сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2 - 12263

С.Дубничка, В.А.Мещеряков

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ФОРМФАКТОРЫ ПИОНА И ПРОТОНА ПРИ БОЛЬШИХ ЗНАЧЕНИЯХ $|Q^2|$

1979

P2 - 12263

С.Дубничка,* В.А.Мещеряков

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ФОРМФАКТОРЫ ПИОНА И ПРОТОНА ПРИ БОЛЬШИХ ЗНАЧЕНИЯХ $|Q^2|$

* Физический институт САН, Братислава, ЧССР.

Дубничка С., Мещеряков В.А. P2 - 12263

Электромагнитные формфакторы пиона и протона при больших значениях $|Q^2|$

Предложен способ описания электромагнитных формфакторов адронов при больших значениях $|Q^2|$. Он позволяет одновременно описывать поведение формфакторов во времени и пространственноподобных областях. Способ основан на гипотезе о структуре римановой поверхности формфактора, которая учитывает наличие двухчастичных точек ветвления и многолистность римановой поверхности при больших значениях $|Q^2|$. Формфакторы представляются обобщенными рядами Дирихле по униформизирующей переменной. Формулы явно отражают связь между асимптотическим поведением в пространственноподобной области, фазой и модулем формфактора при соответствующих значениях $|Q^2|$ во времениподобной области.

На примере электромагнитного формфактора пиона установлена статистическая оправданность гипотезы. Сделаны предсказания относительно поведения формфактора протона во времениподобной области.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

Dubnicka S., Meshcheryakov V.A. P2 - 12263

Pion and Proton Electromagnetic Form Factors at Large $|Q^2|$

A method is proposed for describing the hadron electromagnetic form factors at large $|Q^2|$ both in time- and space-like regions. The method is based on the hypothesis on the structure of the Riemannian surface. It takes into account that the surface is multi-sheeted at large $|Q^2|$ and there exist two-particle branch points. The form factors are represented by the Dirichlet series in the uniformizing variable. Formulae obtained show clearly the connection between the asymptotic behaviour in the space-like region, phase and modulus of the form factor and corresponding Q^2 in the time-like region. For the pion electromagnetic form factor the hypothesis is statistically justified. Predictions are made for the behaviour of the proton form factor in the time-like region.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

В настоящее время накоплено большое число экспериментальных данных по значениям $F_\pi(Q^2)$ как в пространственноподобной, так и во времениподобной областях. Они позволяют проводить сравнение с опытом различных моделей, которые с тем или иным успехом описывают всю совокупность данных по $F_\pi(Q^2)$. Электромагнитные формфакторы протона известны только при $Q^2<0$ и лишь в 1972 г. была сделана попытка измерить их при $Q^2 \simeq 4,4$ (ГэВ)^2.

Как хорошо известно, при больших Q^2 поведение адронных формфакторов связано с числом составляющих кварков n_H /1/ простой зависимостью $F_H(Q^2) \sim (Q^2)^{1-n_H}$, которая приводит к их степенному падению. Такого рода зависимости от Q^2 возникают в моделях векторной доминантности, а также в дисперсионном подходе при анализе формфакторов в области $Q^2<0$. Теоретико-полевые модели адронных формфакторов /2/ имеют обычно более богатое энергетическое поведение вида $\frac{\ln^m|Q^2|}{|Q^2|^n}$. В последнее время предприняты попытки изучения формфакторов адронов в квантовой хромодинамике с помощью метода ренормгруппы /3/, которые наряду с логарифмической зависимостью от Q^2 приводят и к общей степенной зависимости вида $(Q^2)^q$, где q – вещественное число.

Все упомянутые выше модели, кроме некоторых дисперсионных, справедливы лишь при $Q^2<0$. В то же время квантовая хромодинамика претендует на описание явлений на малых расстояниях, т.е. больших значениях $|Q^2|$. В этой связи можно поставить два вопроса. Во-первых – как более сложные, по сравнению со степенными, энергетические зависимости возникают в дисперсионном подходе. Во-вторых – как получить асимптотические формулы для больших значений $|Q^2|$, справедливые одновременно в областях $Q^2<0$ и $Q^2>0$. Ниже приводится попытка дать на них ответ в рамках метода дисперсионных соотношений (ДС).

Дисперсионные соотношения для формфакторов адронов и структура их римановой поверхности

Будем исходить из ДС с одним вычитанием

$$F_H(Q^2) = 1 + \frac{Q^2}{\pi}\int\limits_{Q_0^2}^{\infty} \frac{\Im m\, F_H(Q'^2)}{Q'^2(Q'^2-Q^2)}\, dQ'^2, \qquad (I)$$

где Q_0^2 зависит от рассматриваемого адрона H. Мнимая часть формфактора $F_H(Q^2)$ при $Q^2>Q_0^2$ определяется условием унитарности и имеет вид

$$\Im m\, F_H(Q^2) = f^*(Q^2)\,F_H(Q^2) + \Sigma(Q^2), \qquad (2)$$

где первое слагаемое в правой части представляет вклад наилегчайшего промежуточного состояния системы $H\bar{H}$, а второе – сумму вкладов всех высших состояний. Ясно, что Q_0^2 – масса наилегчайшего промежуточного состояния, а $f(Q^2)$ – амплитуда перехода этого состояния в систему $H\bar{H}$. Известен ряд попыток решения уравнения (I) для пиона с учетом неупругости $\Sigma(Q^2)$, приводящих к описанию $F_\pi(Q^2)$ в конечном интервале передач $1 < Q^2 < 2$ (ГэВ)^2 /4/. В работах /5/ был проведен учет неупругих процессов с помощью введения алгебраической точки ветвления Q^2_{inel}. В них использованы падающие асимптотики вида $(Q^2)^{-m/2}$, где m – целое число. Такой подход предполагает, что экспериментальные данные известны в широком интервале по Q^2, включая и резонансную область, что даже для протона уже несправедливо.

Ниже, опираясь на аналитические свойства формфактора $F_H(Q^2)$, выраженные ДС (I), обсудим вид римановой поверхности функции $F_H(Q^2)$. Как хорошо известно, условие унитарности (2) приводит к появлению у нее алгебраической точки ветвления первого порядка в точке Q_0^2. Функция $\Sigma(Q^2)$ дает точки ветвления $Q_1^2, Q_2^2, \dots$ расположенные правее точки Q_0^2 (рис.I). Учет точки ветвления Q_0^2 формфактора $F_H(Q^2)$ легко проводится переходом к новой переменной – импульсу легчайшего промежуточного состояния в системе центра масс. Аналитические свойства $F_H(Q^2)$ в комплексной плоскости q изображены на рис. 2. Точки ветвления в нижней полуплоскости связаны с аналитическим продолжением $F_H(Q^2)$ на второй лист римановой поверхности, которое осуществляется с помощью выражения

$$F_H^{II}(Q^2) = \frac{F_H^{I}(Q^2)}{1+2i f(Q^2)} \qquad (3)$$

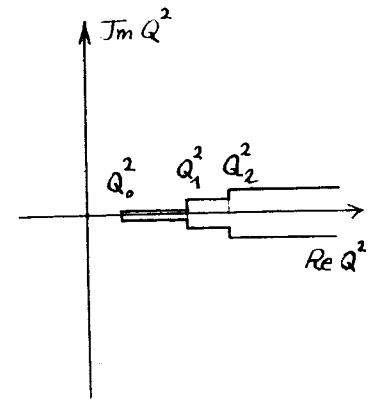

Рис. I.

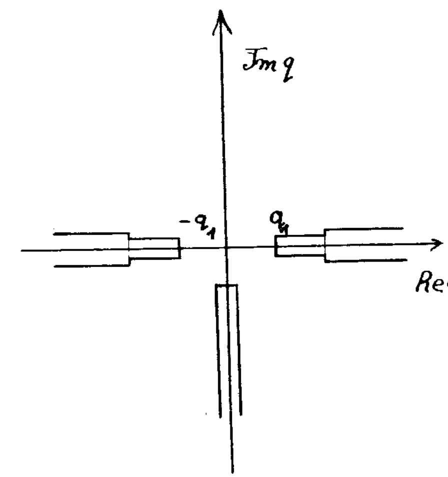

Рис.2.

и приводит к появлению у $F_H^{II}(Q^2)$ особенностей функции $f(Q^2)$. На важность их учета для протонного формфактора указано, например, в работе /6/. Наличие высших точек ветвления q_i может приводить к локальным нерегулярностям в поведении $F_H(Q^2)$, что видно на примере $F_\pi(Q^2)$ (рис.3). Кроме того, они усложняют вид римановой поверхности, приводя к появлению все новых листов при увеличении q. Этот факт может быть учтен с помощью модели римановой поверхности формфактора $F_H(Q^2)$. В качестве модели при больших значениях $|Q^2|$ предлагается использовать риманову поверхность функции

$$z = -i\, \mathrm{Arc\,Sin}\, \frac{q}{q_1} = -i\frac{\pi}{2} + \ln\left(\frac{q}{q_1} + \sqrt{\left(\frac{q}{q_1}\right)^2 - 1}\right). \qquad (4)$$

Функция $z(q)$ имеет алгебраические точки ветвления при $q=\pm q_1$ и логарифмическую на бесконечности. Ее риманова поверхность беско–

нечнолистна. Таким образом, риманова поверхность $F_H(Q^2)$ заменяется на риманову поверхность $z(q)$, на которой $F_H(Q^2)$ предполагается мероморфной. Возможность аппроксимации многолистной римановой поверхности бесконечнолистной можно усмотреть из известного определения показательной функции

$$e^z = \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{z}{n}\right)^n$$

Луч $Q^2 < Q_0^2$ плоскости Q^2, на котором значения $F_H(Q^2)$ действительны, переходит в луч $\mathrm{Im}\, z = 0$, $\mathrm{Re}\, z \geq 0$ плоскости z (рис.4). Верхний и нижний берега разреза $Q^2 > Q_1^2$ плоскости Q^2, на котором значения $F_H(Q^2)$ комплексны, переходят в лучи $\mathrm{Im}\, z = \pm\frac{\pi}{2}$, $\mathrm{Re}\, z \geq 0$, соответственно. Отрезок $Q_0^2 < Q^2 < Q_1^2$, на котором справедливо упругое условие унитарности (I) с функцией $\Sigma(Q^2) = 0$, переходит в отрезок $|\mathrm{Im}\, z| \leq \frac{\pi}{2}$, $\mathrm{Re}\, z = 0$. Полюса, соответствующие резонансам системы $H\bar{H}$, расположены в левой полуплоскости плоскости z. Теперь поставленный выше вопрос об одновременном описании формфактора $F_H(Q^2)$ в пространственно- и времениподобных областях легко решается, например, с помощью разложения его в ряд Тейлора по переменной z. Аналогичный прием уже был с успехом применен к анализу адрон-адронного рассеяния вперед [7].

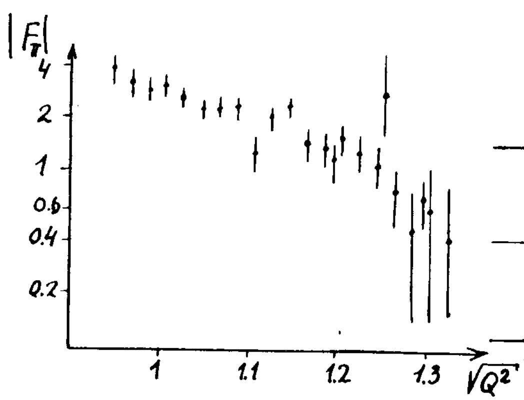

Рис.3.

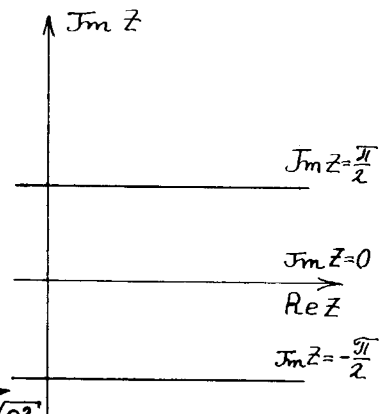

Рис.4.

Воспользуемся ниже другим рядом. Из способа построения аппроксимации римановой поверхности функции $F_H(Q^2)$ видно, что она имеет смысл в полуплоскости $\mathrm{Re}\, z > 0$. Известно, что обобщенный ряд Дирихле [I2] также сходится в полуплоскости, поэтому ниже им и воспользуемся. Он имеет вид

$$\sum_n \alpha_n e^{-\beta_n z}, \qquad (5)$$

где β_n – действительные неотрицательные числа, $\beta_{n+1} > \beta_n$ и $\lim\limits_{n \to \infty} \beta_n = \infty$.

Рассмотрим выражения для общего члена φ_n в интересующих нас областях переменной Q^2:

$$Q^2 < Q_0^2, \quad |q| = \sqrt{1 + \left|\frac{Q^2}{Q_0^2}\right|} \qquad \varphi_n = \frac{\alpha_n}{\left[\frac{|q|}{q_1} + \sqrt{\left(\frac{|q|}{q_1}\right)^2 + 1}\right]^{\beta_n}} \qquad (6)$$

$$Q^2 \geq Q_0^2, \quad q = \sqrt{\frac{Q^2}{Q_0^2} - 1} \qquad \varphi_n = \frac{\alpha_n}{\left[\frac{q}{q_1} + \sqrt{\left(\frac{q}{q_1}\right)^2 - 1}\right]^{\beta_n}} e^{i\frac{\pi}{2}\beta_n} \qquad (7)$$

Из формул (6) и (7) видно, что величина β_n определяет фазу формфактора на разрезе. Известно, что фаза формфактора пиона при больших Q^2 близка к π [I3]. Тогда в сумме (5) можно ограничиться одним слагаемым и $\beta \simeq 2$, что приводит к асимптотике

$$F_\pi(Q^2) \sim \frac{1}{Q^2},$$

согласующейся с кварковыми правилами счета [I].

С другой стороны, предполагая справедливость кварковых правил счета, приходим к заключению о фазе $F_H(Q^2)$ при больших значениях Q^2

$$\arg F_H(Q^2) \simeq \pi(n_H - 1)$$
$$\frac{Q^2}{Q_0^2} \gg 1. \qquad (8)$$

Для описания зависимости фазы формфактора адрона от Q^2 необходимо учесть в сумме (5) по крайней мере два слагаемых, т.е. имеем

$$F_H(Q^2) = \varphi_1(Q^2) + \varphi_2(Q^2) \qquad (9)$$
$$\frac{Q^2}{Q_1^2} \gg 1.$$

Анализ экспериментальных данных по электромагнитным формфакторам пиона и протона

С помощью формул (9) были проанализированы 28 экспериментальных значений [5] $F_\pi(Q^2)$ для $|Q^2| > 1.2$ ГэВ^2. Отношение изучаемых передач импульса к величине первого неупругого порога имеет величину $Q^2/Q_1^2 > 3{,}85$. Экспериментальные данные показывают, что при одном и том же значении $Re\, z(Q^2)$ величина $|F_\pi|$ для отрицательных передач меньше соответствующих значений для положительных передач. Это приводит к следующим соотношениям между параметрами $\alpha_1^\pi/\alpha_2^\pi < 0$ и $1 \leqslant \beta_2^\pi - \beta_1^\pi \leqslant 3$. Результаты анализа представлены в таблице I. Из нее следует, что наилучшее описание достигается при $\beta_2^\pi = \beta_1^\pi + 1$. При этой связи между β_1 и β_2 фаза $F_\pi(Q^2)$ имеет вид

$$\arg F_\pi(Q^2) = \frac{\pi}{2}\beta_1 - \mathrm{arctg}\left[-\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\cdot\frac{1}{\frac{q}{q_1}+\sqrt{\left(\frac{q}{q_1}\right)^2-1}}\right]. \qquad (10)$$

Таблица I.

	F_π			G_M/μ
	$\beta_2=\beta_1+1$	$\beta_2=\beta_1+2$	$\beta_2=\beta_1+3$	$\beta_2=\beta_1+1$
χ^2	33.75	39.65	57.4	52.3
α_1	70.90±0.I4	57.50±I4.4	254.85±725I	389.6±27
β_1	2.78±0.I4	2.82±0.I4	3.63±0.I7	4.39±0.03
α_2	-234.3±59.4	-789.4±2I5.6	-I9356±600I	-I23I.7±I05

Одна из экспериментальных точек отклоняется от кривой (9) более чем на три стандартных отклонения (ее вклад в χ^2 равен II). С учетом этого факта получаем, что $\chi^2/n_D \simeq 1$, т.е. описание удовлетворительное (рис.5). Аналогичный анализ с помощью формулы (9) был проведен для магнитного формфактора протона G_M. При описании 45 экспериментальных точек в области $Q^2 < -1$ (ГэВ/с)^2, которые взяты из работ [8], было получено $\chi^2/n_D = 52/42$ (рис.6). Соотношения между параметрами (см. таблицу I) α_i, β_i для протона оказались такими же, как и для π-мезона, т.е. $\alpha_1^N/\alpha_2^N < 0$, $\beta_2^N = \beta_1^N + 1$.

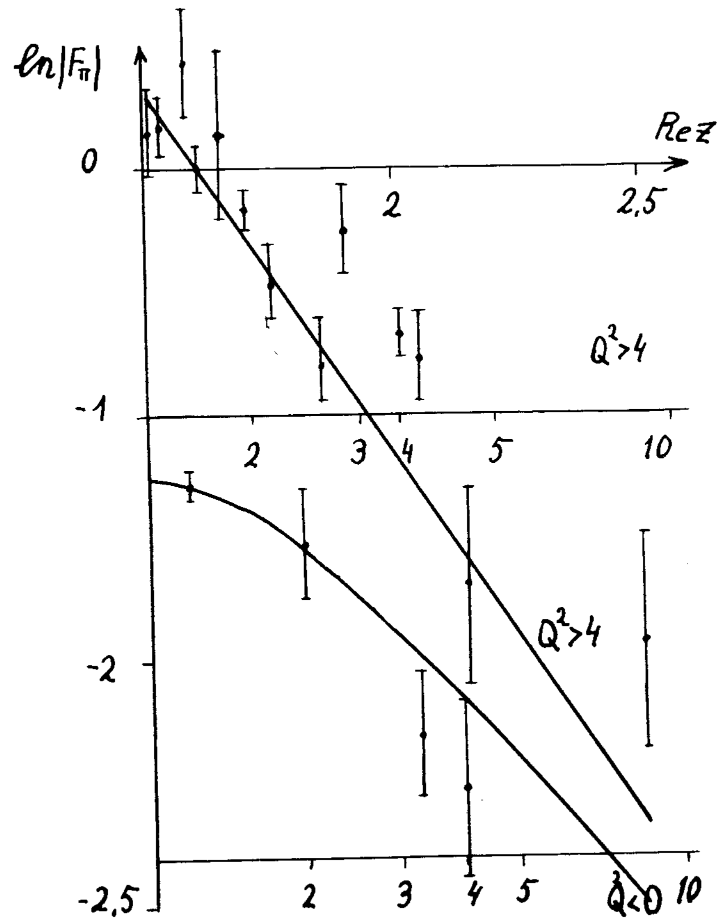

Рис.5.

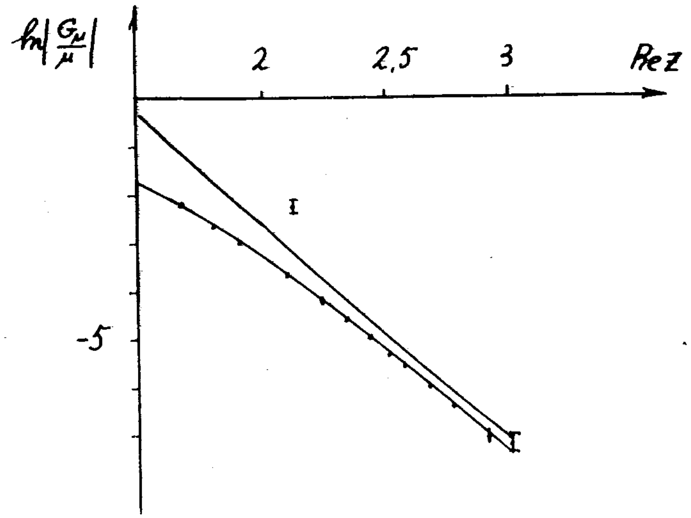

Рис.6.

Обсуждение результатов

Поведение формфакторов пиона и протона в квантовой хромодинамике изучалось в работах /3,9/ для $Q^2<0$. В отличие от полученных в них результатов, формулы (9) справедливы для обоих "хвостов" формфакторов. При анализе формфактора пиона они позволяют судить о согласовании различных предположений, сделанных в процессе обработки экспериментальных данных при $Q^2>0$ и $Q^2<0$. Для протона экспериментальные данные при $Q^2>0$ неизвестны, и на рис.6 приведены предсказания модели. Они в 3 раза ниже единственной оценки /14/ и указывают на большой теоретический интерес определения $|G_M|$ и $|G_E|$ в этой области.

Формулы (9) указывают на некоторое отклонение от кварковых правил счета /I/ при достигнутых энергиях. Сравним наши результаты с рядом полученных ранее, для чего представим их в единообразной форме $F_H(Q^2)\sim(Q^2)^{m_H}$. В таблице 2 собраны эти данные.

Таблица 2.

	/I/	/2/	/3/	/5/^{a}	/5/^{b}	/9/	/IO/	/II/	наст. работа
m_π	I	2	–	0.5	2	I	2	I,2	I.4±0.I
m_N	2	–	2	–	–		3	–	2.2±0.02

На ее основе можно утверждать, что выводы об асимптотическом поведении формфакторов адронов, сделанные в результате анализа существующих экспериментальных данных, во многом зависят от способа учета неупругих процессов.

В заключение отметим, что метод построения моделей римановых поверхностей позволяет осуществлять аналитическое продолжение из области голоморфности на разрез, что без учета типов точек ветвления представляет некорректную задачу.

Авторы благодарны В.П.Гердту за помощь в проведении численных расчетов, Н.Б.Скачкову за полезные обсуждения.

Литература

I. V.A.Matveev, R.M.Muradyan and A.N.Tavkhelidze. Lett. of Nuovo Cim. 7,19(1973); см. D.Sirers, S.Brodsky and R.Blankenbekler Phys.Reports 23C, 1 (1976).

2. B.B.Deo and M.K.Parida, Phys.Rev., 9D, 2068 (1974).

3. R.COQUEREAUX and E.de RAFAEL, Phys.Letters 74B, 105 (1978). The ratios of the magnetic to the electric proton form factors in quantum chromodynamycs. Preprint 78/p.999, Centre de Physique Theorigue. CNRS Marseille.

4. N.M.Budnev, V.M.Budnev, V.V.Serebryakov. Phys.Lett. 64B, (1976) 307; T.N.Pham, Tran N.Truong. Phys.Rev. D14 (1976) 185. B.Costa de Beauregard, T.N.Pham. B.Pire, Tran N.Truong. Phys.Lett. 67B (1977) 213.

5. ^{a} S.Dubnicka, I.Furdik, V.A.Meshcheryakov, ICTP, Trieste, preprint IC/76/102; ^{b} S.Dubnicka, A.Z.Dubnickova, V.A.Meshcheryakov, ICTP, Trieste, Internal Report IC/77/155, to be publ. in Crech.J.Phys.B.

6. G.Hēhler, Hadron structure, Proceedings of the 2nd Adriatic Meeting, Dubrovik, 1976.
7. В.П.Гердт, В.И.Иноземцев, В.А.Мещеряков, ЯФ,24,176(1979).
W.Albreckt et al. Phys.Rev.Lett.17,1194(1960);18,1014 (1967).
8. C.H.Berger et al. Phys.Lett. 35B, 87 (1971).
Gatien M. et.al. Phys.Lett. 18, 1017 (1967).
Kirk P.N. et al. Phys.Rev. 8D, 63 (1973).
9. А.В.Ефремов, А.В.Радюшкин. Препринт ОИЯИ, Е2-11535,Дубна,1978.
10. N.B.Skachkov,I.L.Solovsov, Preprint Dubna E2-10530 (1977); Preprint P2-11211 (1978).
11. S.Dubnicka, V.A.Meshcheryakov, Nucl. Phys. B83, 311 (1974).
12. А.И.Маркушевич. Теория аналитических функций, т.I,стр. 375, изд. "Наука", 1967.
13. Yu.P.Shcherbin, Nucl.Phys. B68, 552 (1974).
14. G.Di Giuguo et al. Lettere al Nuovo Cimento 2, 873 (1971).

Рукопись поступила в издательский отдел
21 февраля 1979 года.