pi^+\pi^-, \pi^0\pi^0$), ω ($\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$), B ($B \rightarrow 2\pi^+2\pi^-, \pi^+\pi^-2\pi^0, 4\pi^0$).

2. Кроме того, в процессе взаимодействия имеет место диссоциация сталкивающихся /лидирующих/ адронов.

Исходя из /4/ для вероятности W_{n_c} рождения n_c заряженных частиц, например, в pp -соударениях легко получить

$$W_{n_c} = \alpha^2 \sum_{n=0}^{\lfloor \frac{n_c-2}{4} \rfloor} P_n(b) P_{\frac{n_c-2}{2}-2n} + 2\alpha(1-\alpha) \sum_{n=0}^{\lfloor \frac{n_c-4}{4} \rfloor} P_n(b) P_{\frac{n_c-4}{2}-2n} + (1-\alpha)^2 \sum_{n=0}^{\lfloor \frac{n_c-6}{4} \rfloor} P_n(b) P_{\frac{n_c-6}{2}-2n} \quad (a)$$

где $a \equiv a_1 + a_2 + a_3$ и b - средние числа кластеров, содержащих соответственно две и четыре заряженных частицы ($a_1 \equiv \langle n_{\pi^+\pi^-} \rangle$, $a_2 \equiv \langle n_{\pi^+\pi^-\pi^0} \rangle$, $a_3 \equiv \langle n_{\pi^+\pi^-2\pi^0} \rangle$), α - вероятность того, что протон продиссоциирует не более чем на одну заряженную частицу, $P_n(a) = e^{-a} \frac{a^n}{n!}$ - пуассоновское распределение, соответствующее независимому рождению кластеров.

Благодаря многочастичной структуре, выражение /1/ с большой точностью описывает экспериментальные зарядовые распределения отдельно для каждой энергии в широком интервале энергий $/P_L \sim 50 \div 2000$ ГэВ/с/, при этом параметры a, b и α являются свободными и фиксируются отдельно для каждой энергии. Ясно, что лучшей проверкой предположений модели было бы одновременное описание формулой /1/ зарядовых распределений при всех имеющихся энергиях. Для этого, очевидно, необходимо знать либо предположить энергетическую зависимость параметров a, b и α .

Такой анализ был проведен в работе /4/. Сейчас мы лишь кратко напомним аргументы для выбора энергетических зависимостей.

Эксперимент указывает, что диссоциация дает вклад при малых множественностях и что этот вклад лишь незначительно меняется с ростом энергии в изученном нами диапазоне энер-

гий $/P_L \sim 50 \div 2000 \text{ ГэВ/с}/$, так что α нужно параметризовать таким образом, чтобы удовлетворить этому поведению*.

Для выбора энергетической зависимости параметров a и b можно исходить из того факта, что они имеют смысл средних чисел соответствующих кластеров и через них средняя множественность конечных частиц определяется следующим образом:

$$\langle n_c \rangle = 2a + 4b + 2 + 4(1 - a). \quad /2/$$

С другой стороны, наилучшее описание зависимости средней заряженной множественности от энергии дает следующая параметризация ^{/4/}:

$$\langle n_c \rangle = c_1 + c_2 \left(\ln \frac{s}{s_0} \right)^A, \quad /3/$$

где $A = 3/2$, \sqrt{s} - энергия сталкивающихся частиц в системе их центра масс. Так что разумно для a и b тоже выбрать такую же параметризацию ^{/см. /2//}:

$$a(s) = A_1 \left(\ln \frac{s}{s_0} \right)^{A_2},$$

$$b(s) = A_3 \left(\ln \frac{s}{s_0} \right)^{A_4}, \quad /4/$$

$$A_2 \approx A_4 \approx 3/2.$$

Формула ^{/1/} с параметризацией ^{/4/} хорошо ($\chi^2 = 1,8$) описывает одновременно все экспериментальные данные в широком интервале энергий $P_L \sim 50 \div 2100 \text{ ГэВ/с}$ ^{/см. /4/}.

Однако при этом имеется определенный произвол в соотношении между параметрами a и b (A_1, A_3). Проверку удовлетворительности найденного решения можно сделать, сравнивая экспериментальные значения корреляционных параметров при разных энергиях с предсказаниями модели с фиксированными параметрами. Используя формулу ^{/1/} и определения корреляционных параметров f_2, f_3, f_4 , легко получить:

*Как показывает сравнение с экспериментом, с большой степенью точности можно считать α постоянным свободным параметром.

$$f_2^{cc} = 2a + 12b - 8a^2 + 12a - 6.$$

$$f_3^{cc} = 24b - 32a^3 + 72a^2 - 48a + 12, \quad /5/$$

$$f_4^{cc} = 24b - 192a^4 + 576a^3 - 600a^2 + 240a - 36.$$

Форма зависимости этих параметров от динамических переменных a и b указывает на существование рассмотренных в модели адронных ассоциаций /кластеров/. Одинаковая зависимость от величины b 3-его и 4-ого параметров отражает тот факт, что в модели не рассматриваются кластеры с тремя заряженными частицами. Отметим, что корреляционные параметры более высокого порядка уже не зависят от a и b , что отражает отсутствие в модели более многочастичных объектов.

При обработке данных эксперимента значения высших корреляционных параметров имеют большие ошибки, поэтому, к сожалению, очень трудно исходя из них сделать конструктивные выводы о динамике процесса.

Однако в нашем случае существование динамических корреляций между тремя или четырьмя произвольно заряженными частицами равносильно существованию двухчастичных корреляций между одинаково /например, отрицательно/ заряженными частицами. Так что вместо f_3^{cc} и f_4^{cc} можно рассмотреть f_2^{--} , которое просто выражается через f_2^{cc} и $\langle n_c \rangle$.

В рассмотренном нами случае число заряженных частиц можно представить в следующем виде:

$$n_c = 2n_{-} + 2. \quad /6/$$

Если нам известно вероятностное распределение по заряженным частицам W_{n_c} , то легко найти то же распределение по отрицательно заряженным частицам:

$$W_{n_c} = W_{2n_{-} + 2} = \Omega_{n_{-}}. \quad /7/$$

Из /6/, /7/ и /5/ имеем

$$\langle n_c \rangle = 2\langle n_{-} \rangle + 2,$$

$$\langle n_c^2 \rangle = 4\langle n_{-}^2 \rangle + 8\langle n_{-} \rangle + 4,$$

откуда

$$f_2^{--} \equiv \langle n_-(n_- - 1) \rangle - \langle n_- \rangle^2 = (f_2^{cc} - \langle n_c \rangle + 4)/4, \quad /8/$$

$$f_2^{--} = 2b - 2a^2 + 4a - 2.$$

Как известно из эксперимента, переменная $Z_c = \frac{\langle n_c \rangle}{D}$, введенная в /5/, остается постоянной и равной приблизительно двум в рассматриваемом нами интервале энергий /6/, отражая приблизительно выполнение закона подобия КНО*. Используя /8/, легко выразить Z_c через динамически более информативную величину f_2^{--} :

$$Z_c = \frac{\langle n \rangle}{\sqrt{2\langle n_c \rangle + 4f_2^{--} - 4}}. \quad /9/$$

При $f_2^{--}=0$ равенство $Z_c=2$ выполняется при $\langle n_c \rangle=4$, то есть при $P_L=19$ ГэВ/с для pp-процессов /8/. При больших энергиях выполнение равенства $Z_c=2$ требует положительных значений f_2^{--} . Беря $\langle n_c \rangle$ из эксперимента, а f_2^{--} из модели, можно по /9/ вычислить Z_c . Сравнение полученных таким образом Z_c с его экспериментальными значениями дает нам возможность четко сравнить предсказанные f_2^{--} корреляции с экспериментом /см. таблицу/.

S ГэВ ²	193	386	570	762	962	2025	2810	3970
$Z_c^{теор}$	1,84	1,93	1,98	1,88	1,92	2,01	2,06	2,12
$Z_c^{эксп}$	2,00	1,96	2,02	1,89	1,96	1,87	1,84	1,84

Как видно из таблицы, согласие удовлетворительное.

Таким образом, проведенный анализ показывает наличие существенных четырехчастичных корреляций, что свидетельствует о значительном вкладе при высоких энергиях кластеров с четырьмя заряженными частицами.

* То, что в f_2^{--} осталась зависимость только от b , показывает, что за f_2^{--} , так же как за f_3^{cc} и f_4^{cc} ответственны только кластеры с четырьмя заряженными частицами $B \rightarrow (2\pi^+ 2\pi^-)$.

§ 2. СТРУКТУРА ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕССОВ

Легко понять, что из-за наличия в модели двух- и четырех-частичных /имеется в виду число заряженных частиц/ кластеров модель в принципе допускает существование некой структуры в топологических характеристиках процесса.

а/ В случае топологических сечений эта структура в /1/ зависит от пределов сумм $[\frac{n_c-2}{4}]$, $[\frac{n_c-4}{4}]$, $[\frac{n_c-6}{4}]$.

Для простоты рассмотрим случай, когда протон диссоциирует не более чем на одну заряженную частицу / $a=1$ /. Имеем:

$$W_{n_c} = \sum_{n=0}^{[\frac{n_c-2}{4}]} P_n (b) P_{\frac{n_c-2}{4}-2n} (a). \quad /10/$$

Упростим сумму /10/, рассматривая отдельно два возможных случая /см. приложение/:

1. $n_c = 4p + 2$, p - целое неотрицательное число.

$$W_{n_c} = e^{-(a+b)} (4b)^p \frac{p!}{(2p)!} L_p^{-1/2} \left(-\frac{a^2}{4b}\right). \quad /11/$$

2. $n_c = 4p + 4$.

$$W_{n_c} = e^{-(a+b)} a(4b)^p \frac{p!}{(2p+1)!} L_p^{1/2} \left(-\frac{a^2}{4b}\right), \quad /12/$$

где $L_p^s(x)$ - полиномы Ляггера

$$L_p^s(x) = \frac{1}{p!} e^x X^{-s} \frac{d^p}{dX^p} (e^{-X} X^{p+s}). \quad /13/$$

/11/ и /12/ явным образом показывают вышеуказанную структуру в зависимости от топологии. Причину такой зависимости легко понять. В самом деле, каждое четное число можно составить из двоек и четверок по-разному, в зависимости от делимости на четыре /см. /14/ и /15//:

1. $n = 4p$:

4	p	p-1	p-2	...	1	0
2	0	2	4	...	2p-2	2p

$$2. n = 4p + 2.$$

4	p	p-1	p-2	..	1	0	/15/
2	1	3	5	..	2p-1	2p+1	

Отметим, однако, что на примере топологических сечений трудно выявить эту структуру.

б/ Более интересной для выяснения структуры топологических характеристик является средняя множественность нейтральных частиц при фиксированном числе заряженных $\langle n_0 \rangle_{n_c}$. Используя /10/, легко получить

$$\langle n_0 \rangle_{n_c} = 2c_1 + 4c_2 + 2\omega_1^2 + (a + 2b) \frac{W_{n_c-2}}{W_{n_c}}, \quad /16/$$

где c_1 и c_2 - средние числа кластеров $\sigma \rightarrow \pi^0 \pi^0$ и $B \rightarrow 4\pi^0$ соответственно, а ω_1 - вероятность того, что протон в результате диссоциации перейдет сам в себя.

Используя выражения /11/ и /12/, для W_{n_c} получаем:

$$1. n_c = 4p + 2,$$

$$\langle n_0 \rangle_{n_c} = 2c_1 + 4c_2 + 2\omega_1^2 + (a + \frac{a^2}{2b}) \frac{L_p^{1/2}(-\frac{a^2}{4b})}{L_p^{-1/2}(-\frac{a^2}{4b})} - (a + \frac{a^2}{2b}); \quad /17/$$

$$2. n_c = 4p + 4,$$

$$\langle n_0 \rangle_{n_c} = 2c_1 + 4c_2 + 2\omega_1^2 + (1 + \frac{2b}{a})(2p+1) \frac{L_p^{-1/2}(-\frac{a^2}{4b})}{L_p^{1/2}(-\frac{a^2}{4b})}. \quad /18/$$

Из /17/ и /18/ легко видеть, что возможны осцилляции $\langle n_0 \rangle_{n_c}$ вдоль огибающей /см. также /10/ /. Именно, решая неравенства

$$\langle n_0 \rangle_{n_c} > \langle n_0 \rangle_{n_c + 2} \quad /19/$$

при разных n_c , подставляя в /17/ и /18/ выражение /А4/ /см. приложение/ для полиномов Ляггера, находим, что

$$1. n_c = 4p + 2,$$

$$\langle n_0 \rangle_{n_c} < \langle n_0 \rangle_{n_c + 2}; \quad /20/$$

$$2. n_c = 4p + 4,$$

$$\langle n_0 \rangle_{n_c} > \langle n_0 \rangle_{n_c + 2} \quad \text{при} \quad X \equiv \frac{a^2}{4b} < X_p^0, \quad /21/$$

где

p	0	1	2	3	4	/22/
$\chi_p^0 = 0,5$	0,38	0,315	0,272	0,241		

Как видно из /22/, при данном χ неравенство /21/ выполняется до определенного p, после которого полученная структура сглаживается /см. рис. 1/*.

*Подставляя в /17/ и /18/ асимптотическое выражение для $L_p^s(-|\chi|)$ при больших p /9/

$$L_p^s(\chi) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{\chi/2} (-\chi)^{-\frac{s}{2} - \frac{1}{4}} \frac{s}{p} \frac{s}{2} - \frac{1}{4} \exp(2\sqrt{-p\chi}) \times \quad /П1/$$

$$\left\{ \sum_{\nu=0}^{k-1} c_{\nu}(\chi) p^{-\nu/2} + O(p^{-k/2}) \right\}; \quad \chi < 0,$$

получаем:

$$1. \quad n_c = 4p + 2,$$

$$\langle n_0 \rangle_{n_c} = 2c_1 + 4c_2 + 2\omega_1^2 + \frac{\langle n_c \rangle - 2}{2\sqrt{b}} \left(\sqrt{p} + \frac{1}{2\sqrt{p}} \right); \quad /П2/$$

$$2. \quad n_c = 4p + 4,$$

$$\langle n_0 \rangle_{n_c} = 2c_1 + 4c_2 + 2\omega_1^2 + \frac{\langle n_c \rangle - 2}{2\sqrt{b}} \sqrt{p} - (\langle n_c \rangle - 2) \frac{a}{4b}. \quad /П3/$$

Решая неравенства /19/, используя /П2/ и /П3/, находим

$$1. \quad n_c = 4p + 2,$$

$$\langle n_0 \rangle_{n_c} < \langle n_0 \rangle_{n_c+2} \quad \text{при любом } \chi; \quad /П4/$$

$$2. \quad n_c = 4p + 4,$$

$$\langle n_0 \rangle_{n_c} > \langle n_0 \rangle_{n_c+2} \quad \text{при любом } \chi, \quad /П5/$$

что не согласуется с картиной, полученной выше без использования асимптотического выражения для $L_p^s(\chi)$ /см. рис. 2/.

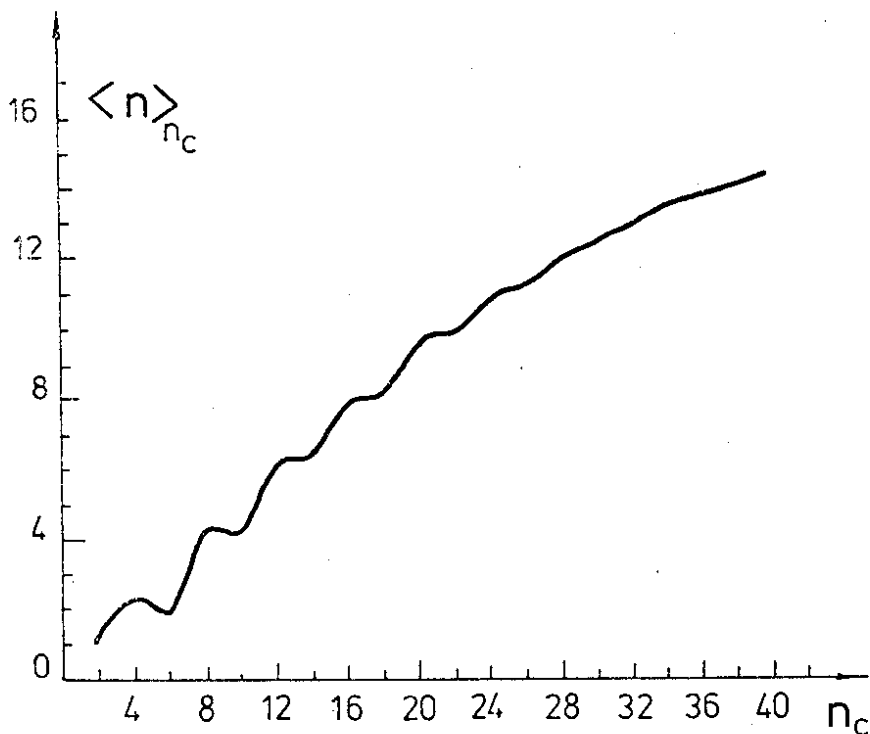


Рис.1. Осциляции $\langle n_0 \rangle_{n_c}$ в зависимости от n_c .

В пределах ошибок экспериментальные данные не противоречат предсказанной выше структуре. Экспериментальные данные проявляют характерную структуру функции $\langle n_0 \rangle_{n_c}$ с выполаживанием или загибом ее при больших для данной энергии значениях $n_c^{2,11}/K$. К сожалению, однако, большие экспериментальные ошибки не позволяют провести более детальную проверку.

В заключение отметим, что проведенный выше анализ указывает на все растущую роль многочастичных адронных ассоциаций /кластеров с $n_{кл} \geq 4$ / в процессах с большими множественностями. Этот анализ также указывает на возможность простого способа проверки существования этих кластеров, исходя из структурного поведения топологических характеристик множественного рождения при высоких энергиях.

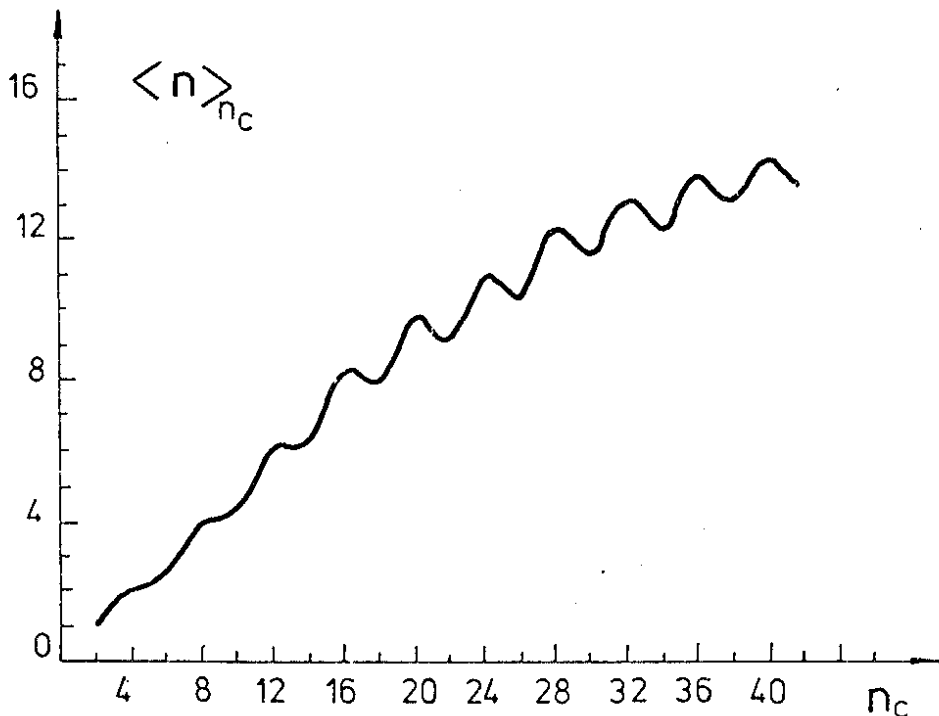


Рис.2. Поведение $\langle n \rangle_{n_c}$, полученное с использованием формулы /П1/.

Авторы глубоко благодарны Н.Н.Боголюбову и А.Н.Тавхелидзе за постоянную научную поддержку.

Мы выражаем свою признательность Ю.А.Будагову, В.А.Матвееву, С.Щ.Мавродиеву, В.К.Митрюшкину, В.И.Саврину, Л.А.Слепченко за плодотворные обсуждения и советы.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Получим здесь выражения /11/ и /12/ для /10/.

1. $n_c = 4p + 2$, имеем

$$W_{n_c} = e^{-(a+b)} \sum_{n=0}^p \frac{b^n a^{2p-2n}}{n!(2p-2n)!} =$$

$$\begin{aligned}
&= e^{-(a+b)} (4b)^p (-1)^p \sum_{n=0}^p (-1)^n \left(-\frac{a^2}{4b}\right)^{p-n} \frac{p(p-\frac{1}{2})(p-1)\dots(p-n+1)(p-n+\frac{1}{2})}{n!(2p)!} = \\
&= e^{-(a+b)} (4b)^p \frac{p!}{(2p)!} (-1)^p \sum_{n=0}^p (-1)^n \left(-\frac{a^2}{4b}\right)^{p-n} \frac{(p-\frac{1}{2})^{(n)}}{n!(p-n)!} \equiv \quad /A1/ \\
&\equiv e^{-(a+b)} (4b)^p \frac{p!}{(2p)!} L_p^{-\frac{1}{2}} \left(-\frac{a^2}{4b}\right).
\end{aligned}$$

$$2. n_c = 4p + 4,$$

$$\begin{aligned}
W_{n_c} &= e^{-(a+b)} \sum_{n=0}^p \frac{b^n a^{2p-2n+1}}{n!(2p-2n+1)!} = \\
&= e^{-(a+b)} a (4b)^p (-1)^p \sum_{n=0}^p (-1)^n \left(-\frac{a^2}{4b}\right)^{p-n} \frac{(p-n+1)(p-n+2)\dots(p-n+\frac{3}{2})\dots(p+\frac{1}{2})}{n!(2p+1)!} \equiv \\
&\equiv e^{-(a+b)} a (4b)^p \frac{p!}{(2p+1)!} L_p^{\frac{1}{2}} \left(-\frac{a^2}{4b}\right),
\end{aligned}$$

где $L_p^s(x)$ - полиномы Ляггера:

$$L_p^s(x) = \frac{1}{p!} e^x x^{-s} \frac{d^p}{dx^p} (e^{-x} x^{p+s}) = \quad /A3/$$

$$= (-1)^p \sum_{m=0}^p (-1)^m \frac{(p-s)^{(m)}}{m!(p-m)!} x^{p-m}. \quad /A4/$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Logunov A.A., Mestvirishvili M.A., Nguen Van Hieu. Phys.Lett., 1967, 25B, p. 611.
2. Kuleshov S.P., Matveev V.A., Sissakian A.N. Fizika, 1973, 5, p. 67; Grishin V.G. et al. JINR, E2-6596, Dubna, 1972; Nuovo Cim.Lett., 1973, 8, p. 590; Sissakian A.N. JINR, E2-9086, Dubna, 1975, p. 243. /См. также ссылки в этом обзоре/.

3. Wilson K. CLNS-131, Cornell, 1971.
4. Мавродиев С.Ш. и др. ЯФ, 1979, 30, 7, с.245.
5. Wroblewski A. International Colloquium on Many Body Reactions, Zakopane 1972, Lectures, 1973.
6. Wroblewski A. In: Proceedings of the VIII International Symposium on Multiparticle Dynamics, 12-17 June, Kaysersberg, 1977. /См. также ссылки в этом: обзоре/.
7. Koba Z., Nielson H.B., Olesen P. Nucl.Phys., 1972, B40, p. 317.
8. Slattery P. Phys.Rev., 1973, D7, p. 2073.
9. Сергё Г. Ортогональные многочлены, М., Физматгиз, 1972, с.206.
10. Biebl K.J., Klein M., Nahnauer R. Annalen Der Physik, 1978, 35, No. 3, p. 161.
11. Курилин А.С. и др. ОИЯИ, Д2-11833, Дубна, 1978.

Рукопись поступила в издательский отдел
30 июля 1979 года.