

2716/2-79



сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
Дубна

C323.1

Г-859

P2 - 12252

В.Е.Гришин, Ю.В.Катышев, Н.В.Махалдиани,  
В.Г.Маханьков, А.Б.Швачка

УСТОЙЧИВЫЕ СОЛИТОННЫЕ РЕШЕНИЯ  
В МОДЕЛИ КОМПЛЕКСНОГО СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ  
С НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ВИДА  $g_1 \varphi^4 + g_2 (J_\mu J^\mu)^2$

II

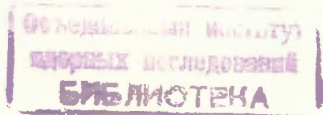
1979

P2 - 12252

В.Е.Гришин, Ю.В.Катышев, Н.В.Махалдiani,  
В.Г.Маханьков, А.Б.Швачка

УСТОЙЧИВЫЕ СОЛИТОННЫЕ РЕШЕНИЯ  
В МОДЕЛИ КОМПЛЕКСНОГО СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ  
С НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ВИДА  $g_1 \varphi^4 + g_2 (J_\mu J^\mu)^2$

II



Гришин В.Е. и др.

P2 - 12252

Устойчивые солитонные решения в модели комплексного скалярного поля с нелинейностью вида  $g_1 \phi_2^4 + g_2 (J_\mu J^\mu)^2$

С помощью ЭВМ исследована устойчивость одномерных солитонных решений релятивистски-инвариантной модели комплексного скалярного поля с самодействием (ток x ток). В результате численных экспериментов найдена область устойчивости частицеподобных решений. Показано, что частицеподобные решения удовлетворяют необходимым условиям устойчивости, полученным авторами ранее при исследовании этой модели в линейном приближении теории возмущений.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

Grishin V.E. et al.

P2 - 12252

Stable Soliton in the Model of Complex Scalar Field with the Nonlinearity of  $g_1 \phi_2^4 + g_2 (J_\mu J^\mu)^2$

By means of computer the stability of one-dimensional soliton solutions of the relativistically invariant model of complex scalar field with the current x current self-interaction is investigated. As a result, the stability region of particle-like solutions has been found. It is shown that in the stability region the particle-like solutions satisfy the necessary conditions of stability obtained earlier when studying the soliton stability within this model in the linear approximation of perturbation theory.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

В данной работе с помощью численного эксперимента на ЭВМ<sup>1/</sup> исследована устойчивость частицеподобных решений /ЧПР/ вида

$$\phi = \sqrt{\frac{m^2 - \omega^2}{g_1 + g_2 \cdot \omega^2}} \frac{\exp[iD\omega\gamma \cdot (t - vx + \delta)]}{\text{ch}[\sqrt{m^2 - \omega^2} \cdot \gamma \cdot (x - vt + x_0)]} \quad /1/$$

для модели комплексного скалярного поля с плотностью лагранжиана

$$\mathcal{L} = |\partial_\mu \phi|^2 - m^2 |\phi|^2 + g_1 |\phi|^4 + g_2 J_\mu \cdot J^\mu, \quad /2/$$

где

$$J_\mu = \frac{i}{2} (\phi^* \partial_\mu \phi - \phi \partial_\mu \phi^*),$$

$$\gamma = (1 - v^2)^{-1/2}, \quad D = \pm 1, \quad \mu = 0, 1.$$

В работе<sup>2/</sup> в линейном приближении теории возмущений исследована устойчивость решений /1/ как в продольном, так и в поперечном направлениях. Динамика решений /1/ во встречных столкновениях исследована в<sup>3/</sup>. При этом оказалось, что ЧПР /1/ в широкой области допустимых значений параметров  $g_1, g_2, m$  и  $\omega$  являются устойчивыми в продольном и в поперечном направлениях<sup>2/</sup>. Численный эксперимент<sup>3/</sup> показал, что наряду с упругим взаимодействием солитонов /1/, имеют место квазиупругое и глубоконеупругое взаимодействия, а также взаимодействия, сопровождающиеся рождением дополнительных солитонов /несохранение числа солитонов/. При этом неупругие процессы взаимодействия солитонов сопровождаются излучением волн свободного поля.

Уравнение движения для модели /2/ имеет вид

$$(\square + m^2)\phi = 2g_1|\phi|^2\phi + g_2[\phi|\partial_\mu\phi|^2 -$$

/3/

$$\phi^*(\partial_\mu\phi)^2 + \frac{1}{2}\phi^2\partial_\mu\partial^\mu\phi^* + \frac{1}{2}|\phi|^2\partial_\mu\partial^\mu\phi].$$

Функционалы энергии

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} dx \cdot [|\phi_t|^2 + |\phi_x|^2 + m^2|\phi|^2 - g_1|\phi|^4 + \\ + \frac{1}{2}g_2\{|\phi|^2(|\phi_t|^2 + |\phi_x|^2) - \frac{1}{2}\phi^{*2}(\phi_t^2 + \phi_x^2) - \\ - \frac{1}{2}\phi^2(\phi_t^{*2} + \phi_x^{*2})\}],$$

импульса

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} dx [ \phi_t \cdot \phi_x^* + \phi_t^* \phi_x + \frac{1}{2}g_2\{|\phi|^2(\phi_t\phi_x^* + \phi_t^*\phi_x) - \\ - \phi^2\phi_t^*\phi_x^* - \phi^{*2}\phi_t\phi_x \}]$$

и заряда

$$Q = i \cdot \int_{-\infty}^{\infty} dx (\phi_t^*\phi - \phi^*\phi_t)(1 + g_2|\phi|^2)$$

на решении /1/ принимают следующие значения:

$$E = M \cdot \gamma, \quad P = M \cdot v \cdot \gamma,$$

$$Q = \frac{4\omega\sqrt{m^2 - \omega^2}}{3(g_1 + g_2\omega^2)^2} [g_2\omega^2 + 3g_1 + 2g_2m^2],$$

/4/

где

$$M = \frac{4\sqrt{m^2 - \omega^2}}{3(g_1 + g_2\omega^2)^2} [\omega^2(2g_1 + 3g_2m^2) + g_1m^2].$$

В дальнейшем полагаем  $m^2=1$ , нормировку волновой функции выберем исходя из условия  $g_1=1$ . Учитывая необходимые условия устойчивости /2,5/ решений /1/, а также поведение функций  $M$  и  $Q$

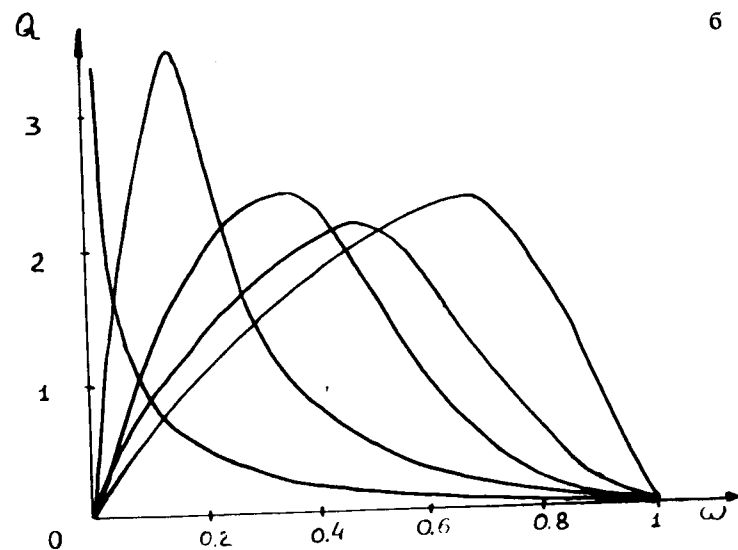
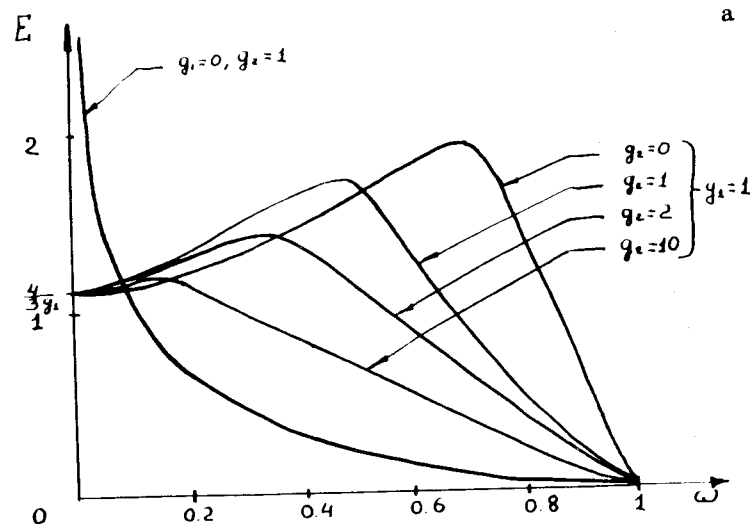


Рис.1

/см. рис. 1/, можно предположить, что решения /1/ являются устойчивыми в области  $\omega_i > \omega_{кр}^l$  и неустойчивы при  $\omega_k < \omega_{кр}^l$ , где  $\omega_{кр}^l$  - частота, при которой выполняются равенства

$$\frac{dM}{d\omega} \Big|_{\frac{g_2}{g_1} = \text{const}} = 0, \quad \frac{dQ}{d\omega} \Big|_{\frac{g_2}{g_1} = \text{const}} = 0. \quad /5/$$

Проведенный численный эксперимент подтверждает данное предположение. Он включает в себя четыре группы расчетов, соответствующих фиксированным значениям  $g_2/g_1$ , указанным в таблице. Величина  $\omega_{кр}^l$  определялась из /5/, значения  $\omega_i$  и  $\omega_k$  выбирались как границы интервала  $\omega_k < \omega_{кр}^l < \omega_i$ .

Таблица

	$g_2/g_1$	$\omega_k$	$\omega_{кр}^l$	$\omega_i$
I	0	0,65	$\sqrt{2}/2$	0,8
II	1	0,4	0,5	0,65
III	2	0,27	0,38	0,5
IV	10	0,15	0,18	0,27

В качестве начального условия выбран покоящийся солитон, расположенный в начале координат ( $V=0, x_0=0$ ).

При  $\omega_i > \omega_{кр}^l$  наблюдалась устойчивая картина. Счет проводился до  $T=20 \div 30$  /в безразмерных единицах/. Форма и амплитуда решений /1/ при этом не изменялась. Интегралы движения E и Q сохранялись с относительной точностью  $10^{-5}$ .

При  $\omega_k < \omega_{кр}^l$  имеет место типичная неустойчивость. Уже при  $T=1,8$  начинается рост амплитуды ЧПР, и к моменту  $T=3,6$  она увеличивается примерно на 10%. Далее интегралы движения E и Q начинают плохо сохраняться и наблюдается развал решения.

При  $\omega_{i,k} \approx \omega_{кр}^l$  неустойчивость развивается очень медленно. Точку  $\omega_{кр}^l$  назовем критической, т.к. она находится на пороге устойчивости. Как видно из рис. 1, с увеличением  $g_2/g_1$  критическая точка смещается влево, т.е. увеличивается область устойчивости ЧПР /1/.

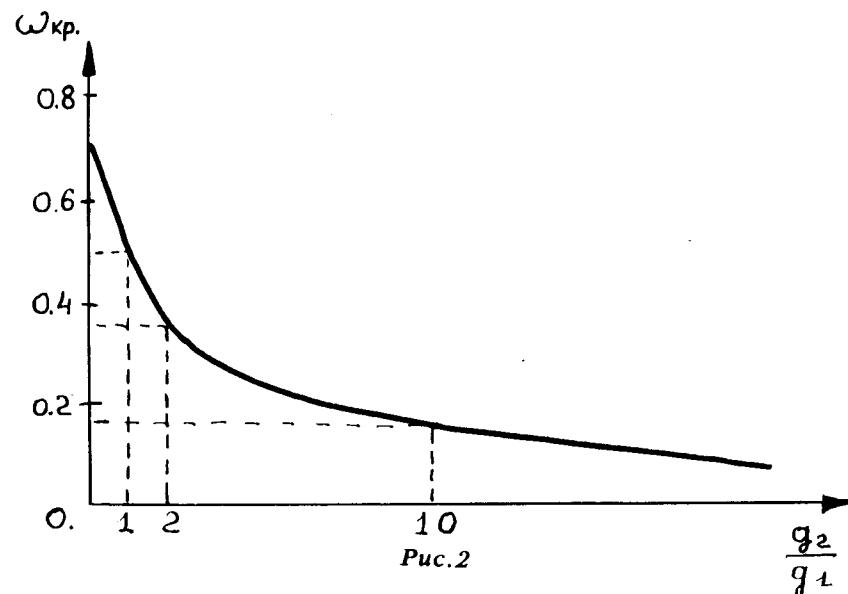


Рис. 2

На рис. 2 представлена зависимость  $\omega_{кр}$  от  $g_2/g_1$ : случаю  $g_2=0, g_1=1$  соответствует  $\omega_{кр}=\sqrt{2}/2$ /см. /4/. С ростом величины  $g_2/g_1$   $\omega_{кр}$  уменьшается, и при больших  $g_2$  величина  $\omega_{кр}$  сколь угодно близка к нулю, однако точка  $\omega_{кр}=0$  не достигается. Она является сингулярной точкой для решения /1/.

В заключение отметим, что в области устойчивости, найденной методом численного эксперимента на ЭВМ, частицеподобные решения удовлетворяют необходимым условиям устойчивости, полученным в работах /2,4/. Модель, исследованная в /4/, является частным случаем модели с плотностью лагранжиана /2/ при  $g_2=0$  и  $g_1=1$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Makhankov V.G. Phys.Rep., 1978, 35, p. 1.
2. Гришин В.Е. и др. ОИЯИ, P2-12226, Дубна, 1979.
3. Гришин В.Е. и др. ОИЯИ, P2-12359, Дубна, 1979.
4. Заставенко Л.Г. ПММ, 1965, 29, с. 430.
5. Makhankov V.G. Phys.Lett., 1977, 61A, p.431.

Рукопись поступила в издательский отдел  
20 февраля 1979 года.