

3/1X-79

C 324.2

Г-859



сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
дубна

3423/2-79

P2 - 12359

В.Е.Гришин, Ю.В.Катьшев, Н.В.Махалдиани,  
В.Г.Маханьков, А.Б.Швачка

ДИНАМИКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СОЛИТОНОВ  
В МОДЕЛИ КОМПЛЕКСНОГО СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ  
С НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ВИДА  $J_{\mu} \times J^{\mu}$

1979

P2 - 12359

В.Е.Гришин, Ю.В.Катышев, Н.В.Махалдиани,  
В.Г.Маханьков, А.Б.Швачка

ДИНАМИКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СОЛИТОНОВ  
В МОДЕЛИ КОМПЛЕКСНОГО СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ  
С НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ВИДА  $J_{\mu} \times J^{\mu}$

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

Гришин В.Е. и др.

P2 - 12359

Динамика взаимодействия солитонов в модели комплексного скалярного поля с нелинейностью вида  $J_\mu \times J^\mu$

Методом численного эксперимента на ЭВМ исследована динамика взаимодействия заряженных солитонов в рамках релятивистски-инвариантного уравнения Клейна-Гордона с нелинейностью вида ток  $\times$  ток. В результате исследования классифицированы типы взаимодействий и обнаружено рождение дополнительного солитона.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований, Дубна 1979

Grishin V.E. et al.

P2 - 12359

Soliton Interaction Dynamics in the Model of Complex Scalar Field with the Nonlinear Term of the Form  $J_\mu \times J^\mu$

By computer experiment the charged soliton dynamics in the framework of the relativistically invariant Klein-Gordon equation with nonlinear term of the current  $\times$  current form is investigated. Interaction types have been determined and the production of an additional soliton has been observed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

В связи с тем, что применение теории возмущений для описания сильных взаимодействий оказалось невозможным из-за большой величины константы связи, в последнее время оживился интерес к квантовой теории поля /неабелевы калибровочные теории, спонтанное нарушение симметрии, нелокальная теория поля, динамика составных моделей адронов/. Достаточно упомянуть, что наиболее удачной из составных моделей является кварковая. Согласно этой модели, кварки, обладающие большой затравочной массой, движутся почти свободно в сильном самоогласованном поле, которое почти начисто "съедает" их массу. Поэтому эффективная масса кварков оказывается малой, и в свободном состоянии они не появляются. Очевидно, что решения моделей с потенциалами взаимодействия типа "мешков" соответствуют нелокальным объектам, и не могут быть описаны непосредственно в терминах локальных квантовых теорий поля. Однако подобное кварковое образование можно получить и в локальных теориях поля, если использовать локализованные /солитонные/ решения классических нелинейных уравнений теории поля.

Было показано<sup>1-8/</sup>, что солитонным решениям уравнений классической теории поля соответствуют частицы в квантовой теории поля. Полученные при квантовании солитонов частицы и их связанные состояния дают богатый спектр масс, который нельзя получить с помощью обычной теории возмущений. К сожалению, успехи при построении квантовых решений достигнуты в основном для моделей теории поля в двумерном пространстве-времени. В связи с этим для того, чтобы объяснить солитонный механизм образования спектра масс в четырехмерном пространстве-времени, необходимо прежде всего иметь достаточно большой набор примеров солитонных решений классических уравнений теории поля в двумерном пространстве-времени.

В настоящей работе с помощью численного эксперимента на ЭВМ изучается динамика взаимодействия солитонов<sup>1</sup> в рамках модели комплексного скалярного поля с самодействием типа /ток ток/. Имеется в виду модель теории поля с плотностью лагранжиана

$$\mathcal{L} = \partial_{\mu} \phi^2 - m^2 \phi^2 - g_1 \phi^4 - g_2 J_{\mu} J^{\mu} \quad /1/$$

где

$$J_{\mu} = \frac{i}{2} (\phi^* \partial_{\mu} \phi - \phi \partial_{\mu} \phi^*), \quad \mu = 0, 1.$$

Уравнение движения

$$(\square + m^2)\phi = 2g_1 |\phi|^2 \phi + g_2 (\phi |\partial_{\mu} \phi|^2 - \phi^+ (\partial_{\mu} \phi)^2) + \frac{1}{2} \phi^2 \partial_{\mu} \partial^{\mu} \phi^* - \frac{1}{2} |\phi|^2 \partial_{\mu} \partial^{\mu} \phi \quad /2/$$

имеет частицеподобное /ЧП/ решение:

$$\phi = \sqrt{\frac{m^2 - \omega^2}{g_1 + g_2 \omega^2}} \frac{\exp\{i D \gamma (t - vx + \delta)\}}{\text{ch}[\sqrt{m^2 - \omega^2} \gamma (x - vt + x_0)]} \quad /3/$$

где

$$\gamma = (1 - v^2)^{-1/2}, \quad D = \pm 1.$$

В работе<sup>5/</sup> в линейном приближении теории возмущений исследована устойчивость решений /2/ как в продольном, так и в поперечном направлениях. Было установлено, что решения /2/ в широкой области допустимых значений параметров  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $m$  и  $\omega$  являются устойчивыми. В работе<sup>6/</sup> методом численного эксперимента на ЭВМ найдена область устойчивости солитонов как функция параметров модели  $g_1$  и  $g_2$ . В этой области ЧП решения удовлетворяют необходимым условиям устойчивости, полученным в<sup>6,7/</sup>.

Для простоты рассмотрим случай  $g_1 = 0$ ; массу измеряем в единицах  $m^2 = 1$ . Нормировку волновой функции выбираем из условия  $g_2 = 1$ .

## Функционалы энергии

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} dx [(|\phi_t|^2 + |\phi_x|^2) \cdot (\frac{1}{2} |\phi|^2 + 1) + |\phi|^2 - \frac{1}{4} (\phi_t^2 + \phi_x^2) \phi^{*2} - \frac{1}{4} (\phi_t^{*2} + \phi_x^{*2}) \phi^2],$$

импульса

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} dx [\phi_t \phi_x^* + \phi_t^* \phi_x + \frac{1}{2} |\phi|^2 (\phi_t \phi_x^* + \phi_t^* \phi_x) - \frac{1}{2} (\phi^2 \phi_t^* \phi_x^* + \phi^{*2} \phi_t \phi_x)]$$

и заряда

$$Q = i \int_{-\infty}^{\infty} dx (\phi_t^* \phi - \phi_t \phi^*) (1 + |\phi|^2)$$

для решения /3/ принимают значения

$$E = M\gamma, \quad P = Mv\gamma,$$

$$Q = \frac{4(2 + \omega^2)\sqrt{1 - \omega^2}}{3\omega^3} = \frac{4}{3} \frac{A(3 - A^2)\sqrt{1 - A^2}}{(1 - A^2)^2}, \quad /4/$$

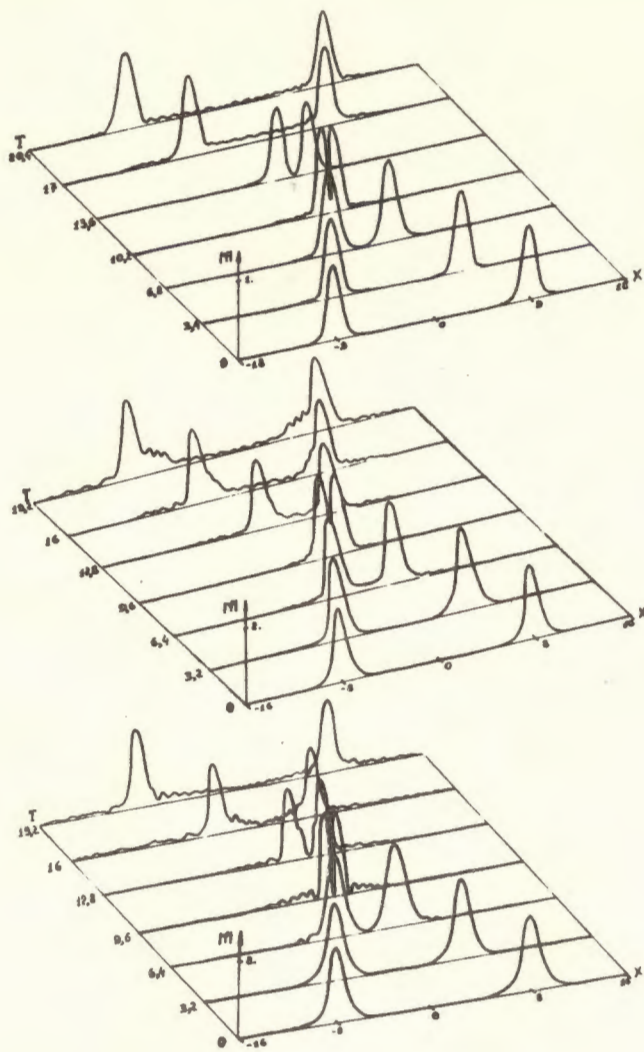
где

$$M = \frac{4\sqrt{1 - \omega^2}}{\omega^2} = \frac{4A}{1 - A^2}, \quad /5/$$

$$A = \sqrt{1 - \omega^2},$$

$M$  - масса солитона в системе покоя.

Динамика взаимодействия ЧП решений /3/ наблюдалась в серии численных экспериментов, состоящей из 22 сеансов. Эксперименты можно разделить на две группы. Первая включает в себя эксперименты, в которых сталкиваются солитоны с



а/

б/

в/

Рис. 1. Слабонеупругое взаимодействие солитонов с разноименными зарядами ( $D_1 \cdot D_2 = +1$ ) а/  $A_1 = A_2 = 0,7$ ;  $v_1 = -v_2 = 0,9$ ;  $\Delta\delta = |\delta_1 - \delta_2| = 0$ ; б/  $A_1 = A_2 = 0,9$ ;  $v_1 = -v_2 = 0,9$ ;  $\Delta\delta = \pi/2$ ; в/  $A_1 = A_2 = 0,9$ ;  $v_1 = -v_2 = 0,9$ ;  $\Delta\delta = \pi$ .

одинаковыми амплитудами и скоростями ( $A_1 = A_2, v_1 = -v_2$ ). Ко второй группе относятся эксперименты, в которых исследуется динамика солитонов с различными амплитудами и скоростями ( $A_1 \neq A_2, v_1 = v, v_2 = 0$ ). Результаты исследования приведены на рис. 1-б и сведены в таблицу.

В первой группе численных экспериментов обнаружен богатый спектр взаимодействий в зависимости от масс солитонов /или, что то же, от  $A$  или  $\omega$ /, их зарядов ( $D$ ) и скоростей ( $v$ ):

- 1/ слабонеупругое взаимодействие /рис. 1/;
- 2/ неупругое взаимодействие /рис. 2/;
- 3/ рождение дополнительного солитона /рис. 3/.

Первый тип взаимодействия наблюдался при столкновении солитонов с одноименными зарядами и четко прослеживается на рис. 1а,б. Отметим, что в момент максимального сближения солитонов они не перекрываются /между ними образуется узкий зазор/. Второй тип наблюдался при столкновении солитонов с разноименными зарядами /см. рис. 2а,б/, причем и в этом случае при  $\Delta\delta = \pi$  солитоны в момент столкновения не перекрываются /см. рис. 2в/.

Наиболее интересным, с нашей точки зрения, является третий тип взаимодействия, поскольку рождение дополнительного солитона при исследовании динамики солитонов в рамках двумерных моделей теории поля ранее не наблюдалось. Как показали расчеты, рождение третьего солитона имеет место при столкновении двух солитонов с одноименными зарядами ( $D_1 = D_2 = +1$ ) и достаточно большими массами ( $A \geq 0,8$ ). Рождение дополнительного солитона показано на рис. 3. Исследование проводилось лишь для случая  $\Delta\delta = 0$  /см. таблицу/.

На рис. 6а представлена функция  $M(\omega)$ , для которой выделены характерные области I-III. На рис. 6б представлена конечная стадия столкновения двух солитонов / $t \gg t_0$ ,  $t_0$  - начальный момент времени/ при  $v = 0,6$  и  $\Delta\delta = 0$  как функция частоты  $\omega$ . В интервале  $0,6 < \omega \leq 0,8$  происходит распад среднего солитона с излучением неупругих волн /см. случай  $\omega = 0,8$ /.

При  $0,8 < \omega < 1$  наблюдается переход неупругих волн в квазиупругие.

В экспериментах второй группы исследовано взаимодействие легкого /пробного/ солитона с тяжелым солитоном-

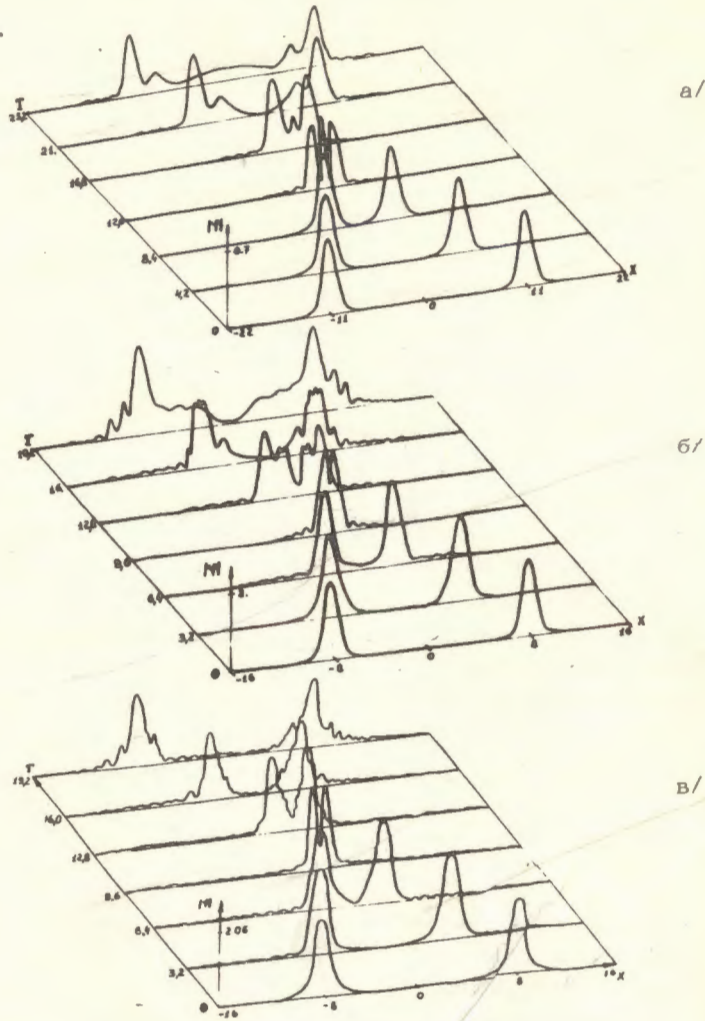


Рис. 2. Неупругое взаимодействие солитонов с разноименными зарядами ( $D_1 = 1; D_2 = -1$ ; а/  $A_1 = A_2 = 0,7$ ;  $v_1 = -v_2 = 0,9$ ;  $\Delta\delta = 0$ ; б/  $A_1 = A_2 = 0,9$ ;  $v_1 = -v_2 = 0,9$ ;  $\Delta\delta = \pi/2$ ; в/  $A_1 = A_2 = 0,9$ ;  $v_1 = -v_2 = 0,9$ ;  $\Delta\delta = \pi$ ).

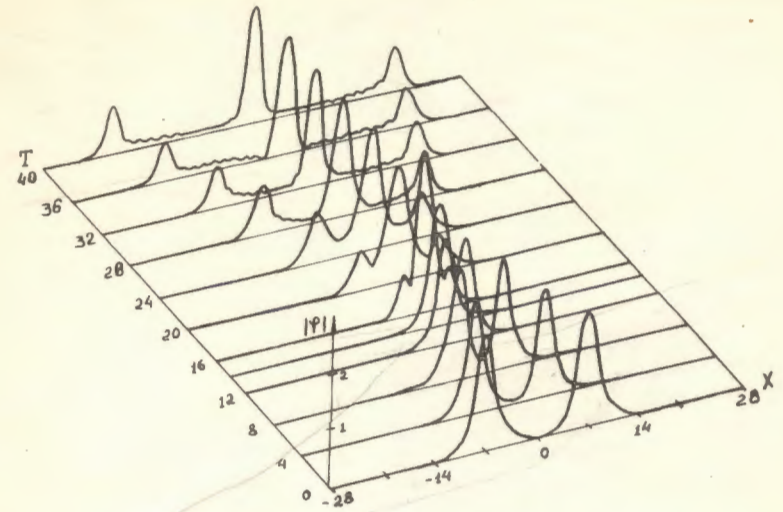


Рис. 3. Рождение дополнительного солитона при  $D_1 = D_2 = 1$ ;  $A_1 = A_2 = 0,9$ ;  $v_1 = -v_2 = 0,6$ ;  $\Delta\delta = 0$ .

Таблица

№ группы экспериментов	Амплитуда		Скорость		Заряд		Разность фаз $\Delta\delta$	Примечание
	$A_1$	$A_2$	$v_1$	$v_2$	$D_1$	$D_2$		
I	0,5	0,5	0,9		+	-	0	1. При $D_1 = D_2 = +I$ - слабоеупругое взаимодействие солитонов
	0,9	0,9	0,9		+	-	$\pi/2$ , $\pi$	
	0,7	0,7	0,9		+	+	0	
	0,9	0,9	0,9		+	+	$\pi/2$ , $\pi$	
								2. При $D_1 = +I, D_2 = -I$ - неупругое взаимодействие солитонов
							1. При $D_1 = D_2 = +I$ - рождение третьего солитона	
							2. При $D_1 = +I, D_2 = -I$ - слабоеупругое взаимодействие солитонов	
	$A_1$	$A_2$	$v_1$	$v_2$	$D_1$	$D_2$	$\Delta\delta$	
II								Отталкивание солитонов
					+	-	$\pi/2$	
							$\pi$	
							Прохождение солитонов	
					+	+		$\pi/2$
								$\pi$

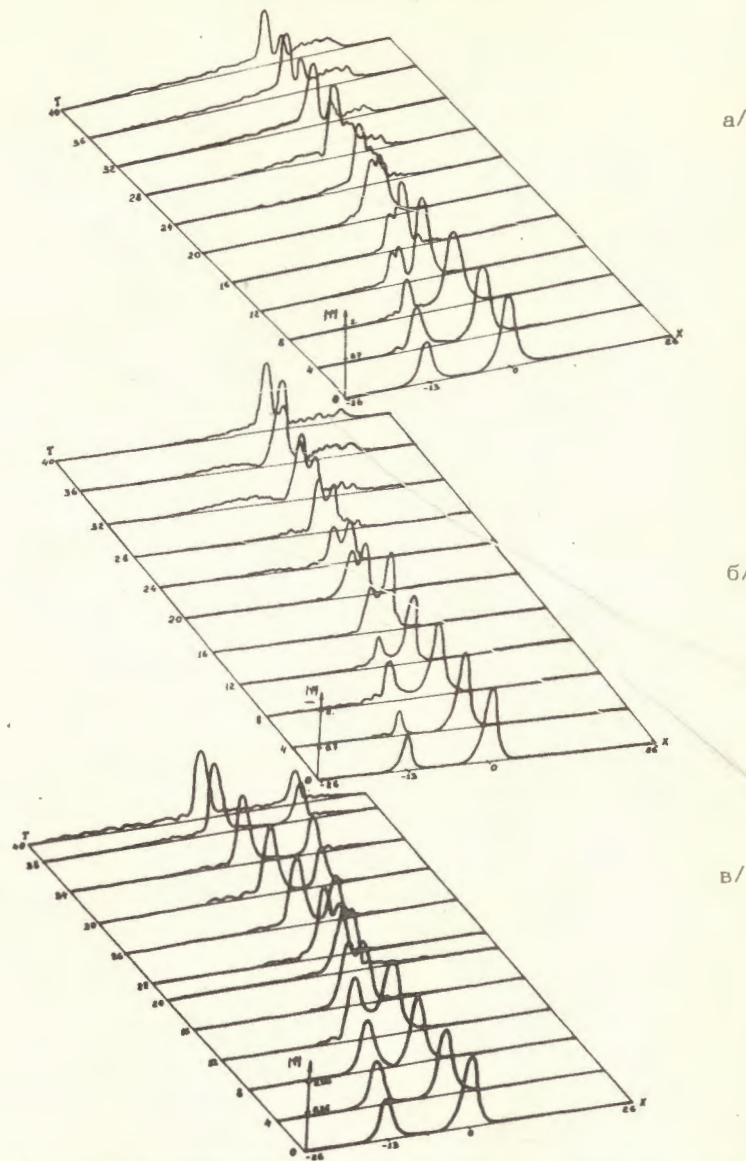


Рис. 4. Взаимодействие пробного солитона с покоящимся тяжелым солитоном-мишенью в случае одноименных зарядов ( $D_1=D_2=+1$ ).  $A_1=0,6$ ;  $A_2=0,9$ ;  $v_1=0,9$ ;  $v_2=0$ . Распад налетающего солитона в процессе взаимодействия с мишенью при  $\Delta\delta=0$  /а/ и  $\Delta\delta=\pi$  /б/; в/ прохождение налетающего солитона с излучением слабонеупругих волн ( $\Delta\delta=\pi/2$ ).

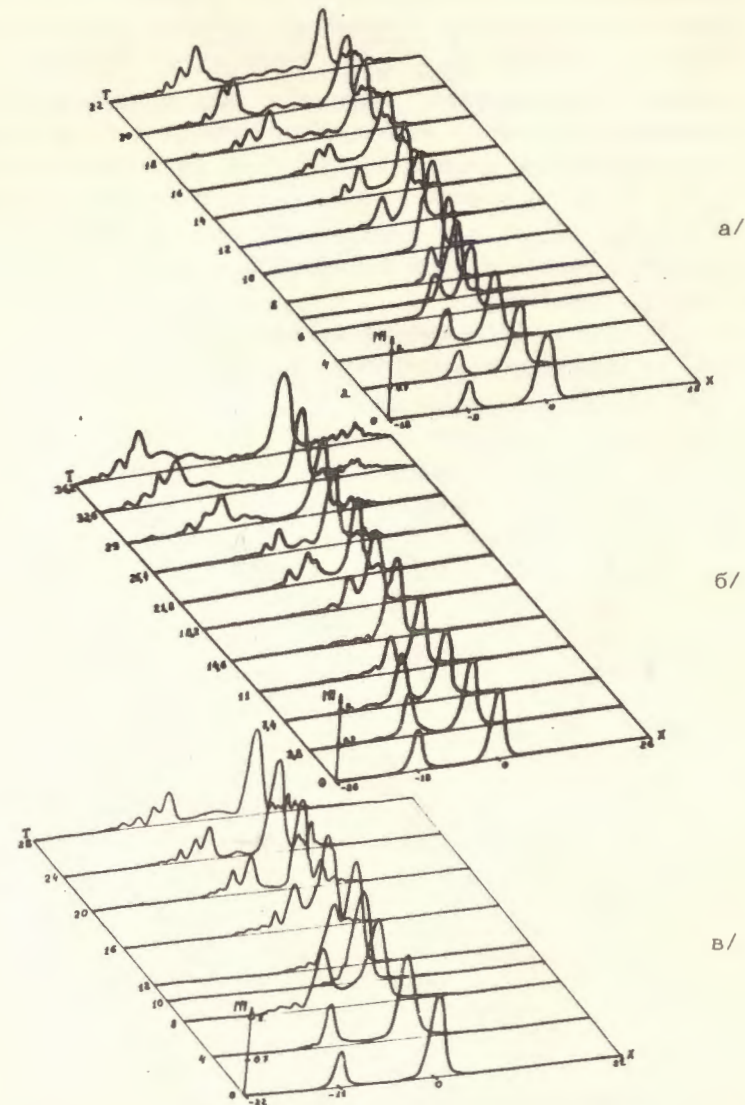


Рис. 5. Взаимодействие пробного солитона с покоящимся тяжелым солитоном-мишенью в случае разноименных зарядов /"отталкивание"/.  $D_1=1$ ;  $D_2=-1$ . а/  $\Delta\delta=0$ ; б/  $\Delta\delta=\pi/2$ ; в/  $\Delta\delta=\pi$ .

мишенью. Пробный солитон с большой кинетической энергией сталкивался с покоящимся ( $v = 0$ ) тяжелым солитоном /см. рис. 4,5/. Численный эксперимент показал, что в случае одноименных зарядов ( $D_1 = D_2 = 1$ ) наблюдается взаимное проникновение /"прохождение"/ солитонов друг в друга. При  $\Delta\delta = \pi/2$  налетающий солитон практически сохраняет свою форму после взаимодействия с мишенью /см. рис. 4б/, причем взаимодействие солитонов сопровождается излучением слабонеупругих волн. При  $\Delta\delta = 0$  и  $\pi$  налетающий солитон в процессе взаимодействия распадается, и наблюдается излучение неупругих волн /см. рис. 4а,б/.

В случае разноименных зарядов ( $D_1 = +1, D_2 = -1$ ) происходит отталкивание солитонов в процессе их взаимодействия /см. рис. 5/.

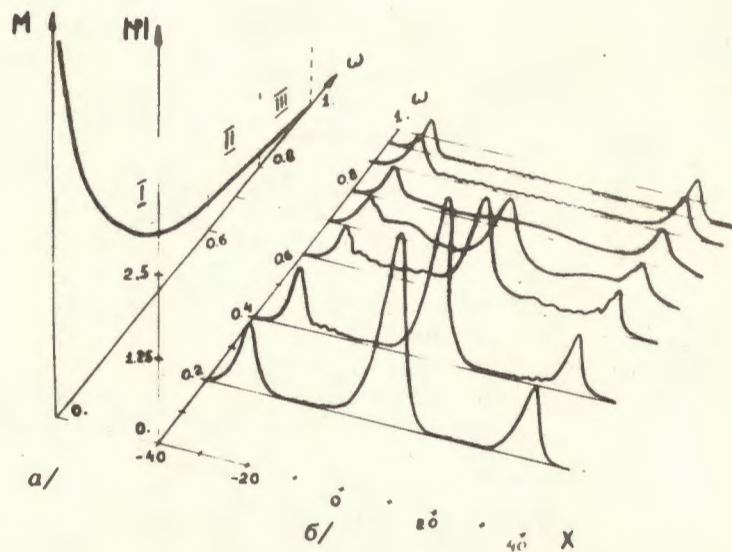


Рис. 6. Области существования и распада претъего /среднего/ солитона. I - область существования трех солитонов; II - область распада 3-го солитона с излучением неупругих волн; III - область перехода неупругих волн в слабонеупругие.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных исследований обнаружены три типа взаимодействий: 1/ слабонеупругое взаимодействие; 2/ неупругое взаимодействие; 3/ рождение дополнительного солитона.

При исследовании взаимодействий легкого /пробного/ солитона с тяжелой солитонной мишенью наблюдалось либо прохождение солитонов друг сквозь друга, либо их отталкивание, сопровождающееся излучением неупругих волн.

Одним из наиболее интересных, с нашей точки зрения, результатов данной работы является обнаружение факта рождения дополнительного солитона при взаимодействии двух солитонов. Ранее подобные явления наблюдались лишь в рамках нерелятивистских уравнений /уравнение Шредингера с логарифмической нелинейностью<sup>8</sup>, RLW-уравнение<sup>9</sup>, см. также работу<sup>10</sup>/. Возможно, этот результат еще не есть факт множественного рождения частиц-солитонов в чистом виде, однако он является весьма обнадеживающим экспериментальным наблюдением с помощью ЭВМ случая несохранения числа солитонов в сторону увеличения их числа ( $2 \rightarrow 3$ ). Ранее во многих работах наблюдалось образование связанных состояний двух солитонов /случай  $2 \rightarrow 1$  /.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Skyrme T.H.R. Proc. Roy Soc., 1958, A247, p.260; 1961, A260, p.127.
2. Фаддеев Л.Д., Тахмаджан Л.А. УМН, 1974, 29, с.249; ТМФ, 1974, 21, с.100.
3. Goldstone J., Jackiw R. Phys. Rev., 1975, D11, p.1486.
4. Makhankov V.G. Phys. Rep., 1978, 35, p.1.
5. Гришин В.Е. и др. ОИЯИ, P2-12226, Дубна, 1979.
6. Гришин В.Е. и др. ОИЯИ, P2-12252, Дубна, 1979.
7. Заставенко Л.Г. ПММ, 1965, 29, с.430.
8. Oficjalski J., Bialynicki-Birula I. Acta Phys. Pol., 1978, B9, p.759.
9. Santarelli A. Nuovo Cimento, 1978, 46B, p.179.
10. Montes C., Peyrand J., Hénon M. Phys. Fluids, 1979, 22, p.176.

Рукопись поступила в издательский отдел  
30 марта 1979 года.