

3114/2-79



Объединенный  
институт  
ядерных  
исследований  
Дубна

---

Б-91

13/8-79

P2 - 12518

Г.Г.Бунатян

О СПЕКТРЕ  $\pi$  - МЕЗОНОВ В ЯДЕРНОЙ СРЕДЕ  
ПРИ БОЛЬШОЙ ПЛОТНОСТИ И ТЕМПЕРАТУРЕ

1979

Бунатян Г.Г.

P2 - 12518

О спектре  $\pi$ -мезонов в ядерной среде  
при большой плотности и температуре

Получены выражения, определяющие поляризационный оператор  $\pi$ -мезона  $\Pi(\omega, \vec{k}, T)$  в ядерной среде, состоящей из взаимодействующих нуклонов,  $\Delta_{33}$ -изобар,  $\pi$ -мезонов при большой плотности  $\rho$  и температуре  $T$ . При этом учитывается наличие в нагретой ядерной среде взаимодействующих  $\pi$ -мезонов, находящихся в равновесии со средой. Исследованы особенности температурной функции Грина  $\pi$ -мезона  $\mathcal{D}(\omega, \vec{k}, T)$  при различных  $T$ , определяющие спектр  $\pi$ -мезонов. Получена зависимость критической плотности  $\rho_k(T)$  от  $T$  и исследованы условия появления  $\pi$ -конденсатной неустойчивости при большой плотности  $\rho$  и температуре  $T$ , возникающих в столкновениях тяжелых ядер.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований, Дубна 1979

Bunatian G.G.

P2 - 12518

On  $\pi$ -Meson Spectrum in Nuclear Medium at High  
Density and Temperature

The expressions for polarization operator  $\Pi(\omega, \vec{k}, T)$  of  $\pi$ -mesons in nuclear medium consisting of interacting nucleons,  $\Delta_{33}$ -isobars and  $\pi$ -mesons at high temperature  $T$  and density  $\rho$  are obtained. The presence of interacting  $\pi$ -mesons in balance with heated matter in medium at high  $T$  is taken into account. The singularities of the temperature Green function of  $\pi$ -meson  $\mathcal{D}(\omega, \vec{k}, T)$ , determining  $\pi$ -meson spectrum at various  $T$ , are investigated. The dependence of the critical density  $\rho_k(T)$  on  $T$  is obtained, and the conditions of the  $\pi$ -condensate instability, appearing by high density  $\rho$  and temperature  $T$ , arising in heavy nuclear collisions, are investigated.

The investigation has been performed at the  
Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubno 1979

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время активно изучаются теоретически и экспериментально свойства ядер при большой плотности и температуре, в частности, спектр  $\pi$ -мезонов в таких условиях. Интерес к этим исследованиям возник в связи с работами А.Б.Мигдала<sup>1/</sup>, где было указано на возможность  $\pi$ -конденсатной неустойчивости ядерного вещества при плотности  $\rho > \rho_k$ . Можно считать установленным, что при обычной ядерной плотности  $\rho_0$   $\pi$ -конденсата нет<sup>2/</sup>, и для получения  $\pi$ -конденсатной неустойчивости необходимо  $\rho > \rho_0$ . Получение плотности  $\rho$ , существенно превышающей  $\rho_0$ , возможно в столкновениях тяжелых ядер большой энергии<sup>4,5/</sup>. Такие плотности  $\rho$ , по-видимому, не достигаются на действующих в настоящее время экспериментальных установках. Дальнейшие экспериментальные работы в этом направлении связаны со строительством новых установок, специально предназначенных для изучения  $\pi$ -конденсации и сверхплотных ядер<sup>3/</sup>.

Не вся вносимая в ядро энергия может быть затрачена на увеличение плотности, значительная ее часть пойдет на возбуждение системы. Если такое возбужденное состояние можно полагать статистически равновесным, или хотя бы близким к таковому, то его средние свойства можно описать, вводя температуру  $T$ , соответствующую энергии возбуждения.

Как показывают расчеты<sup>4/</sup>, уплотнение ядра  $\rho/\rho_0 \sim 3 \div 4$  сопровождается нагреванием этого уплотненного ядра до  $T \sim 100$  МэВ. Поэтому необходимо изучать спектр  $\pi$ -мезонов в ядерной среде при большой плотности  $\rho$  и температуре  $T$ , что и является предметом данной работы. Важно понять, какие энергии и массы сталкивающихся ядер наиболее благоприятны для возникновения  $\pi$ -конденсатной неустойчивости и образования сверхплотных ядер. Следует также выяснить при различных  $\rho, T$  соотношение между временем установления равновесия в системе  $t_T$ , временем  $t_\pi$  перехода из обычного состояния в состояние, содержащее  $\pi$ -конденсат, и временем  $t_k$ , в течение которого при столкновении ядер  $\rho$  и  $T$  оказываются такими, что  $\rho \geq \rho_k(T)$ . В предыдущей работе<sup>6/</sup> мы получили

зависимость  $\rho_k(T)$  для не слишком больших  $T \leq 0,3 \div 0,5 m_\pi$ . Некоторые соображения о возможной зависимости  $\rho_k(T)$  приведены также в <sup>7/</sup>. В данной работе мы рассматриваем  $T \geq m_\pi$ , при которых свойства ядерной среды существенно меняются. Наиболее важный, не учтенный ранее <sup>6/</sup>, эффект состоит в появлении в ядерной среде при  $T \geq m_\pi$  большого числа  $\pi$ -мезонов, находящихся в тепловом равновесии с ядерной средой - "черного излучения"  $\pi$ -мезонов. Мы учитываем также переход нуклонов в  $\Delta_{33}$ -изобары при таких  $T$ , но не учитываем возможности появления более тяжелых резонансов и мезонов, полагая, что  $T$  хотя и велико, но все же  $T < 6 m_\pi - m$ . В разделе 2 мы получим выражение для части поляризационного оператора  $\pi$ -мезона, обусловленной взаимодействием  $\pi$ -мезонов с нуклонами и  $\Delta_{33}$ -изобарами, в разделе 3 найдем вклад в поляризационный оператор  $\pi$ - $\pi$  взаимодействия. В разделе 4 выясним вид спектра  $\pi$ -мезонов в среде при различных  $\rho$ ,  $T$ , а в разделе 5 найдем зависимость  $\rho_k(T)$  и обсудим, к каким качественным выводам можно прийти на основе полученных результатов.

## 2. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ ОПЕРАТОР ПРИ БОЛЬШОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

1. Рассматриваем равновесную систему при температуре  $T$ , состоящую из нуклонов,  $\Delta_{33}$ -изобар и  $\pi$ -мезонов. Положим, что при всех  $T$  система изосимметрична; при  $T=0$  это нуклонная среда с  $Z=N$ . При  $T \neq 0$ , т.е. при "нагревании" системы, некоторое количество нуклонов переходит в  $\Delta_{33}$ -изобары, причем числа  $\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^-, \Delta^{--}$ -изобар равны между собой. Плотность нуклонов и  $\Delta$ -изобар, их химпотенциал  $\mu(T)$  определяются, очевидно, из простого условия:

$$\rho = A/V = \rho_N + \rho_\Delta = 4 \int \frac{d\vec{p}}{(2\pi)^3} n(p) + 16 \int \frac{d\vec{p}}{(2\pi)^3} n_\Delta(p) \quad /1/$$

$$n(p) = (1 + \exp[(\epsilon(p) - \mu(T))/T])^{-1}, \quad n_\Delta(p) = (1 + \exp[(\epsilon_\Delta(p) + \omega_\Delta - \mu(T))/T])^{-1}$$

$$\epsilon(p) = p^2/2m, \quad \epsilon_\Delta(p) = p^2/2M_\Delta, \quad \omega_\Delta = M_\Delta - m.$$

Используем систему единиц  $\hbar = c = m_\pi = 1$ . В этих же единицах измеряем температуру, так,  $T=1$  означает  $T = m_\pi = 140$  МэВ. В <sup>1/</sup>  $n_\Delta$  заметно отлично от 0 только для

$T \geq \epsilon_\Delta(p) + \omega_\Delta - \mu(T)$ , либо для  $\mu(T) \sim \omega_\Delta$ .  $\pi$ -мезоны находятся

в тепловом равновесии с "нагретой" ядерной средой, поэтому их химпотенциал  $\mu_\pi = 0$ .

2. Спектр  $\pi$ -мезонов  $\omega(\vec{k}, T)$  определяется особенностями аналитического продолжения температурной функции Грина:

$$\mathcal{D}_\nu(\omega_m, \vec{k}, T) = (\omega_m^2 - \vec{k}^2 - 1 - \Pi^\nu(\omega_m, \vec{k}, T))^{-1} \quad /2/$$

( $\nu = 0, +, -$ )

- с дискретных значений  $\omega_m = 2m\pi i T$  на всю комплексную плоскость  $\omega^{1/8}$ . Поляризационный оператор представим в виде:

$$\Pi = \Pi_s + \Pi_p + \Pi_\pi \quad /3/$$

$\Pi_s$  и  $\Pi_p$  обусловлены  $\pi N$ -взаимодействием в  $s$ - $p$ -состояниях <sup>1/</sup>, а  $\Pi_\pi$  - взаимодействием  $\pi$ -мезонов друг с другом. Вычислим  $\Pi_\pi$  в следующем разделе. Величина  $\Pi_s = -4\pi\rho S^+$  содержит амплитуду  $s$ -рассеяния  $S^+$ , которая при  $Z=N$  мала, и мы ею пренебрегаем. Примеры расчетов с включением  $\Pi_s$  при небольших  $T \leq 0,5$  даны в <sup>6/</sup>.

3.  $\Pi_p(\omega, \vec{k}, T)$  строится, как и в <sup>6/</sup>, согласно правилам диаграммной техники при  $T \neq 0$  <sup>8/</sup>, он содержит температурные функции Грина нуклонов  $\mathcal{G}(\xi_\ell, \vec{p}, T)$  и  $\Delta$ -изобар  $\mathcal{G}_\Delta(\xi_\ell, \vec{p}, T)$

$$\begin{aligned} \Pi_p(\omega, \vec{k}, T) &= \text{---} \text{---} \text{---} + \text{---} \text{---} \text{---} + \text{---} \text{---} \text{---} = \\ &= \hat{r}_{\pi NN}^{\hat{r}} (\mathcal{G}\mathcal{G}) \hat{J}^{\hat{r}} + \hat{r}_{\pi N\Delta}^{\hat{r}} (\mathcal{G}\mathcal{G}_\Delta(\omega, \vec{k}) + \mathcal{G}\mathcal{G}_\Delta(-\omega, -\vec{k})) \hat{J}_\Delta^{\hat{r}} + \\ &+ \hat{r}_{\pi\Delta\Delta}^{\hat{r}} (\mathcal{G}_\Delta\mathcal{G}_\Delta) \hat{J}_{\Delta\Delta}^{\hat{r}}. \end{aligned} \quad /4/$$

Неприводимые вершинные части:

$$\hat{r}_{\pi NN}^{\hat{r}} = i f v(k) \vec{r}(\vec{\sigma} \cdot \vec{k}), \quad \hat{r}_{\pi N\Delta}^{\hat{r}} = i g_{\pi N\Delta}(k) \vec{T}_{N\Delta}(\vec{s}_{N\Delta} \cdot \vec{k}), \quad r=1, \quad /5/$$

$$\hat{r}_{\pi\Delta\Delta}^{\hat{r}} = i g_{\pi\Delta\Delta}(k) (\vec{s}_{\Delta\Delta} \cdot \vec{k}) \vec{T}_{\Delta\Delta}^{\hat{r}}.$$

Здесь введены  $\vec{s}_{N\Delta}, \vec{s}_{\Delta\Delta}, \vec{T}_{N\Delta}, \vec{T}_{\Delta\Delta}$ -переходные спин и изоспин. <sup>9/</sup>

$$(\vec{s}_{N\Delta}^r)_{\alpha\beta} = (3/2\alpha | 1r 1/2\beta), \quad (\vec{s}_{\Delta\Delta}^r)_{\alpha\beta} = (3/2\alpha | 1r 3/2\beta) \quad /5'/$$

и аналогично для  $\hat{T}_{N\Delta}$  и  $\hat{T}_{\Delta\Delta}$  формфактор в  $\pi NN$ -вершине  $v(k) = (1+k^2 r_c^2)^{-1}$   $r_c = 0,27$ , согласно <sup>10/</sup>. Значения всех величин в /4/, /5/ обсудим ниже. Полные вершинные части  $\hat{J}, \hat{J}_\Delta, \hat{J}_{\Delta\Delta}$  в /4/ определяются системой уравнений

$$\begin{aligned} \hat{J}(\omega, \vec{k}, T) &= \text{---} \text{---} \text{---} + \text{---} \text{---} \text{---} + \text{---} \text{---} \text{---} + \text{---} \text{---} \text{---} = \\ &= \hat{r}_{\pi NN} + \hat{J}(\omega, \vec{k}, T)(\mathcal{G}\mathcal{G})\hat{g}_{NN} + \hat{J}_\Delta(\omega, \vec{k}, T)(\mathcal{G}\mathcal{G}_\Delta(\omega, \vec{k}) + \\ &+ \mathcal{G}\mathcal{G}_\Delta(-\omega, -\vec{k}))\hat{g}_{N\Delta} + \hat{J}_{\Delta\Delta}(\omega, \vec{k}, T)\hat{g}_{\Delta\Delta}^{NN} \\ \hat{J}_\Delta(\omega, \vec{k}, T) &= \hat{r}_{\pi N\Delta} + \hat{J}_\Delta(\omega, \vec{k}, T)(\mathcal{G}\mathcal{G}_\Delta(\omega, \vec{k}) + \mathcal{G}\mathcal{G}_\Delta(-\omega, -\vec{k}))\hat{g}_{\Delta\Delta} + \\ &+ \hat{J}(\omega, \vec{k}, T)(\mathcal{G}\mathcal{G})\hat{g}_{N\Delta} + \hat{J}_{\Delta\Delta}(\omega, \vec{k}, T)(\mathcal{G}_\Delta\mathcal{G}_\Delta)\hat{g}_{\Delta\Delta}^{N\Delta} \\ \hat{J}_{\Delta\Delta}(\omega, \vec{k}, T) &= \hat{r}_{\pi\Delta\Delta} + \hat{J}_{\Delta\Delta}(\omega, \vec{k}, T)(\mathcal{G}_\Delta\mathcal{G}_\Delta)\hat{g}_{\Delta\Delta}^{N\Delta} + \\ &+ \hat{J}(\omega, \vec{k}, T)(\mathcal{G}\mathcal{G})\hat{g}_{NN}^{N\Delta} + \hat{J}_\Delta(\omega, \vec{k}, T)(\mathcal{G}\mathcal{G}_\Delta(\omega, \vec{k}) + \\ &+ \mathcal{G}\mathcal{G}_\Delta(-\omega, -\vec{k}))\hat{g}_{N\Delta}^{N\Delta} \end{aligned} \quad /6/$$

Спин-изоспиновая зависимость  $\hat{J}, \hat{J}_\Delta, \hat{J}_{\Delta\Delta}$  такая же, как  $\hat{r}_{\pi NN}, \hat{r}_{\pi N\Delta}, \hat{r}_{\pi\Delta\Delta}$  в /5/

$$\begin{aligned} \hat{J} &= i \mathcal{J}(\omega, \vec{k}, T)(\vec{\sigma} \cdot \vec{k})\vec{r}, \quad \hat{J}_\Delta = i \mathcal{J}_\Delta(\omega, \vec{k}, T)(\vec{s} \cdot \vec{k})\vec{T}_{N\Delta} \\ \hat{J}_{\Delta\Delta} &= i \mathcal{J}_{\Delta\Delta}(\omega, \vec{k}, T)(\vec{s}_{\Delta\Delta} \cdot \vec{k})\vec{T}_{\Delta\Delta} \end{aligned} \quad /5''/$$

В /6/ входят неприводимые амплитуды рассеяния, не содержащие графиков, имеющих в поперечном разрезе один  $\pi$ -мезон, частицу-дырку, изобару-дырку:

$$\hat{g}_{NN} = (\vec{\sigma} \vec{\sigma}')(\vec{r} \vec{r}')\bar{g}'(k)\pi^2 / m^* p_0,$$

$$\hat{g}_{\Delta N} = (\vec{\sigma} \vec{s}_{N\Delta})(\vec{r} \vec{T}_{N\Delta})g_{\Delta N}, \quad \hat{g}_{\Delta\Delta} = (\vec{s}_{\Delta N} \cdot \vec{s}'_{\Delta N})(\vec{T}_{\Delta N} \cdot \vec{T}'_{\Delta N})g_{\Delta\Delta},$$

$$\hat{g}_{\Delta\Delta}^{NN} = (\vec{s}_{\Delta\Delta} \vec{\sigma})(\vec{T}_{\Delta\Delta} \vec{r})g_{\Delta\Delta}^{NN}, \quad \hat{g}_{\Delta\Delta}^{N\Delta} = (\vec{s}_{\Delta\Delta} \cdot \vec{s}'_{N\Delta})(\vec{T}_{\Delta\Delta} \cdot \vec{T}'_{N\Delta})g_{\Delta\Delta}^{N\Delta},$$

$$\hat{g}_{\Delta\Delta}^{\Delta\Delta} = (\vec{s}_{\Delta\Delta} \cdot \vec{s}'_{\Delta\Delta})(\vec{T}_{\Delta\Delta} \cdot \vec{T}'_{\Delta\Delta})g_{\Delta\Delta}^{\Delta\Delta}.$$

Вид всех  $g$  в /7/ обсудим ниже.

Как обычно в теории конечных ферми-систем <sup>11/</sup>, из /4/, /6/ получаем выражения, содержащие лишь произведения полюсных частей функции Грина  $\mathcal{G}^a$  и  $\mathcal{G}_\Delta^a$  /и эффективный заряд квазичастиц  $e_q = 1$  <sup>11/</sup> /, после чего входящие в /4/, /6/ выражения легко вычисляются, как и в <sup>6/</sup>.

$$(\mathcal{G}^a \mathcal{G}^a(\omega, \vec{k})) = e_q \int \frac{d\vec{p}}{(2\pi)^3} \cdot \frac{n(p) - n(p+k)}{\omega + \epsilon(p) - \epsilon(p+k)}, \quad e_q = 1,$$

$$(\mathcal{G}^a \mathcal{G}_\Delta^a(\omega, \vec{k})) = \int \frac{d\vec{p}}{(2\pi)^3} \cdot \frac{n(p) - n_\Delta(p+k)}{\omega + \epsilon(p) - \epsilon_\Delta(p+k) - \omega_R}, \quad /8/$$

$$(\mathcal{G}_\Delta^a \mathcal{G}_\Delta^a(\omega, \vec{k})) = \int \frac{d\vec{p}}{(2\pi)^3} \cdot \frac{n_\Delta(p) - n_\Delta(p+k)}{\omega + \epsilon_\Delta(p) - \epsilon_\Delta(p+k)},$$

$\omega_R = 2,36$  - резонансная частота <sup>12/</sup>. В этих формулах и далее уже можно выполнить аналитическое продолжение с  $\omega_m$  на всю плоскость  $\omega$  и тем самым получить аналитическое продолжение  $\mathcal{J}(\omega), \mathcal{J}_\Delta(\omega), \mathcal{J}_{\Delta\Delta}(\omega)$  в /6/ и  $\Pi(\omega)$  /4/.

4. Неприводимая амплитуда NN-рассеяния  $\bar{g}'(k)$  обсуждалась в <sup>6/</sup>, и во всех дальнейших расчетах для  $\bar{g}'(k)$  используется формула /20/ из <sup>6/</sup>. Как и в <sup>6/</sup>, принимаем <sup>12/</sup> обычные значения:

$$g_{\pi N\Delta}(k) = 3\sqrt{2}\pi a(k) = g_{\pi\Delta\Delta}(k), \quad a(k) = 0,08(1+k^2 \cdot 0,23)^{-1}, \quad /9/$$

а для оценки кова в системе  $N\Delta$  и  $\Delta\Delta$  полагаем

$$g_{\Delta N}(k) = \frac{1}{3} g_{\pi N \Delta}(k) v(k) f, \quad g_{\Delta \Delta} = g_{\Delta \Delta}^{NN} = g_{\Delta \Delta}^{\Delta \Delta} = g_{\Delta \Delta}^{N \Delta} = \frac{1}{3} g_{\pi N \Delta}^2(k). \quad /9'/$$

Справедливость этих оценок /9/, /9'/ обсуждалась в /6/. Подставив /5/, /5'/, /5''/, /7/, /9/ в /4/, /6/ и вычислив интегралы /8/ и суммы матричных элементов  $\vec{\sigma}$ ,  $\vec{s}$ ,  $\vec{r}$ ,  $\vec{T}$  в /4/, /6/, получим окончательное выражение для  $\Pi_p(\omega, \vec{k}, T)$  и систему уравнений для  $\mathcal{J}$ ,  $\mathcal{J}_\Delta$ ,  $\mathcal{J}_{\Delta\Delta}$ :

$$\Pi_p^V(\omega, \vec{k}, T) = 4k^2 f v(k) \Phi_N(\omega, \vec{k}, T) \mathcal{J}(\omega, \vec{k}, T) + k^2 \sqrt{2\pi a(k)} \frac{16}{3} \times \\ \times [(\Phi_\Delta(\omega, \vec{k}, T) - \Phi_\Delta(\omega, \vec{k}, T)) \mathcal{J}_\Delta(\omega, \vec{k}, T) + \quad /10/$$

$$+ \Phi_{\Delta\Delta}(\omega, \vec{k}, T) \mathcal{J}_{\Delta\Delta}(\omega, \vec{k}, T)],$$

$$r_1 = \sum_j \mathcal{J}_1 c_{1j}, \quad \mathcal{J}_1 = \mathcal{J}, \quad \mathcal{J}_2 = \mathcal{J}_\Delta, \quad \mathcal{J}_3 = \mathcal{J}_{\Delta\Delta},$$

$$r_1 = f v(k), \quad r_2 = g_{\pi N \Delta}(k), \quad r_3 = g_{\pi \Delta \Delta}(k). \quad /11/$$

Здесь введены обозначения:

$$c_{11} = 1 - 2 \frac{\tilde{g}'(k)}{p_0 m^*} \frac{2\pi^2}{9} \Phi_N, \quad c_{12} = -\frac{16}{9} \sqrt{2\pi a(k)} v(k) f [\Phi_\Delta - \Phi_\Delta^\Delta],$$

$$c_{13} = -\Phi_{\Delta\Delta} \cdot \frac{16}{9} f v(k) \sqrt{2\pi a(k)}, \quad c_{21} = -4 \sqrt{2\pi a(k)} f v(k) \Phi_N = c_{31},$$

$$c_{22} = 1 + c_{32}, \quad c_{32} = -\frac{32}{3} \pi a(k) [\Phi_\Delta - \Phi_\Delta^\Delta], \quad c_{33} = 1 + c_{23},$$

$$c_{23} = -\frac{32}{3} \pi a(k) \Phi_{\Delta\Delta},$$

$$\Phi_N(\omega, \vec{k}, T) = \phi_N(\omega, \vec{k}, T) + \phi_N(-\omega, -\vec{k}, T),$$

$$\phi_N(\omega, \vec{k}, T) = -\frac{m^* 3}{(2\pi)^2 k^3} \int_0^\infty d\epsilon \frac{n(\epsilon)(1-n(\epsilon))}{T} \left\{ -u x + \frac{1}{2} (x^2 - u^2) \ln \frac{u-x}{u+x} \right\},$$

$$\Phi_\Delta(\omega, \vec{k}, T) = \phi_\Delta(\omega, \vec{k}, T) + \phi_\Delta(-\omega, -\vec{k}, T),$$

$$\phi_\Delta(\omega, \vec{k}, T) = -\frac{M_\Delta^3}{k^3 (2\pi)^2} \int_0^\infty d\epsilon \frac{n(\epsilon)(1-n(\epsilon))}{T} \left\{ \frac{1}{2} (x^2 - \frac{(1+\gamma)^2}{4a^2}) \times \quad /11'/$$

$$\times \ln \left( \frac{1+\gamma-2ax}{1+\gamma+2ax} \right) + \frac{1}{2} (x^2 - \frac{(1-\gamma)^2}{4a^2}) \ln \left( \frac{1-\gamma-2ax}{1-\gamma+2ax} \right) - \frac{x}{a} \right\},$$

$$u = \omega - \frac{k^2}{2m^*}, \quad x = \frac{k}{M_\Delta} \sqrt{2m^* \epsilon}, \quad a = \frac{M_\Delta(M_\Delta - m^*)}{2m^* k^2}, \quad \gamma = \sqrt{1-4a\beta}$$

$$\beta = \omega - \omega_R - \frac{k^2}{2M_\Delta}, \quad m^* = 0,9m.$$

Функция  $\Phi_{\Delta\Delta}$  отличается от  $\Phi_N$  лишь заменой  $n(\epsilon, T)$  на  $n_\Delta(\epsilon, T)$  и  $m^*$  на  $M_\Delta$ . Чтобы получить  $\Phi_\Delta^\Delta$  из  $\Phi_\Delta$ , надо заменить перед всем интегралом  $M_\Delta^3$  на  $m^{*3}$ ,  $n$  на  $n_\Delta$ , и

$$x = \frac{k \sqrt{2M_\Delta \epsilon}}{m^*}, \quad a = \frac{(M_\Delta - m^*) m^*}{2M_\Delta k}, \quad \beta = \omega - \omega_R - \frac{k^2}{2m^*}. \quad /11''/$$

5. Можно полагать не зависящими от температуры входящие во все формулы неприводимые вершинные части и неприводимые амплитуды  $\pi NN$ ,  $\pi N \Delta$ ,  $\pi \Delta \Delta$ ,  $NN$ ,  $N \Delta$ ,  $\Delta \Delta$ -рассеяния. Действительно, отталкивательный кор на малых,  $\leq 0,4 \Phi$ , расстояниях обусловлен, как и для рассеяния в пустоте, обменом тяжелыми частицами. Поэтому зависимость от  $T$  могла бы стать в них заметной лишь для  $T \geq m$ , но столь больших  $T$  мы рассматривать не будем. Таким образом, вся зависимость  $\Pi_p(T)$  обусловлена зависимостью от  $T$  функций  $\Phi_N$ ,  $\Phi_\Delta$ ,  $\Phi_\Delta^\Delta$  в /10/, /11/, /11''/ и зависимостью  $\mu(T)$  согласно /1/. При не очень больших  $T \leq 0,3 \div 0,5$  зависимость  $\Pi_p(T)$  определяется первым слагаемым в /4/, /10/, т.е.  $\Phi_N(T)$  в /10/, /11/. С дальнейшим ростом  $T \geq 0,5 \div 1$  заметную роль начинает играть зависимость от  $T$

второго слагаемого в /4/, /10/, т.е.  $\Phi_{\Delta}(T)$ ,  $\Phi_{\Delta\Delta}(T)$  в /10/, /11/. Последнее слагаемое в /4/, /10/, т.е.  $\Phi_{\Delta\Delta}$  в /10/, /11/, играет сравнительно малую роль при всех рассматриваемых нами  $T < m$ . При  $T \gg 1$  в /3/ становится существенным последний член  $\Pi_{\pi}$ , который вычисляется в следующем разделе.

### 3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ОПЕРАТОРА $\Pi_{\pi}$

1. При больших температурах необходимо учитывать появление в нагретой ядерной среде  $\pi$ -мезонов, находящихся в тепловом равновесии со средой ( $\mu_{\pi} = 0$ ) - "черного излучения"  $\pi$ -мезонов. Взаимодействие  $\pi$ -мезонов будем описывать лагранжианом Вайнберга /13/:

$$\mathcal{L}_{\pi\pi}(x) = (2F_{\pi\pi})^{-2} \{ (\vec{\pi}^*(x_1) \vec{\pi}(x_2)) [-\partial_{\mu} \vec{\pi}^*(x_3) \partial^{\mu} \vec{\pi}(x_4) + \frac{1}{2} (\vec{\pi}^*(x_3) \vec{\pi}(x_4))] \} \equiv (2F_{\pi\pi})^{-2} \hat{\Lambda}(x_1; x_2 | x_3; x_4) \times \quad /12/$$

$$[ (\vec{\pi}^*(x_1) \vec{\pi}(x_2)) (\vec{\pi}^*(x_3) \vec{\pi}(x_4)) ] \quad x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x,$$

где  $\vec{\pi}$  - оператор  $\pi$ -мезонного поля, а постоянные имеют обычные значения

$$2F_{\pi\pi} = \left(\frac{G}{2m}\right)^{-1} \left(\frac{g_{\Delta}}{g_V}\right) = 1,2 \div 1,3, \quad G^2/4m^2 = 1, \quad g_{\Delta}/g_V = 1,2.$$

На пороге физической области расчет амплитуды  $\pi\pi$ -рассеяния в борновском приближении с таким взаимодействием хорошо согласуется с экспериментальными данными /14/. Выражение /12/ описывает  $\pi\pi$ -взаимодействие в пустоте, а не в ядерной среде. Влияние среды обсуждалось в /1/. В нашей работе не рассматривается изменение  $\mathcal{L}_{\pi\pi}$  в среде. Расчет с /12/ имеет целью лишь качественно представить, как влияет  $\pi\pi$ -взаимодействие на спектр  $\pi$ -мезонов.

2. Имея лагранжиан /12/, мы можем по обычным правилам найти собственно энергетическую часть  $\Pi_{\pi}(\omega, \vec{k}, T)$ , обусловленную  $\pi\pi$ -взаимодействием. При этом следует иметь в виду, что обычная  $\hat{S}$ -матрица

$$\hat{S} = \hat{T} \left( \exp \left[ i \int \mathcal{L}'(x) dx \right] \right) \quad /13/$$

содержит именно лагранжиан взаимодействия  $\mathcal{L}'$  /15/, поэтому и в выражение для  $\Pi_{\pi}$  войдет также  $\mathcal{L}'_{\pi\pi}$  /12/

$$\Pi_{\pi}^{\nu}(\omega, \vec{k}, T) = \begin{array}{c} \mu, \xi, \vec{q} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \nu, \omega, \vec{k} \quad \nu, \omega, \vec{k} \end{array} = -[\hat{\Lambda}(k, \nu; k, \nu | x; x) + \hat{\Lambda}(x; x | k, \nu; k, \nu)] \times \quad /14/$$

$$\times \langle : (\vec{\pi}^*(x) \vec{\pi}(x)) : \rangle = -[\hat{\Lambda}(x; k, \nu | k, \nu; x) + \hat{\Lambda}(k, \nu; x | x; k, \nu)] \times$$

$$\times \langle : (\pi_{\nu}^*(x) \pi_{\nu}(x)) : \rangle, \quad x \equiv (t, \vec{x}), \quad \nu; k \equiv (\omega, \vec{k}), \quad \nu = 0, +, -.$$

Здесь замкнутая  $\pi$ -мезонная петля  $\mathcal{N} \equiv \langle : (\pi_{\mu}^*(x) \pi_{\mu}(x)) : \rangle$

- среднее от нормального произведения операторов  $\pi$ -мезонного поля по равновесному состоянию с температурой  $T$ .  $\mathcal{N}$ -получим из сравнения с выражением для температурной мацубаровской функции Грина /8/  $\pi$ -мезона  $\mathcal{D}(\tau - \tau', \vec{x} - \vec{x}')$  при совпадающих аргументах  $\tau - \tau' = \pm 0$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\nu\nu'}(\pm 0) &= -\langle \hat{T}_{\tau} (\pi_{\nu}(x) \pi_{\nu'}^*(\tau \mp 0, \vec{x})) \rangle = \\ &= \delta_{\nu\nu'} T \sum_{\vec{k}} \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} (\omega_m^2 - 1 - \vec{k}^2 - \Pi^{\nu}(\omega_m, \vec{k}, T))^{-1} e^{\pm 0\omega_m} = \quad /15/ \\ &= \delta_{\nu\nu'} T \sum_{\vec{k}} \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \mathcal{D}_{\nu}(\omega_m, \vec{k}, T) e^{\pm 0\omega_m}, \quad \omega_m = 2\pi i m T. \end{aligned}$$

Используя обычный метод вычисления таких сумм /15/, найдем

$$\mathcal{D}_{\nu\nu'}(\pm 0) = \delta_{\nu\nu'} \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \left[ \int_0^{\pm 1} \frac{d\xi}{2\pi i} (\mp 1) e^{\pm 0\xi} \mathcal{D}_{\nu}(\xi, \vec{k}, T) \chi(\pm \xi) - \right. \quad /15'/$$

$$\left. - \sum_{\xi = \pm i\omega_1} \chi(\xi) \left( 2\xi - \frac{\partial \Pi^{\nu}(\xi, \vec{k}, T)}{\partial \xi} \right)^{-1} \right],$$

$$\chi(\xi) = (e^{\xi/T} - 1)^{-1},$$

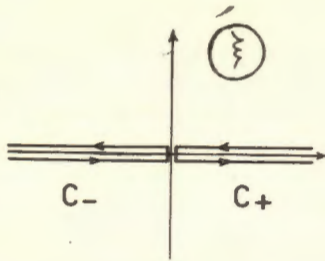


Рис. 1

контур интегрирования  $C$  изображен на рис. 1. Он состоит из  $C_+$  и  $C_-$ , охватывающих положительную и отрицательную полуоси. Точка  $\xi=0$  исключается из областей, охватываемых контуром интегрирования. При  $\xi=0$  у  $\mathcal{D}(\xi, \vec{k}, T)$  особенностей нет. Как мы убедимся в следующих разделах 4 и 5,  $\mathcal{D}(\xi, \vec{k}, T)$ , кроме особенностей на действительной оси, может иметь полюса при чисто мнимых  $\xi = \pm i\omega_i(\vec{k}, T)$ , что и соответствует появлению  $\pi$ -конденсатной неустойчивости. Последняя сумма в /15'/ содержит вычеты  $\mathcal{D}(\xi, \vec{k}, T)$  в этих полюсах. Сравнивая определение  $\mathcal{D}(\pm 0)$  с определением  $\mathcal{N}$  в /14/, заключаем, что:

$$\begin{aligned} \langle : (\pi_{\nu}^*(\mathbf{x}) \pi_{\nu}(\mathbf{x})) : \rangle = & -\delta_{\nu\nu} \cdot \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \left[ - \int_{C_+} \frac{d\xi}{2\pi i} \mathcal{D}_{\nu}(\xi, \vec{k}, T) \chi(\xi) + \right. \\ & \left. + \int_{C_-} \frac{d\xi}{2\pi i} \mathcal{D}_{\nu}(\xi, \vec{k}, T) \chi(-\xi) - \sum_{\xi = \pm i\omega_i} \chi(\xi) (2\xi - \partial \Pi(\xi, \vec{k}, T) / \partial \xi)^{-1} \right]. \end{aligned} \quad /16/$$

Это выражение содержит полный поляризационный оператор  $\Pi(\xi, \vec{k}, T)$ . Вычисление /16/ можно свести к вычислению интегралов по действительным полуосям от разностей подынтегральных функций непосредственно выше и ниже действительной оси. Особенности  $\mathcal{D}(\xi, \vec{k}, T)$ , определяющие эти интегралы, мы подробно обсудим в следующем разделе.

Если  $\mathcal{D}(\xi)$  имеет лишь полюса на действительной оси  $\omega = \omega_{\vec{k}}^{\pm}$ , то /16/ сводится к

$$\begin{aligned} \langle : (\pi_{\nu}^*(\mathbf{x}) \pi_{\nu}(\mathbf{x})) : \rangle = & -\delta_{\nu\nu} \cdot \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \left[ -\chi(\omega_{\vec{k}}^+) (2\omega - \frac{\partial \Pi}{\partial \omega})_{\omega=\omega_{\vec{k}}^+}^{-1} + \right. \\ & \left. + \chi(-\omega_{\vec{k}}^-) \cdot (2\omega - \frac{\partial \Pi}{\partial \omega})_{\omega=\omega_{\vec{k}}^-}^{-1} \right]. \end{aligned} \quad /16'/$$

В изосимметрической среде  $\omega_{\vec{k}} = \omega_{\vec{k}}^+ = -\omega_{\vec{k}}^-$ ,

$$\langle : (\pi_{\nu}^*(\mathbf{x}) \pi_{\nu}(\mathbf{x})) : \rangle =$$

$$= \delta_{\nu\nu} \cdot \int \frac{2d\vec{k}}{(2\pi)^3 (2\omega - \frac{\partial \Pi}{\partial \omega})_{\omega=\omega_{\vec{k}}} (e^{\omega_{\vec{k}}/T} - 1)}. \quad /16''/$$

Подставляя /16/ в /14/, получаем

$$\begin{aligned} \Pi_{\pi}^{\nu}(\omega, \vec{k}, T) = & (2F_{\pi\pi})^{-2} \int \frac{dq}{(2\pi)^3} \left( - \int_{C_+} \frac{d\xi}{2\pi i} \chi(\xi) + \int_{C_-} \frac{d\xi}{2\pi i} \chi(-\xi) \right) \times \\ & \times \left( \sum_{\mu} \mathcal{D}_{\mu}(\xi, \vec{q}, T) \cdot (-\xi^2 + \vec{q}^2 - \omega^2 + \vec{k}^2 + 1) + 2\mathcal{D}_{\nu}(\xi, \vec{q}, T) (-\omega\xi + \vec{k}\vec{q} + \frac{1}{2}) \right) - \\ & - \int \frac{dq}{(2\pi)^3} \sum_{\xi = \pm i\omega_i} \chi(\xi) \left[ \frac{2(-\omega\xi + \vec{k}\vec{q} + \frac{1}{2})}{2\xi - \partial \Pi^{\nu} / \partial \xi} + \sum_{\mu} \frac{-\xi^2 + \vec{q}^2 - \omega^2 + \vec{k}^2 + 1}{2\xi - \partial \Pi^{\mu} / \partial \xi} \right]. \end{aligned} \quad /17/$$

При  $T=0$  все выражения /16/ и /17/, очевидно, обращаются в нуль, если нет полюсов  $\mathcal{D}_{\nu}(\xi)$ ,  $\xi = \pm i\omega_i$ , т.е. нет  $\pi$ -конденсатной неустойчивости. В /17/ входит  $\Pi$ -полный поляризационный оператор в среде. Поэтому выражение

$$\Pi = \Pi_s + \Pi_p + \Pi_{\pi} \quad /18/$$

представляет собой уравнение для  $\Pi$ . Получение общего решения /18/ мы обсудим в следующем разделе после выяснения свойств  $\Pi(\xi, \vec{k}, T)$ ,  $\mathcal{D}(\xi, \vec{k}, T)$ , а теперь найдем выражение для

$\Pi_{\pi}^{\nu}(\omega, \vec{k}, T)$ , заменяя в /17/ полный  $\Pi^{\nu}$  на  $\Pi_{\pi}(\omega, \vec{k}, T)$ ,

т.е.  $\mathcal{D}(\xi, \vec{k}, T)$  в /17/ на

$$\tilde{\mathcal{D}}_{\nu}(\xi, \vec{k}, T) = (\xi^2 - 1 - \vec{k}^2 - \tilde{\Pi}_{\pi}^{\nu}(\xi, \vec{k}, T))^{-1}. \quad /2'/$$

Такая  $\tilde{\mathcal{D}}_{\nu}(\xi, \vec{k}, T)$  имеет лишь действительные полюса  $\omega_{\vec{q}}$ . В изосимметрической среде после несложных вычислений получим

$$\tilde{\Pi}_{\pi}^{\nu}(\omega, \vec{k}, T) = -J(4 - 3(\omega^2 - \vec{k}^2)) + 3J \frac{1 - 4J}{1 - 6J}, \quad /19/$$

где  $J(T)$  определяется из уравнения

$$J(T) = (2F_{\pi\pi})^{-2} \int_0^{\infty} \frac{dq \cdot q^2}{2\pi^2 \omega_q(T)(1-3J(T))(e^{\omega_q(T)/T} - 1)}, \quad /20/$$

а  $\omega_q^2(T)$  из  $\tilde{\mathcal{D}}^{-1}(\omega, k, T) = 0$ .

$$\omega_q^2(T) = q^2 + [1-4J + \frac{3J(1-4J)}{1-6J}](1-3J)^{-1}. \quad /21/$$

Очевидно,  $J(0)=0$ , и  $\omega_q^2(T)$ ,  $J(T)$  растут с ростом  $T$ , но из /20/ и /21/ нетрудно заключить, что  $0 \leq J(T) < 1/6$  при любых  $T$ .

В разделе 5 мы приведем результаты численных расчетов  $\rho_k(T)$ , предварительно обсудив в разделе 4 свойства полного поляризационного оператора  $\Pi(\xi, k, T)$  и функции  $\mathcal{D}_\nu(\xi, k, T)$ .

#### 4. СВОЙСТВА ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ОПЕРАТОРА $\Pi(\omega, \vec{k}, T)$ И СПЕКТР $\pi$ -МЕЗОНОВ

1. Из формул /10/, /11/, /11'/', /11''/'/ для функций  $\phi_N$ ,  $\phi_\Delta$ ,  $\phi_\Delta^\Delta$  ясно, что  $\Pi(\xi)$  имеет логарифмические точки ветвления.  $\Pi(\omega, k, T)$  и, следовательно,  $\mathcal{D}(\omega, k, T)$ , определены на комплексной плоскости  $\omega$ , имеющей разрез на вещественной оси, определяемые положением точек ветвления. Для действительных  $\omega$  на разрезах  $\phi_N(\omega)$ ,  $\phi_\Delta(\omega)$ ,  $\phi_\Delta^\Delta(\omega)$  содержат логарифмы отрицательных величин, и поэтому для таких  $\omega$   $\text{Im}\Pi(\omega) \neq 0$ . Сразу же отметим, что для  $\text{Re}\omega=0$  всегда  $\text{Im}\Pi=0$ . Области  $(\omega, k)$ , где  $\text{Im}\Pi(\omega, k) \neq 0$ , определяются из /11/, /11'/'/ для  $T=0$  условиями

I)  $\omega + k^2/2m - kv < 0, \quad v = \sqrt{2\mu/m}.$

II)  $\omega - k^2/2m + kv > 0, \quad \omega - k^2/2m - kv < 0. \quad /22/$

III)  $\omega < \omega_R + k^2/2(M_\Delta - m), \quad 2\alpha x - \gamma > 1.$

IV)  $\omega < \omega_R + k^2/2(M_\Delta - m), \quad 1 - 2\alpha x < \gamma < 1 + 2\alpha x,$

где  $a, \gamma, x$  из /11/ и /11'/'/ берутся при  $\epsilon=\mu$ . При каждом  $k$  разрезы на действительной оси  $\omega$  определяются для  $T=0$  из /22/. На рис. 2 представлена в качестве примера область  $(\omega, k)$ , где  $\text{Im}\Pi(\omega, k, 0) \neq 0$  для  $\rho=1.8$ . Вся картина в нашем случае изосимметричной среды, очевидно, симметрична относительно замены  $\omega$  на  $-\omega$ . Сама  $\text{Im}\Pi(\omega)$  изображена на рис. 3 при  $k^2=3, \rho=1.8, T=0$ . Видно, что везде  $\text{Im}\Pi < 0$  и  $\text{Im}\Pi \rightarrow 0$  при  $\omega \rightarrow 0$ . В этом примере  $\Pi(\omega)$  и  $\mathcal{D}(\omega)$  определены на плоскости

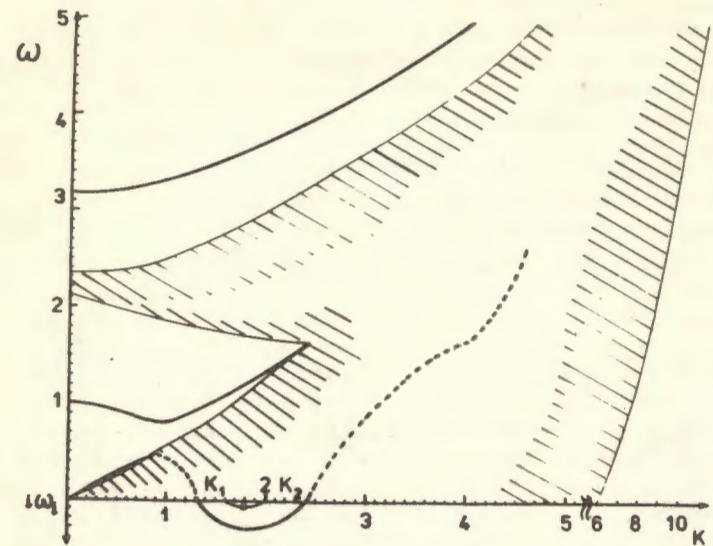


Рис. 2. Область  $(\omega, k)$ , где  $\text{Im}\Pi \neq 0$  при  $T=0$  - заштрихована; частоты  $\pi$ -мезонного поля  $\omega(k)$  и  $i\omega_1(k)$  при  $T=0$  - сплошные кривые;  $i\omega_1(k)$  при  $T=0,63$  - кривая с точкой;  $\omega_0(k)$ , полученные при  $\text{Im}\Pi = 0$  - штрихованные кривые.  $\rho = 1.8$ .

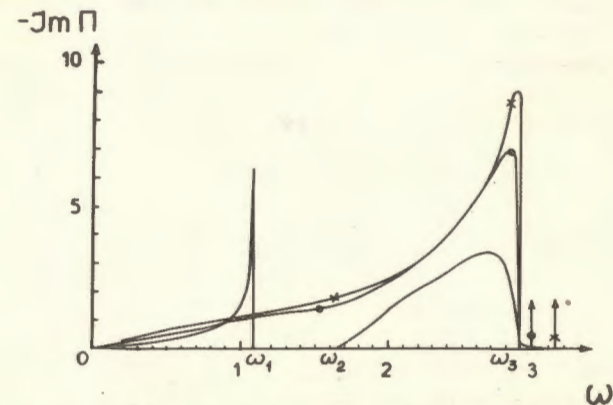


Рис. 3. Зависимость  $\text{Im}\Pi(\omega)$  при  $\rho=1.8, k^2=3$  и  $T=0$  - сплошная кривая,  $T=0,63$  - кривая с точками,  $T=1,5$  - кривая с крестиком. Пояснения в тексте.



с разрезами на действительной оси от 0 до  $\omega_1=1,1$  и от  $\omega_2=2,65$  до  $\omega_3=2,9$  и симметрично для  $\omega < 0$ . На рис. 3 представлена  $\text{Im}\Pi(\omega+i\delta)$ , т.е. на верхнем краю разреза; на нижнем краю  $\text{Im}\Pi(\omega-i\delta) > 0$  — меняет знак.  $\text{Im}\mathcal{D}$  определяется  $\text{Im}\Pi$ , поэтому на краях разрезов

$$\mathcal{D}(\omega+i\delta, \vec{k}) - \mathcal{D}(\omega-i\delta, \vec{k}) = 2i\text{Im}\mathcal{D}(\omega, \vec{k}). \quad /23/$$

Дискретные собственные частоты  $\pi$ -мезона, т.е. полюса  $\mathcal{D}$ , определяются из уравнения:

$$\mathcal{D}^{-1}(\omega, \vec{k}, T) = \omega^2 - k^2 - 1 - \Pi(\omega, \vec{k}, T) = 0. \quad /24/$$

Как нетрудно убедиться /используя /10/, /11/, /11'//, это уравнение не может иметь комплексных решений, они либо чисто действительные, либо чисто мнимые. Все его решения существуют лишь там, где  $\text{Im}\Pi(\omega, \vec{k}) = 0$ . При  $\text{Im}\Pi(\omega, \vec{k}) \neq 0$  полюсов у  $\mathcal{D}$ , т.е. дискретных собственных частот  $\pi$ -мезона в среде, нет. Иногда говорят о разрезе на действительной оси как о континууме собственных частот. При  $T=0$  спектр  $\pi$ -мезонов имеет, как известно /1/, три ветви, они изображены на рис. 2 для  $\rho=1,8$ . В рассматриваемом примере  $\rho=1,8 > \rho_k(0)=1,5$ , поэтому при  $k_1 < k < k_2$   $\mathcal{D}(\omega, k, 0)$  имеет чисто мнимые полюса  $\omega(k) = \pm i\omega_i(k)$ ,  $\omega^2(k) = -\omega_i^2(k) < 0$ . Зависимость  $\omega_i(k)$  представлена на рис. 2. Для тех  $k$ , где  $\text{Im}\Pi \neq 0$ , нет решения /23/  $\omega(k)$ , но если положить для этих  $k$   $\text{Im}\Pi = 0$ , появятся решения  $\omega_0(k)$ , изображенные на рис. 2 штрихованной кривой.

2. При  $T \neq 0$  из /10/, /11/, /11'/ ясно, что при любых  $k$   $\text{Im}\Pi(\omega, k, T) = 0$  лишь для  $\text{Re}\omega = 0$ , т.е. на мнимой оси. Поэтому при  $T \neq 0$  функции  $\Pi(\omega)$  и  $\mathcal{D}(\omega)$  определены на плоскости  $\omega$  с размером по всей действительной оси, исключая лишь точку  $\text{Re}\omega = 0$ .  $\mathcal{D}$  не имеет полюсов на действительной оси, но для всех  $\omega$  имеет место соотношение /23/. Если при  $T \neq 0$ ,  $\rho > \rho_k(T)$ , т.е. в системе есть  $\pi$ -конденсатная неустойчивость,  $\mathcal{D}(\omega)$  имеет полюса  $\omega(k, T) = \pm i\omega_i(k, T)$  на мнимой оси для  $k_1 < k < k_2$ ; зависимость  $\omega_i(k)$  для  $\rho=1,8$ ,  $T=0,63$  представлена на рис.2. В качестве примера на рис. 3 изображена  $\text{Im}\Pi(\omega, \vec{k}, T)$  при  $k^2=3$  для  $T=0,63$  и  $T=1,5$ . Как видно,

при  $T \neq 0$   $\text{Im}\Pi \neq 0$  и не мала для  $1,1 < \omega < 1,6$ , где для  $T=0$   $\text{Im}\Pi=0$ .

При  $\omega \geq 2,9$  — границы области, где при  $T=0$   $\text{Im}\Pi=0$ ,  $\text{Im}\Pi \leq 0,1$ , очень мала. При  $\omega=3$   $\text{Im}\Pi$  может иметь большие значения, лишь на очень узких,  $\sim 0,001$ , интервалах  $\omega$ , указанных стрелками. Это связано с тем, что при  $T=0$   $\Pi(\omega)$  имела полюса примерно при этих  $\omega$ .

Иных особенностей, кроме разрезов на действительной оси  $\omega$  и полюсов  $\pm i\omega_i(k)$  при  $\rho > \rho_k(T)$  при  $T \neq 0$   $\mathcal{D}(\omega, k, T)$  не имеет.

3. Из этих результатов ясно, что в формуле /17/ для  $\Pi_\pi(\omega, k, T)$  интегралы по  $\xi$  сводятся к интегралам по действительным полюсам от разностей подынтегральных функций на верхнем и нижнем краях разреза, т.е. от удвоенной мнимой части подынтегрального выражения. При  $\rho > \rho_k$  в выражении для  $\Pi_\pi$  /17/ присутствует также сумма вычетов в полюсах  $\omega(k, T) = \pm i\omega_i(k, T)$ , не исчезающая и при  $T=0$ . Уравнение /18/ связывает действительную и мнимую части  $\Pi$

$$\text{Re}\Pi^\nu = \text{Re}(\Pi_p^\nu + \Pi_s^\nu) + \text{Re}\Pi_\pi^\nu = \text{Re}(\Pi_p^\nu + \Pi_s^\nu) + (2F_{\pi\pi})^{-2} \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} \left\{ \frac{1}{\pi} \left( \int d\xi \chi(\xi) - \right. \right.$$

$$\left. \int_0^\infty d\xi \chi(-\xi) \left[ \sum_\mu \text{Im}\mathcal{D}_\mu(\xi, \vec{q}, T) (-\xi^2 + \vec{q}^2 - \omega^2 + k^2 + 1) + 2\text{Im}\mathcal{D}_\nu(\xi, \vec{q}, T) \times \right. \right. \quad /25/$$

$$\left. \left. \times (-\omega\xi + \vec{k}\vec{q} + 1/2) \right] - \text{Re}B^\nu(\vec{q}, T) \right\}, \text{Im}\Pi^\nu = \text{Im}\Pi_p^\nu - (2F_{\pi\pi})^{-2} \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} \text{Im}B^\nu(\vec{q}, T);$$

$$B^\nu(\vec{q}, T) = \sum_{\xi = \pm\omega_i} \chi(\xi) \left[ 2 \frac{-\omega\xi + \vec{k}\vec{q} + 1/2}{2\xi - \frac{\partial\Pi^\nu}{\partial\xi}} + \sum_\mu \frac{-\xi^2 + \vec{q}^2 - \omega^2 + k^2 + 1}{2\xi - \frac{\partial\Pi^\mu}{\partial\xi}} \right].$$

В общем случае решение этого уравнения для различных  $T$ ,  $\rho > \rho_k(T)$  при наличии  $\pi$ -конденсатной неустойчивости, т.е. при наличии  $B$  в /25/, мы исследуем в дальнейших работах. Теперь рассмотрим критическую плотность  $\rho_k(T)$ , при вычислении которой используем  $\Pi = \Pi_p + \Pi_\pi$ , определяемый формулами /10/, /19/.

## 5. ЗАВИСИМОСТЬ $\pi$ -КОНДЕНСАТНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ И ПЛОТНОСТИ

1. Если при температуре  $T$  система имеет плотность  $\rho > \rho_k(T)$ , то это означает, что для некоторого интервала значений  $k$  есть решение уравнения /24/  $\omega^2(k) < 0$ ; при  $\rho = \rho_k(T)$  есть одно  $k = k_k(T, \rho)$ , для которого  $\omega^2(k_k, T) = 0$ .

На рис. 4 представлена зависимость  $\rho_k(T)$  для расчетов с  $\Pi = \Pi_p + \Pi_\pi$  /кривая 1/ и для сравнения с  $\Pi = \Pi_p$ , т.е. без учета  $\Pi_\pi$  /кривая 2/. Зависимость  $\rho_k(T)$  от различных вариаций параметров  $NN^-$ ,  $NA^-$ ,  $\Delta\Delta^-$ ,  $\pi NN^-$ ,  $\pi N\Delta^-$ ,  $\pi\Delta\Delta^-$  — взаимодействий, определяющих  $\Pi_p(T)$  /10/, подробно рассматривалась в /8/. Вариации этих параметров приводят к изменению  $\rho_k(0)$ , но зависимость  $\rho_k(T)$  остается близкой к изображенной

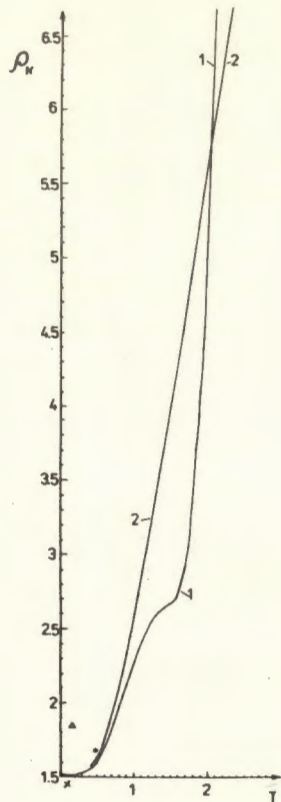


Рис. 4. Зависимость критической плотности  $\rho_k(T)$  от температуры  $T$  с учетом  $\bar{\Pi}_\pi$ /кривая 1/ и без учета  $\bar{\Pi}_\pi$ /кривая 2/.  $\pi$ -конденсатная неустойчивость достигается в области  $(\rho, T)$ , лежащей выше кривых. Треугольник изображает максимальную плотность  $\rho$ , получаемую в столкновении  $\text{Ca}$  с  $\text{Ca}$  при энергии  $E/A = 500$  МэВ на нуклон, и соответствующую этой  $\rho$  температуру  $T$ , крестик изображает те же величины для столкновений  $\text{Ne}$  с  $\text{U}$  при  $E/A = 250$  МэВ, а точка - для столкновений  $\text{Ne}$  с  $\text{U}$  при  $E/A = 2,1$  ГэВ<sup>14/</sup>.

на рис. 4. Мы приводим результаты расчетов с наиболее реалистическими, на наш взгляд, параметрами взаимодействий, как это можно заключить из обсуждения в работе<sup>18/</sup> и в разделе 2 настоящей работы.

2. Как видно из рис. 4,  $\rho_k(T)$  при  $T \leq 0,5$  растет сравнительно медленно, и обе кривые на этом рисунке отличаются мало. При больших  $0,3 \leq T \leq 2$  кривая 2 растет быстрее, чем 1, т.е. учет  $\bar{\Pi}_\pi$  уменьшает  $\rho(T)$  для таких  $T$ . Это качественно ясно из /19/. Действительно, при таких  $T$   $J \ll 1/6$ , и  $\bar{\Pi}_\pi(0, \vec{k}_k, T) = -J(1 + 3k_k^2) < 0$ , из-за чего учет  $\bar{\Pi}_\pi$  и приводит к уменьшению  $\rho_k(T)$ . С дальнейшим ростом  $T \geq 2$ , как можно убедиться,  $\bar{\Pi}_\pi(0, \vec{k}_k, T) > 0$ , и включение  $\bar{\Pi}_\pi$  увеличивает  $\rho_k(T)$ . Отметим здесь, что в нашем случае  $k_k^2 = 3$  для  $T \leq 1,3$ , при

больших  $T$   $k_k^2$  растет,  $k_k^2(2) \approx 9$ . Отсюда можно заключить, что минимальная область, в которой возможна  $\pi$ -конденсация, имеет размеры  $\sim 1 \div 2$  Фм.

Можно оценить число  $\pi$ -мезонов, точнее,  $\pi$ -мезонных квазичастиц,  $N_\pi^\nu$  в системе. Зависимость плотности

$$\rho_\pi^\nu(T) = \left( \frac{m_\pi c^2}{hc} \right)^3 \int_0^\infty \frac{dq q^2}{2\pi^2} \chi(\omega_q) \Phi_m^{-3}, \quad \nu = 0, +, - \quad /26/$$

изображена на рис. 5. Чтобы получить отсюда оценку для числа  $\pi$ -мезонных квазичастиц  $N_\pi^\nu$  в системе, содержащей  $A$  барионов и имеющей плотность  $\rho$ , надо, очевидно, умножить  $\rho_\pi^\nu(T)$  на  $(4\pi/3) \int_0^3 (\rho_0/\rho) A$ . Так, для  $T = 2$ ,  $\rho_\pi^\nu(2) = 0,25$ ,  $\rho/\rho_0 = 3$  найдем  $N_\pi^\nu(2) \approx A$ , а для  $T = 1$  -  $N_\pi^\nu(1) \approx A/5$ .

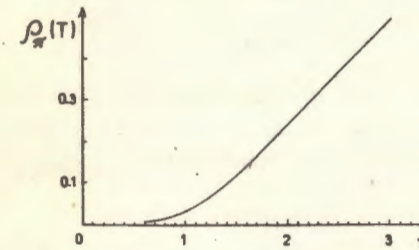


Рис. 5. Зависимость  $\rho_\pi^\nu(T)$  (Фм<sup>-3</sup>) от температуры.

3. Большие уплотнения ядерного вещества  $\rho/\rho_0 \approx 3 \div 4$ , получаемые при столкновениях ядер большой энергии, неминуемо сопровождаются сильным разогревом среды<sup>14/</sup>, поэтому зависимость  $\rho_k(T)$  является очень важной. Действительно, если при столкновении ядер образуется система с  $T \sim 1, 5 \div 2$ , то при этом для возникновения  $\pi$ -конденсатной неустойчивости потребовалось бы уплотнение среды в  $5 \div 10$  раз,  $\rho/\rho_0 \sim 5 \div 10$ , что явно недостижимо. Поэтому очень важно найти наиболее благоприятные условия, при которых в столкновениях ядер уплотнение  $\rho/\rho_0 \sim 3 \div 4$  сопровождалось бы сравнительно небольшой  $T$ . Расчеты уплотнения  $\rho/\rho_0$  и температуры  $T$  были проведены в<sup>14/</sup> для столкновений различных ядер при разных энергиях на нуклон  $E/A$ . На рис. 4 мы нанесли полученные в<sup>14/</sup> максимальные  $\rho$  и соответствующие им  $T$ , получаемые при столкновениях  $\text{Ne}$  с  $\text{U}$  при  $E/A = 250$  МэВ и  $E/A = 2,1$  ГэВ и при столкновениях  $\text{Ca}$  с  $\text{Ca}$  при  $E/A = 500$  МэВ. Видно, что наиболее благоприятным является последний случай, где  $\rho$  заметно превосходит  $\rho_k(T)$ . Увеличение энергии  $\text{Ne}$  в 8 раз в столкно-

вениях  $Ne$  с  $U$  практически не улучшает условий возникновения  $\pi$ -конденсатной неустойчивости.

Итак, для получения  $\rho > \rho_k(T)$  наилучших условий следует ожидать в столкновениях достаточно тяжелых ядер,  $A \geq 40$ , с энергией на нуклон  $E/A \approx 0,5 \div 1$  ГэВ, но не более, так как при таких энергиях  $T \leq 1$ , а при больших энергиях, несмотря на значительное увеличение плотности, все равно  $\rho < \rho_k(T)$  из-за очень больших  $T$ .

4. Оценим теперь время, необходимое для образования  $\pi$ -конденсата при  $\rho > \rho_k(T)$ .  $\pi$ -конденсатное поле в среде нарастает со временем  $\sim \exp[t/t_\pi]$ , где  $t_\pi^{-1} = 2\bar{\omega}$  - характерное время нарастания поля,  $\bar{\omega} = \max \omega_i(k)$  - максимальное значение мнимой частоты  $\omega_i(k)$  мезонного поля при данном  $\rho > \rho_k(T)$ .  $T$ . В примере на рис. 2 для  $T=0,63$ ,  $\rho = 1,8$  и  $\rho_k(0,63) = 1,74$  эта величина  $\bar{\omega} \approx 0,05$ . Ясно, что  $\bar{\omega}(T, \Delta\rho)$  при  $T, \rho_k(T)$  определяется величиной  $\Delta\rho = \rho - \rho_k(T)$ . При  $\Delta\rho \rightarrow 0$ , очевидно,  $\bar{\omega} \rightarrow 0$ , а  $t_\pi \rightarrow \infty$ . С увеличением  $\Delta\rho$  растет  $\bar{\omega}$ . Зависимость  $\bar{\omega}(\Delta\rho)$  для различных  $T$  показана на рис. 6, из которого видно, что время  $t_\pi \sim 10^{-23}$  с достигается при  $\Delta\rho \approx 0,2 \div 0,3$ , т.е. для быстрого нарастания  $\pi$ -конденсатного поля за  $10^{-22} - 10^{-23}$  с необходимо заметное превышение  $\Delta\rho \sim 0,5\rho_0$ , причем с ростом  $T$  необходимое  $\Delta\rho$  заметно увеличивается. Ясно, что время  $t_\pi < 10^{-23}$  с не имеет физического смысла в нашей задаче. Оценка минимального возможного  $t_\pi$  обосновалась в 16% времени установления статистического равновесия  $t_T$  можно составить представление, замечая, что среднее время, необходимое нуклону, чтобы пройти расстояние порядка размеров минимальной области, в которой возможна  $\pi$ -конденсация /см. п.2 этого раздела/, составляет  $\sim 10^{-23}$  с. Время  $t_T$ , очевидно, заметно больше этой величины,  $t_T = 10^{-22}$  с. Следовательно, при  $\Delta\rho \geq 0,2$  имеем  $t_\pi < t_T$ .

В процессе столкновения тяжелых ядер  $\rho$  и  $T$  системы меняются со временем /4/. Для получения  $\pi$ -конденсата необходимо, чтобы в процесс столкновения  $\rho > \rho_k(T)$  было в течение времени  $t_k \geq t_\pi(T, \Delta\rho = \rho - \rho_k(T))$  при изменяющихся  $\rho$  и  $T$ . Из

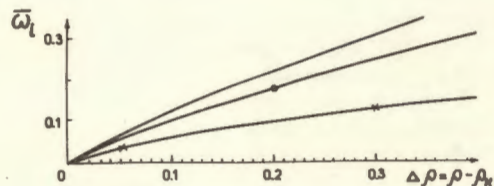


Рис. 6. Зависимость  $\bar{\omega}_i$  от  $\Delta\rho = \rho - \rho_k(T)$  для  $T=0$  - сплошная кривая,  $T=0,63$  - кривая с точкой и  $T=1,5$  - кривая с крестиками.

данных, представленных на рис. 4 и 5, можно заключить, что в столкновении  $Ca$  с  $Ca$  при  $E/A = 500$  МэВ эти условия выполняются, и  $\pi$ -конденсатный переход возможен. При недостаточном превышении плотности  $\rho > \rho_k(T)$  система не успеет перейти в  $\pi$ -конденсатное состояние за то время  $t_k$ , в течение которого  $\rho > \rho_k(T)$ . Кроме того, для применения статистического описания необходимо, чтобы  $t_k > t_T$ . Разумеется, все приведенные нами оценки носят приближенный характер.

Автор благодарен С.Т.Беляеву, А.А.Белькову, С.А.Бунятову, М.К.Волкову, В.Д.Тонееву, Н.Н.Курилкину за полезные советы и обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мигдал А.Б. ЖЭТФ, 1974, 63, с.1993; Мигдал А.Б., Маркин О.А., Мишустин И.Н. ЖЭТФ, 1974, 66, с.443; Мигдал А.Б. Фермионы и бозоны в сильных полях. "Наука", М., 1978.
2. Butsev V.S., Chultem D. JINR, E15-10226, Dubna, 1976; Phys.Lett., 1977, 67B, p.33. Троицкий М.А., Колдаев М.В., Чекунаев Н.И. ЖЭТФ, 1977, 73, с.1258.
3. Ускорительный комплекс тяжелых ионов. Сборник статей. ОИЯИ, 9-11796, Дубна, 1978.
4. Gudima K.K., Toneev V.D. JINR, E2-12624, Dubna, 1979.
5. Gudima K.K., Jwe H., Toneev V.D. J.Phys.G: Nucl. Phys., 1979, vol.5, p.229.
6. Бунятян Г.Г. XV совещание по ядерной спектроскопии и теории ядра. Дубна, 4-7 июля 1978 г. ОИЯИ, Д6-11574, Дубна, 1978, с.60. Бунятян Г.Г. ОИЯИ, Р4-11755, Дубна, 1978; ЯФ, 1979, 30, с.258.
7. Воскресенский Д.Н., Мишустин И.Н. Письма в ЖЭТФ, 1978, 28, с.486.
8. Фрадкин Е.Е. ЖЭТФ, 1959, 36, с.1287. Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е. ЖЭТФ, 1959, 36, с.900; Методы квантовой теории поля в статистической физике. ФМ, М., 1962.
9. Sugawara H., Von Hippel F.Phys.Rev., 1968, 173, p.1764.
10. Chew G.F., Low F.E. Phys.Rev., 1956, 101, p.1570.
11. Мигдал А.Б. Теория конечных ферми-систем и свойства ядер. "Наука", М., 1965.
12. Газиорович С. Физика элементарных частиц. "Наука", М., 1969. Carter A.A. et al. Nucl.Phys., 1971, B26, p.445.

13. Weinberg S. Phys.Rev.Lett., 1967, 18, p.188.
14. Бельков А.А., Бунятов С.А. ОИЯИ, P2-11881, Дубна, 1978.  
Бельков А.А., Бунятов С.А., Первушин В.Н. ОИЯИ, P2-12023, Дубна, 1978.
15. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантовых полей. Гостехиздат, М., 1957, гл.3, §17, 18.
16. Luttinger J.M., Ward J.C. Phys.Rev., 1960, 118, p.1417.
17. Галицкий В.М., Мишустин И.Н. Письма в ЖЭТФ, 1977, 26, с.566.

Рукопись поступила в издательский отдел  
5 июня 1979 года.