С324
В-23

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

3967/2-79

8/10-79

Р2 - 12470

Ш.И.Вашакидзе, В.А.Матвеев

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ О ЗАХВАТЕ МАССИВНОЙ ЧАСТИЦЫ КВАНТОВЫМ ПОЛЕМ

III. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ МАССЫ СИСТЕМЫ

1979

P2 - 12470

Ш.И.Вашакидзе,* В.А.Матвеев

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ О ЗАХВАТЕ МАССИВНОЙ ЧАСТИЦЫ КВАНТОВЫМ ПОЛЕМ

III. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ МАССЫ СИСТЕМЫ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

* Тбилисский государственный университет.

Вашакидзе Ш.И., Матвеев В.А.

Р2 - 12470

Исследование задачи о захвате массивной частицы квантовым полем. III. Определение эффективной массы системы

Изучается задача о захвате массивной частицы скалярным квантовым полем на основе коллективных координат Н.Н.Боголюбова. Рассматриваются методы определения эффективной массы системы. Показано, что метод определения эффективной массы, основанный на точном учете зависимости энергии от полного импульса системы, эквивалентен традиционному методу, связанному с выделением значения скорости системы. Эффективная масса системы состоит из суммы двух частей: инертной массы частицы и "присоединенной" массы, связанной с областью поляризации вокруг частицы. Полученные результаты проиллюстрированы на примере модельного гамильтониана.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

Vashakidze Sh.I., Matveev V.A.

P2 - 124.0

Investigation of the Problem of Heavy Particle Interaction with Quantum Scalar Field. III. Determination of the Effective Mass of the System

The problem of heavy particle capture by scalar quantum field is studied with the help of the Bogolubov collective coordinate method. The method of determination of the effective mass of the system are considered. It is shown that the method of determination of the mass, based on the explicit consideration of the dependence of the system energy on the total momentum, is equivalent to the traditional method which maintains the determination of the velocity of the system. It has been performed, that the effective mass consists of two parts - the inert mass of the particle and the "adjoint" mass, associated with the polarization near the particle. Results are illustrated with the help of the model Hamiltonian.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

© 1979 Объединенный институт ядерных исследований Дубна

Настоящая заметка является продолжением работ /1,2/ по исследованию задачи о захвате массивной частицы скалярным квантовым полем на основе метода коллективных координат Н.Н.Боголюбова /3/.

Как было показано в работах /1/, в приближении сильной связи /4/ при существовании определенного соотношения между силой взаимодействия и массой покоя частицы (условия захвата частицы квантовым полем) наблюдается эффект компенсации большой массы частицы полем взаимодействия, характерный для динамических кварковых моделей адронов /5/.

При выполнении условия захвата частицы квантовым полем сильное взаимодействие между частицей и полем почти полностью "съедает" большую массу покоя частицы, образуя глубокую потенциальную яму вокруг нее /1,4/. Исследование малых возбуждений вблизи основного состояния системы показывает наличие двух ветвей спектра возбуждений, соответствующих как свободным стоячим волнам, так и локализованным состояниям, отвечающим захвату квантов поля областью поляризации. При этом расщепление в спектре энергий имеет конечный предел при больших константах связи /1/.

В настоящей работе обсуждается проблема определения эффективной массы квазичастичного образования в главном приближении теории возмущений по обратной константе связи.

Гамильтониан, описывающий движение массивной частицы в скалярном квантовом поле, в терминах коллективных координат Н.Н.Боголюбова, явно учитывающих трансляционную инвариантность системы, имеет следующий вид /1/:

$$H = \sqrt{g^4 m^2 - g^2 \nabla_\lambda^2} + g^2 \Sigma A_f e^{i\frac{\vec{f}\vec{\lambda}}{g}} [u_f + \frac{1}{g} Q_f] + \tag{1}$$

$$+ \frac{1}{2} \Sigma \omega_f \{ g^2 (u_f + \frac{1}{g} Q_f)(u_{-f} + \frac{1}{g} Q_{-f}) + \frac{1}{g^2} P_f P_{-f} \},$$

где

$$P_f = e^{i\vec{f}\vec{q}}\{gP'_f + iv^*_f\vec{h}_f(\vec{P}_q + ig\vec{\nabla}_\lambda + i\sum_{f'}\vec{f}'Q_{f'}P'_{f'})\},$$

$$\vec{P}_q = -i\frac{\partial}{\partial\vec{q}}, \tag{2}$$

$$P'_{f'} = P_f - v^*_f\sum_f(\vec{f}\vec{f}')u_{f'}P_{f'}, \quad P_f = -i\frac{\partial}{\partial Q_f},$$

а $\vec{h}_f$ удовлетворяет уравнению

$$h_{f\alpha} = f_\alpha - \frac{1}{g}Z_{\alpha\beta}h_{f\beta}, \tag{3}$$

где

$$Z_{\alpha\beta} = \sum_f f_\alpha f_\beta v^*_f Q_f .$$

Переменная $\vec{\lambda}$ описывает движение частицы в потенциальной яме, положение которой характеризуется координатой $\vec{q}$, а Q_f соответствует квантовым флюктуациям поля вблизи его классического значения, определяемого величинами u_f /3/.

Константы v_f введены для наложения связи на координаты поля для сохранения первоначального числа переменных

$$\sum\vec{f}v^*_f Q_f = 0 \tag{4}$$

и удовлетворяют условию ортогональности и вещественности

$$\sum f_\alpha f_\beta v^*_f u_f = \delta_{\alpha\beta}, \quad v^*_f = v_{-f} . \tag{5}$$

В дальнейшем удобно совершить каноническое преобразование волновой функции

$$\Psi = e^{ig\vec{J}\vec{q} + i\sum_f S_f Q_f + im(\vec{c}\vec{\lambda})}, \tag{6}$$

определив числа $\vec{J}, S_f$ и $\vec{c}$ из условий /1/

$$\sum_f \vec{f}S_f u_f = 0, \quad S_f + iv^*_f(\vec{f}[\vec{J} - m\vec{c}]) = i\frac{u^*_f}{\omega_f}(\vec{f}\vec{c}). \tag{7}$$

Кроме того, вводятся новые канонически сопряженные координаты и импульсы поля

$$\tilde{Q}_f = Q_f + iu_f(\vec{f}\vec{\lambda}),$$

$$-i\frac{\partial}{\partial\tilde{Q}_f} = -i\frac{\partial}{\partial Q_f} + iv^*_f\sum_{f'}(\vec{f}\vec{f}')u_{f'}\frac{\partial}{\partial Q_{f'}} - v^*_f(\vec{f}\vec{\nabla}_\lambda), \tag{8}$$

с помощью которых можно определить канонические переменные частицы, воспользовавшись условиями (4) и (5):

$$\vec{\lambda} = i\sum_f \vec{f}v_f\tilde{Q}_f ,$$

$$-i\vec{\nabla}_\lambda = i\sum_f \vec{f}u_f(-i\frac{\partial}{\partial\tilde{Q}_f}). \tag{9}$$

Найдя из требования регулярности решения уравнений на собственные значения $H\Psi = E\Psi$ классические значения поля u_f,

$$u_f = -A_f/\omega_f ,$$

и потребовав выполнения условия захвата частицы квантовым полем,

$$m = \frac{1}{2}\sum_f\frac{1}{\omega_f}|A_f|^2 ,$$

получаем, что разложение гамильтониана (1) в ряд по степеням обратной константы связи начинается с члена нулевого порядка по константе g:

$$H = H_0 + \frac{1}{g}H_1 + \frac{1}{g^2}H_2 + \dots . \tag{10}$$

Для дальнейших рассуждений достаточно привести здесь члены разложения гамильтониана вплоть до второй степени по $1/g$, которые имеют вид

$$H_0 = \frac{m\vec{c}^2}{2} + \frac{1}{6}\vec{c}^2\sum_f\frac{|u_f|^2}{\omega_f}\vec{f}^2 + \frac{1}{2m}(\sum\vec{f}u_f\frac{\partial}{\partial\tilde{Q}_f})^2 + \tag{11}$$

$$+\frac{1}{2}\sum\omega_f\{\tilde{Q}_f\tilde{Q}_{-f} - \frac{\partial}{\partial\tilde{Q}_f}\frac{\partial}{\partial\tilde{Q}_{-f}}\}, \tag{12}$$

$$H_1 = v^{(1)} + (\vec{\pi} + \vec{c})\vec{P}_1 , \tag{13}$$

$$H_2 = v^{(2)} + \{(-z)_{\alpha\beta}(\vec{\pi} + \vec{c})_\beta + \frac{1}{3}[\sum_f\omega_f|v_f|^2 f^2][(\vec{\pi}\lambda) - \vec{g} - (\vec{\sigma}c)]_\alpha\}P_{q_\alpha} +$$

$$+\frac{1}{6}[\sum_f\omega_f|v_f|^2 f^2]P_q^2 .$$

В этих выражениях использованы следующие обозначения:

$$v^{(1)} = [(\vec{\pi}\vec{\lambda}) - \vec{g} - (\vec{\sigma}\vec{c})](\vec{\pi} + \vec{c}) - \frac{i}{6}\sum_f\omega_f v^*_f f^2(-i\frac{\partial}{\partial\tilde{Q}_{-f}}) + \frac{i}{6}[\sum_f\omega_f|v_f|^2 f^2]\sum_\alpha\pi_{\alpha\alpha} ,$$

$$v^{(2)} = (-z)_{\alpha\beta}\,[(\overrightarrow{\pi\lambda}) - \vec{g} - (\overrightarrow{\sigma c})]_{\alpha}\,[\vec{\pi} + \vec{c}]_{\beta} + \frac{1}{6}[\sum_f \omega_f\,|v_f|^2 f^2][(\overrightarrow{\pi\lambda}) - \vec{g} - (\overrightarrow{\sigma c})]^2 +$$

$$+ i\,z_{\alpha\beta}\,\frac{1}{2}\sum \omega_f\, v_f^* f_\alpha f_\beta \Big(-i\frac{\partial}{\partial \tilde{Q}_{-f}}\Big) + \frac{i}{6}[\sum \omega_f\,|v_f|^2 f^2]\sum_{\alpha\beta}(-z)_{\alpha\beta}\,\pi_{\alpha\beta}\ ,$$

где

$$g_\alpha = \sum_f f_\alpha \tilde{Q}_f \Big(-i\frac{\partial}{\partial \tilde{Q}_f}\Big), \tag{14}$$

$$\pi_\alpha = i\sum_f \omega_f\, v_f^* f_\alpha \Big(-i\frac{\partial}{\partial \tilde{Q}_{-f}}\Big), \tag{15}$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = \sum_f \frac{1}{\omega_f} f_\alpha f_\beta \tilde{Q}_f u_f^*\ , \qquad (\overrightarrow{\sigma c})_\alpha = \sigma_{\alpha\beta}\, c_\beta\ , \tag{16}$$

$$\pi_{\alpha\beta} = \sum f_\alpha f_\beta u_f \Big(-i\frac{\partial}{\partial \tilde{Q}_f}\Big), \qquad (\overrightarrow{\pi\lambda})_\alpha = \pi_{\alpha\beta}\,\lambda_\beta\ . \tag{17}$$

Отметим, что хотя выписанные здесь члены разложения не обладают явной эрмитовостью, однако учет якобиана преобразования от первоначальных к коллективным переменным устраняет это видимое противоречие и приводит к вещественности спектра энергии системы (см. по этому поводу работу /8/).

Так как гамильтониан (1) явно не зависит от коллективных координат системы $\vec{q}$, зависимость волновой функции от этой переменной можно выделить в виде экспоненты, определенной выражением (5), где $\vec{P} = g\vec{J}$ имеет физический смысл полного импульса системы.

Хорошо известный метод определения эффективной массы системы, предложенный в работе /3/, основан на определении связи между импульсом и скоростью системы. Для этого рассмотрим уравнение (7), определяющее связь между $\vec{J}$ и $\vec{c}$, и воспользуемся уравнением (5). Получаем

$$\vec{J} = [m + \frac{1}{3}\sum_f f^2 \frac{|u_f|^2}{\omega_f}]\,\vec{c}. \tag{18}$$

С помощью этого выражения легко определить значение скорости системы, воспользовавшись явным видом H_0:

$$\vec{v} = \langle \dot{\vec{q}} \rangle = \frac{\partial E_0}{\partial g\vec{J}} = \frac{\vec{c}}{g}\ . \tag{19}$$

Таким образом, $\vec{c}$ с точностью до фактора $1/g$ определяет скорость системы. Теперь уже не представляет труда найти эффективную массу частицы, определив ее с помощью кинетической (зависящей от $\vec{c}$) части энергии системы в главном приближении E следующим образом:

$$\Delta E_0 = \frac{1}{2}\mu_{эфф}\vec{v}^2\ . \tag{20}$$

Таким образом,

$$\mu_{эфф} = g^2(m + \delta\mu_{эфф}), \tag{21}$$

где

$$\delta\mu_{эфф} = \frac{1}{3}\sum_f \frac{f^2}{\omega_f}|u_f|^2\ . \tag{22}$$

Ниже мы рассмотрим другой метод определения эффективной массы системы, который заключается в выделении зависимости энергии системы от полного импульса в стандартной форме

$$E = \frac{1}{2M}P^2 + \dots\ . \tag{23}$$

Данный метод применим при наличии слабых внешних полей, когда полный импульс системы не является интегралом движения.

Воспользовавшись разложением гамильтониана (10), мы видим, что в ведущем порядке разложения нашего гамильтониана член вида (23) входит в H_2, а также может быть получен в поправке второго порядка к энергии по H_1, которая дает

$$-i\Delta E = \Big(\frac{i}{g}\Big)^2 \frac{1}{2} P_\alpha P_\beta \int dt \langle T(\pi_\alpha(t), \pi_\beta(0))\rangle_0\ . \tag{24}$$

Воспользовавшись явным видом функции Грина, найденным в работе /2/,

$$\text{Four. tr.} \langle T(\tilde{P}_f(t)\tilde{P}_{f'}(0))\rangle_0 = i\Big[\frac{\omega_f}{\omega^2 - \omega_f^2} + \frac{1}{m + z(\omega)}(\vec{f}\vec{f}')\frac{u_f u_{f'}^*\,\omega_f\,\omega_{f'}}{(\omega^2 - \omega_f^2)(\omega^2 - \omega_{f'}^2)}\Big],$$

где $\tilde{P}_f$ – переменные импульса, канонически сопряженные к $\tilde{Q}_f$, и

$$z(\omega) = \frac{1}{3}\sum |u_f|^2 \frac{\omega_f f^2}{\omega^2 - \omega_f^2}\ ,$$

легко найти значение энергии, определенное в (24):

$$\Delta E = \frac{1}{2g^2}P^2\Big\{-\frac{1}{3}\sum_f \omega_f\,|v_f|^2 f^2 + \frac{1}{m + \delta\mu_{эфф}}\Big\}. \tag{25}$$

Складывая это выражение с последним членом в (13), где $\vec{P}_q$ заменен значением импульса $\vec{P}$, мы получаем выражение для энергии системы, представленное в форме (23), где

$$M = \mu_{эфф} = g^2(m + \delta\mu_{эфф}).$$

Таким образом, как и следовало ожидать, этот метод определения эффективной массы системы в ведущих порядках теории возмущений полностью эквивалентен традиционному методу [3] (см. также [7]).

Существо полученного выше результата можно проиллюстрировать на примере модельного гамильтониана, выбирая из (10) только кинетические члены и представляя импульсы поля в следующем виде:

$$-i\frac{\partial}{\partial\tilde{Q}_f} \simeq i\frac{u_f^*}{\omega_f}(\vec{f}\vec{\pi}). \qquad (26)$$

В терминах этих переменных кинетическая часть гамильтониана принимает вид

$$\Delta H = \frac{1}{2m}\Big(\Sigma \vec{f}\frac{|u_f|^2}{\omega_f}(\vec{f}\vec{\pi})^2\Big)^2 + \frac{1}{6}\Big[\sum_f \frac{|u_f|^2}{\omega_f} f^2\Big]\vec{\pi}^2 +$$

$$+\frac{1}{g}(\vec{\pi}\vec{P}) + \frac{1}{2g^2}\Big[\frac{1}{3}\sum_f \omega_f |v_f|^2 f^2\Big]P^2 . \qquad (27)$$

Легко проверить, что гамильтониан (27) можно диагонализовать каноническим преобразованием

$$\vec{\pi} \to \vec{\pi} - \frac{1}{g} a\vec{P} \qquad (28)$$

и привести к виду с определенной в (21) эффективной массой системы, если предположить, что константы v_f связаны с классическими значениями поля u_f соотношениями

$$v_f = \frac{1}{\delta\mu_{эфф}}\frac{u_f}{\omega_f}, \qquad (29)$$

которые находятся в соответствии с уравнением ортонормированности (5).

Из этого условия получаем, что оператор $\vec{\pi}$ связан с оператором импульса движения частицы относительно центра системы соотношением

$$i\vec{\nabla}_\lambda = \delta\mu_{эфф}\,\vec{\pi},$$

и, определяя

$$a = \frac{m}{\delta\mu_{эфф}(m+\delta\mu_{эфф})},$$

находим явное выражение для нашего гамильтониана (27):

$$\Delta H = \frac{1}{2}\frac{\delta\mu_{эфф}}{m}[\delta\mu_{эфф}+m]\vec{\pi}^2 + \frac{1}{2(\delta\mu_{эфф}+m)}P^2 .$$

Отметим, что эффект компенсации большой массы кварков в скалярном поле был образно назван А.Саламом [8] "архимедовым эффектом" (т.е. эффектом уменьшения веса тела, погруженного в жидкость). Пользуясь этой аналогией, можно было бы сравнить результирующую инертную массу частицы, захваченной квантовым полем, с "присоединенной" инертной массой тела, движущегося в жидкости.

В заключение авторы считают своим приятным долгом поблагодарить Н.Н.Боголюбова и А.Н.Тавхелидзе за интерес к работе и ценные замечания. Авторы благодарны О.А.Хрусталеву, Н.Е.Тюрину, А.В.Шургая, М.А.Смондыреву и С.И.Златеву за плодотворные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вашакидзе Ш.И., Матвеев В.А. ОИЯИ, Р2-11637, Дубна, 1978; Вашакидзе Ш.И., Матвеев В.А. Труды ТГУ, 1976, т.181, с.23.
2. Вашакидзе Ш.И., Матвеев В.А. ОИЯИ, Р2-11697, Дубна, 1978.
3. Боголюбов Н.Н. УМЖ, 1950, 2, с.3; Избр. труды, "Наукова думка", 1970, т.2.
4. Солодовникова Е.П., Тавхелидзе А.Н., Хрусталев О.А. ТМФ, 1972, 10, с.162; 1972, 12, с.164.
5. Боголюбов Н.Н., Струминский Б.В., Тавхелидзе А.Н. ОИЯИ, Д-1968, Дубна, 1965; Боголюбов Н.Н. и др. ОИЯИ, Д-2141, Дубна, 1965; Труды V сессии Весенней школы теоретиков и экспериментаторов физики. Ереван, 1965. Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1966, с.406.
6. Khrustalev O.A., Razumov A.V., Taranov A.Yu. Preprint IHEP 78-65, Serpukhov, 1977.
7. Комаров Л.И. и др. ТМФ, 1977, 32, с.262.
8. Salam A. In: Proc. XVIII Int. Conf. Tbilisi (1976), JINR, D1,2-10400, v.2, Dubna, 1977, p.91.

Рукопись поступила в издательский отдел
21 мая 1979 года.