

Объединенный
институт
ядерных
исследований
Дубна

СЗУ1а

П-13

2/IV-79

P2 - 12066

1226/2-79

А.С.Пак, В.В.Ужинский, Ч.Цэрэн

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЯДЕР С ЯДРАМИ
ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

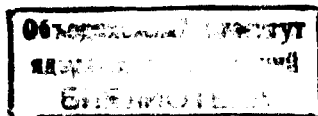
1979

P2 - 12066

А.С.Пак,¹ В.В.Ужинский,² Ч.Цэрэн

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЯДЕР С ЯДРАМИ
ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

Направлено в ЯФ



¹ИФВЭ АН КазССР, Алма-Ата.

²ИЯФ АН УзССР, Ташкент.

Пак А.С., Ужинский В.В., Цэрэн Ч.

P2 - 12066

О взаимодействии ядер с ядрами при высоких энергиях

С помощью метода произвольных функций рассмотрено упругое ядерно-ядерное рассеяние и получен ряд Андреева.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

Pak A.S., Uzhinsky V.V., Tseren Ch.

P2 - 12066

On Nucleus-Nucleus Interactions at High Energies

Nucleus-nucleus elastic scattering by using the general function method are considered. The Andreev series are obtained.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

Интерес к теоретическому изучению столкновений ядер при средних и высоких энергиях существенно возрос в связи с осуществлением значительного числа экспериментальных исследований^{/1-4/}. Теоретическая интерпретация этих данных для малого значения передаваемого импульса проводилась в рамках эйконольного подхода Глаубера-Ситенко. Однако при вычислении сечений даже простейших процессов ядерно-ядерных столкновений для ядер с реалистическими распределениями ядерного вещества приходится сталкиваться с большими математическими трудностями.

Приближение гауссовского распределения нуклонов в сталкивающихся ядрах, позволяющее вычислить в явном виде каждый член ряда теории многократного рассеяния или приближение жесткого налетающего ядра, рассмотрены в работах^{/5/}. Однако, как показывает сравнение с экспериментальными данными, эти работы могут претендовать лишь на качественное описание характеристик ядерно-ядерного рассеяния.

Работа^{/6/}, где удалось получить компактный ряд для фазовой функции в виде двойной суммы сверток различных степеней функций толщины T_A , T_B сталкивающихся ядер с атомными номерами A и B , является важным шагом в построении количественной теории ядерно-ядерного рассеяния. Хотя этот результат позволяет работать с реалистическими плотностями при вычислении полных сечений взаимодействия и сечений упругого рассеяния средних и тяжелых ядер, знакопеременный характер членов ряда и его слабая сходимость создают трудности при практических расчетах. Эти трудности были устранены в работе^{/7/}, где получено явное выражение для суммы ряда при

ограничении эффектами порядка $(\gamma^0 = \frac{\sigma}{16\pi a}$ - безразмерный параметр). Метод, предложенный в [7], и знание явной функциональной зависимости фазы /амплитуды/ упругого АВ-рассеяния в оптическом пределе ($A, B \rightarrow \infty$) от функции толщины T_A, T_B сталкивающихся ядер позволяют путем функционального дифференцирования ее по T_A, T_B вычислить поправки любого порядка A^{-k}, B^{-k} , связанные с конечностью атомных номеров, реально взаимодействующих ядер, и тем самым описывать упругое рассеяние любых ядер за исключением самых легких.

Далее в приближении конечного числа неупругих соударений удается связать амплитуды возбуждения одного или обоих ядер с функциональными производными по T_A, T_B - функциям толщины от амплитуд упругого рассеяния этих же ядер и так называемыми переходными плотностями. Сечения квазиупругого рассеяния ядра другим ядром, реакции возбуждения одного из ядер или обоих одновременно, дифракционная диссоциация одного из ядер, стриппинговые реакции, процессы упругой и квазиупругой перезарядки, наконец, поправки, обусловленные корреляциями в распределении нуклонов в ядре и многие другие также непосредственно связаны с фазовым функционалом упругого рассеяния простыми соотношениями и могут быть рассчитаны, если известен этот функционал. Таким образом, фазовый функционал упругого рассеяния, т.е. фаза как функция от функций толщины становится важной величиной теории рассеяния ядер ядрами, а установление ее функциональной зависимости от этих величин является одной из главных задач теории. Ниже излагаются основы количественной теории простейших процессов ядерно-ядерного взаимодействия, упомянутых выше, и описывается основное приближение и метод перехода от вычисления амплитуды к вычислению фазы.

Предлагаемый подход отличается от использованного в [6] тем, что позволяет рассматривать неупругие процессы. Возможно, он окажется полезным для решения других задач.

Как известно, предположение об аддитивности фаз рассеяния, лежащее в основе теории многократного рассеяния Глаубера, приводит к следующему известному соотношению между амплитудами реакции $B + A \rightarrow B' + A'$ /здесь B - налетающее

ядро, A - ядро мишени, A', B' - ядра после взаимодействия/ и амплитудой нуклон-нуклонного (NN) рассеяния:

$$F_{AB \rightarrow A'B'}(\vec{q}) = \frac{p_N}{2\pi} K(\vec{q}) \int d^2 b e^{iqb} \Gamma_{AB \rightarrow A'B'}(b) \quad /1/$$

$$\Gamma_{AB \rightarrow A'B'}(b) = \langle \psi_{A'} \psi_{B'} | [1 - \prod_{i=1}^A \prod_{j=1}^B [1 - \gamma(b - s_i - \tau_j)]] | \psi_A \psi_B \rangle \quad /2/$$

$$\gamma(b) = \frac{1}{2\pi i p_N} \int f_{NN}(q) \exp(iqb) d^2 q, \quad /3/$$

где $\psi_{A(B)}, \psi_{A'(B')}$ - волновые функции начального и конечного состояний ядра при A(B); $\gamma(b)$ - функция профиля амплитуды упругого NN-рассеяния в представлении прицельного параметра b. $f_{NN}(q) = p_N / 4\pi^* \sigma_{tot}(i+\rho) e^{-1/2 q^2}$ - амплитуда упругого NN-рассеяния, предполагаемая в дальнейшем не зависящей от спиновых и изоспиновых переменных $\sigma = \sigma_{tot}(i+\rho)$. Здесь σ_{tot} - полное сечение NN-рассеяния, ρ - отношение реальной части амплитуды рассеяния к мнимой, а - параметр наклона упругого дифференциального сечения NN-рассеяния, p_N - импульс, приходящийся на один нуклон налетающего ядра. Множитель $K(q)$ связан с поправками на движение центра масс ядер.

Рассмотрим случай упругого рассеяния $A=A', B=B'$. В качестве основного приближения используем, как обычно, предположение о факторизуемости функций плотности основных состояний сталкивающихся ядер

$$|\psi_{A(B)}(r_1, \dots, r_{A(B)})|^2 = \prod_{i=1}^{A(B)} \rho_{A(B)}(r_i) \quad /4/$$

$$\int \rho_{A(B)}(\vec{r}) d\vec{r} = 1$$

$$T_{A(B)}(b) = A(B) \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_{A(B)}(b, z) dz, \quad /5/$$

что соответствует пренебрежению эффектами корреляций.

Перейдем к вычислению фазовой функции упругого рассеяния. Проведем усреднение по ядру A в выражении /2/

$$\Gamma_{AB \rightarrow AB}(b) = \langle \psi_B | 1 - \prod_{i=1}^A \left\{ \frac{1}{A} \int T_A(s_i) ds_i \prod_{j=1}^B [1 - \gamma(b - s_i - r_j)] \right\} | \psi_B \rangle =$$

$$= \langle \psi_B | 1 - \left\{ 1 - \frac{1}{A} \int \Gamma_B(b - s, \{r_B\}) T_A(s) ds \right\}^A | \psi_B \rangle$$

$$\Gamma_B(b - s, \{r_B\}) = 1 - \prod_{j=1}^B [1 - \gamma(b - s - r_j)] . \quad /6/$$

Переходя к оптическому пределу по ядру A, понимаемому, как обычно, в смысле замены

$$\left(1 + \frac{X}{A}\right)^A \xrightarrow{A \rightarrow \infty} \exp(X),$$

преобразуем выражение /6/ к следующему виду:

$$\Gamma_{AB \rightarrow AB}(b) = 1 - \langle \psi_B | \exp[-\int \Gamma_B(b - s, \{r_B\}) T_A(s) ds] | \psi_B \rangle = 1 - \exp \chi(b), \quad /7/$$

где $\chi(b)$ - фазовая функция, для вычисления которой необходимо вычислить выражение вида

$$\langle \psi_B | \exp \xi(\{r_B\}) | \psi_B \rangle .$$

Введем генераторную функцию

$$G(h) = \langle \exp h \xi \rangle = \exp \phi(h), \quad /8/$$

которая при $h=1$ дает искомое выражение. Она обладает следующим очевидным свойством

$$\frac{d^n}{dh^n} G(h) \Big|_{h=0} = \langle |\xi^n| \rangle, \quad /9/$$

позволяющим применить технику, развитую в работе /8/. Разлагая функцию ϕ в ряд по степеням h

$$\phi(h) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{h^n}{n!} \xi_n$$

и представляя генераторную функцию в виде ряда по степеням h , т.е. разлагая экспонент от ϕ и собирая члены при оди-

наковых степенях h , приходим к следующему выражению $\langle |\xi^n| \rangle$ через ξ_n /8/:

$$\langle |\xi^n| \rangle = \frac{d^n}{dh^n} G(h) \Big|_{h=0} = n! \sum_{n_1, n_2, \dots, n_i} \frac{1}{n_1! n_2! \dots n_i!} \binom{n_1}{n_2} \binom{n_2}{n_3} \dots \binom{n_i}{n_{i+1}} \dots * \quad /10/$$

$$\dots * |\xi_1|^{n_1 - n_2} \dots \left(\frac{\xi_i}{i!}\right)^{n_i - n_{i+1}} \dots = n! \sum_{n_1, n_2, \dots} \prod_{i=1}^{\infty} \left(\frac{\xi_i}{i!}\right)^{n_i - n_{i+1}} \frac{1}{(n_i - n_{i+1})!},$$

где суммирование ведется при условии

$$n_1 \geq n_2 \geq n_3 \geq \dots \geq n_i \geq n_{i+1} \geq \dots \quad n = \sum n_i .$$

Учтем, что в нашем случае $\xi = -1 + \eta$. Тогда

$$G(h) = \langle e^{h\xi} \rangle = e^{-h} \langle \exp h\eta \rangle = e^{-h} \exp \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{h^n}{n!} \eta_n \right]$$

или $G(h) = e^{-h} G'(h)$, т.е. $\eta_n = \xi_n$ при $n > 1$. Соотношение между η_n и средними значениями от различных степеней η дается выражением /10/ с заменой $\xi \rightarrow \eta$ и $\xi_n \rightarrow \eta_n$. Выражение /10/ может быть обращено

$$\eta_n = \frac{d^n \ln G'(h)}{dh^n} \Big|_{h=0} = \frac{d^n}{dh^n} \ln [1 + (G'-1)] \Big|_{h=0} = \frac{d^n}{dh^n} \left[\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{(G'-1)^k}{k} \right] \Big|_{G'=1} =$$

$$= \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \frac{1}{k} \sum_{\substack{\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_k \\ \ell_1 + \ell_2 + \dots + \ell_k = n \\ \ell_1 \cdot \ell_2 \cdot \dots \cdot \ell_k \neq 0}} \frac{n!}{\ell_1! \ell_2! \dots \ell_k!} G'^{(\ell_1)} G'^{(\ell_2)} \dots G'^{(\ell_k)} \Big|_{G'=1} . \quad /11/$$

Здесь введены стандартные обозначения

$$G'^{(\ell)}(h) \Big|_{G'=1} = \frac{d^\ell}{dh^\ell} G'(h) \Big|_{G'=1} = \langle |\eta^\ell| \rangle = \eta^{(\ell)} .$$

Окончательно соотношение /11/ имеет вид

$$\eta_n = \sum_{k=1}^{n-1} (-1)^{k+1} \frac{1}{k} \sum_{\ell_1, \dots, \ell_k} \frac{n!}{\ell_1! \dots \ell_k!} \eta^{(\ell_1)} \dots \eta^{(\ell_k)} + (-1)^{n+1} (n-1)! [\eta^{(1)}]^n . \quad /12/$$

Для рассеяния ядер ядрами

$$h\xi \sim \int d^2 s T_A(s) \left\{ 1 - \prod_{i=1}^n [1 - \gamma(b - s - \tau_i)] \right\};$$

$$h\eta \sim \int d^2 s T_A(s) \prod_{i=1}^n [1 - \gamma(b - s - \tau_i)] = \int d^2 s T_A(s) P(s).$$

Таким образом, разложение функции ϕ в генераторной функции G в ряд по h следует понимать как разложение в функциональный ряд по различным степеням функции $T_A(s)$, а производные по h - как функциональные производные по этой же функции. В этом представлении выражение /12/ принимает вид

$$\eta_n = \int d^2 s_1 \dots d^2 s_n T_A(s_1) \dots T_A(s_n) \frac{\delta^{(n)} f_{\text{н}} G(T_A)}{\delta T_A(s_1) \dots \delta T_A(s_n)} \Big|_{T_A=0} =$$

$$= \int d^2 s_1 \dots d^2 s_n T_A(s_1) \dots T_A(s_n) \langle |P(s_1) \dots P(s_n)| \rangle +$$

$$+ \sum_{k=2}^n (-1)^{k+1} \frac{1}{k} \sum_{\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_k} \frac{n!}{\ell_1! \ell_2! \dots \ell_k!} \quad * \quad /13/$$

$$* \langle |P(s_1) \dots P(s_\ell)| \rangle \langle |P(s_{\ell+1}) \dots P(s_{\ell+n})| \rangle \dots \langle |P(s_{n-\ell+k}) \dots P(s_n)| \rangle.$$

Формула /13/ удобна тем, что среднее значение от различных степеней P имеет довольно простой вид в оптическом пределе по ядру B .

$$P^{(n)} = \langle |P(s_1) \dots P(s_n)| \rangle = \exp \left\{ - \int \gamma(b - s_1 - \tau) T_B(\tau) d\tau - \dots - \int \gamma(b - s_n - \tau) T_B(\tau) d\tau + \int (b - s_1 - \tau) \gamma(b - s_2 - \tau) \dots \right.$$

$$\left. + T_B(\tau) d\tau + \dots + (-1)^n \int (b - s_1 - \tau) \dots \gamma(b - s_n - \tau) T_B(\tau) d\tau \right\} =$$

$$= \exp \left\{ \int \prod_{i=1}^n [1 - \gamma(b - s_i - \tau)] - 1 \right\} T_B(\tau) d\tau. \quad /14/$$

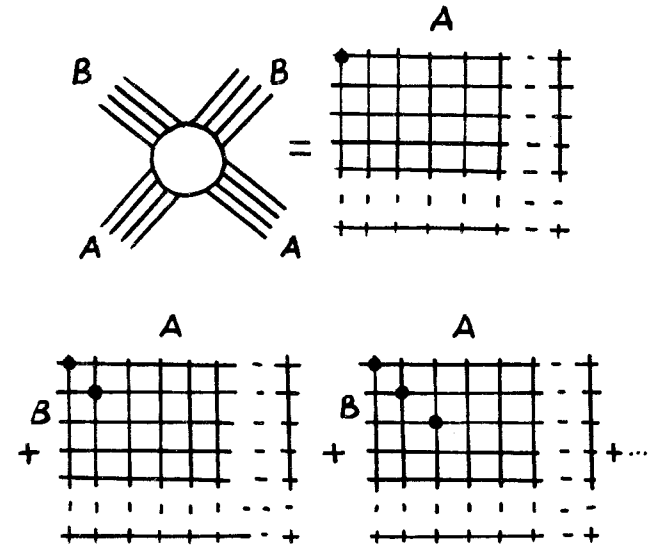
Так,

$$h\xi_1 = \int d^2 s T_A(s) \left\{ \exp[-\int \gamma(b - s - \tau) T_B(\tau) d\tau] - 1 \right\}. \quad /15/$$

Отбрасывая в фазовой функции члены со степенями T_A выше первой, удержим от разложения экспоненты в выражении /15/ первый не исчезающий член, соответствующий известному приближению Чжа-Максимова /9/

$$f(\vec{b}) \approx - \int d^2 s d^2 \tau \gamma(b - s - \tau) T_A(s) T_B(\tau).$$

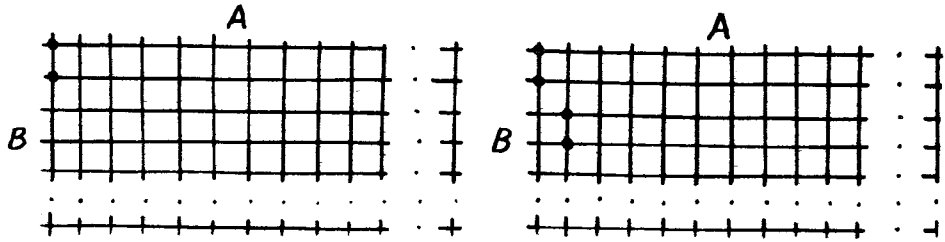
Учет только этого слагаемого в фазовой функции соответствует учету в амплитуде ядерно-ядерного рассеяния* следующих диаграмм:



Отметим, что вторая, третья и последующие диаграммы - несвязанные диаграммы первого порядка, не дают вклада в фазовую функцию /сокращается вклад несвязанных диаграмм в оптическом пределе по атомным номерам/.

* Диаграммное представление аналогично использованному в работах /10/.

Следующий член разложения в /15/ связан с вкладом диаграммы типа:



а полное выражение /15/, соответствующее приближению “жесткого” налетающего ядра /5/, связано с диаграммами процессов, в которых все нуклоны ядра рассеиваются как целое на каком-либо нуклоне ядра А.

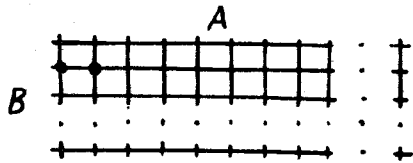
Сделаем следующий шаг от вышеперечисленных приближений, а именно, вычислим $h^2 \eta_2$

$$h^2 \eta_n = \int d^2 s_1 d^2 s_2 T_A(s_1) T_A(s_2)$$

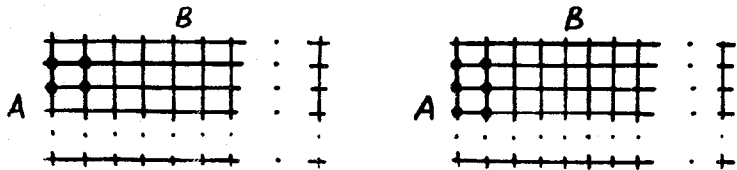
$$* \exp[-\int \gamma(b-s_1-\tau) T_B(\tau) d\tau - \int \gamma(b-s_2-\tau) T_B(\tau) d\tau] * \quad /16/$$

$$* \exp\{\int \gamma(b-s_1-\tau) \gamma(b-s_2-\tau) T_B(\tau) d\tau\} - 1\}.$$

Учет линейного члена разложения экспоненты, стоящей в фигурных скобках, соответствует учету связанной диаграммы типа:



Учет второго и следующих соответствует учету диаграмм



содержащих замкнутые петли. Рассмотрим первую из этих диаграмм, вклад которой выражается следующим образом:

$$\int d^2 s_1 d^2 s_2 d^2 \tau_1 d^2 \tau_2 T_A(s_1) T_A(s_2) T_B(\tau_1) T_B(\tau_2) *$$

$$* \gamma(b-s_1-\tau_1) \gamma(b-s_2-\tau_1) \gamma(b-s_1-\tau_2) \gamma(b-s_2-\tau_2).$$

Предполагая малость радиуса NN-взаимодействия по сравнению с ядерными размерами, получаем

$$\left(\frac{\tilde{\sigma}}{2}\right)^2 \int d^2 s_1 d^2 s_2 T_A(s_1) T_A(s_2) T_B^2(b-s_1) \gamma^2(s_1-s_2) \approx$$

$$\approx \frac{2}{\sigma} \int \gamma^2(\tau) d^2 \tau \left(\frac{\tilde{\sigma}}{2}\right)^3 \int d^2 s T_A^2(s) T_B^2(b-s) = \frac{2}{\sigma} \sigma \int d^2 s x^2 y^2.$$

$$\text{Здесь } x = \frac{\tilde{\sigma}}{2} T_A(s) \quad y = \frac{\tilde{\sigma}}{2} T_B(b-s),$$

а $\epsilon = \frac{\tilde{\sigma}}{4\pi a} \approx 0,25$ - безразмерный параметр. Его малость позволяет пренебречь вкладом этой диаграммы. Вычисляя вклады других диаграмм, содержащих петли, можно убедиться, что все они входят с подобным малым параметром. Здесь мы их учитывать не будем. Пренебрегая этими диаграммами, а также учитывая малость радиуса NN-взаимодействия по сравнению с ядерными размерами, т.е. принимая приближенно

$$\int \gamma(b-s-\tau) T_B(\tau) d^2 \tau = \frac{\tilde{\sigma}}{2} T_B(b-s)$$

$$\int \gamma(b-s-\tau_1) \gamma(b-s-\tau_2) T_B(\tau_1) T_B(\tau_2) = \left(\frac{\tilde{\sigma}}{2}\right)^2 T_B^2(b-s) \quad /17/$$

и т.п., получаем первые четыре члена фазовой функции

$$h\xi = \frac{2}{\sigma} \int d^2 s x (e^{-y} - 1)$$

$$h^2 \eta_2 = \frac{2}{\sigma} \int d^2 s x^2 y e^{-2y}$$

$$h^3 \eta_3 = \frac{2}{\sigma} \int d^2 s x^3 e^{-3y} (-y + 3y^2) \quad /18/$$

$$h^4 \eta_4 = \frac{2}{\sigma} \int d^2 s x^4 e^{-4y} (y + 12y^2 + 16y^3).$$

Вычисление членов $h^3 \eta_3$ и $h^4 \eta_4$ позволяет сформулировать процедуру получения n -го члена ряда, которая состоит в следующем. Будем последовательно разлагать \exp , определяемые выражением /14/, что приводит к результату

$$P^{(n)} - [P^{(1)}]^n = \exp \left\{ \int \prod_{i=1}^n (1 - \gamma(b - s_i - \tau)) - 1 \right\} T_B(\tau) d\tau - \exp \left\{ - \sum_{i=1}^n \int \gamma(b - s_i - \tau) * \right.$$

$$* T_B(\tau) d\tau \left. \right\} = \exp \left[- \sum_{i=1}^n \int \gamma(b - s_i - \tau) T_B(\tau) \right] \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} \left\{ - \frac{1}{2!} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \int \gamma(b - s_i - \tau) \gamma(b - s_j - \tau) T_B(\tau) d\tau + \dots + \right.$$

$$\left. + (-1)^n \int \gamma(b - s_1 - \tau) \gamma(b - s_2 - \tau) \dots \gamma(b - s_n - \tau) T_B(\tau) d\tau \right\}^k. \quad /19/$$

Поскольку различные степени слагаемых в фигурных скобках, кроме последнего, представляют собой вклад диаграмм с петлями порядка меньше чем n по ядру A , все они сократятся другими членами выражения /13/ в оптическом пределе диаграммы меньшего порядка не дают вклада в $h^n \eta_n$. Поэтому нужно учитывать только произведения отдельных слагаемых, взятых в первой степени /если какое-либо слагаемое входит в большей степени, то в диаграммах возникают замкнутые петли/. Кроме того, некоторые из произведений представляют вклады несвязанных диаграмм низшего порядка, которые сократятся.

Итак, от первого члена разложения остается только слагаемое вида

$$(-1)^n \int \gamma(b - s_1 - \tau) \dots \gamma(b - s_n - \tau) T_B(\tau) d\tau,$$

что соответствует вкладу связанной диаграммы n порядка от второго члена разложения экспоненты. Как уже говорилось выше, мы удержим слагаемые вида

$$\frac{1}{2!} \int \gamma(b - s_{\rho_1} - \tau_1) \dots \gamma(b - s_{\rho_k} - \tau_1) \gamma(b - s_{\rho_{k+1}} - \tau_2) \dots \gamma(b - s_{\rho_m} - \tau_2) *$$

$$* T_B(\tau_1) T_B(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2,$$

где $s_{\rho_1}, \dots, s_{\rho_m}$ - некоторая выборка с повторениями из n элементов s_1, \dots, s_m , m может меняться от 4 до $2n$. Ясно, что если в эту выборку не включены все n элементов ($m \leq n$), то

это - вклад диаграмм низшего порядка, который сокращается. Рассмотрим случай, когда $m = n + 1$ и в выборку включены все s_i и только один из них повторяется дважды, например s_1 :

$$\frac{1}{2!} \int \gamma(b - s_1 - \tau_1) \dots \gamma(b - s_{\rho_k} - \tau_1) \gamma(b - s_{\rho_{k+1}} - \tau_2) \dots$$

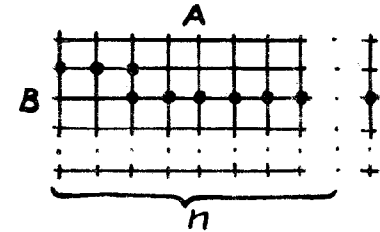
$$\dots \gamma(b - s_1 - \tau_2) \dots \gamma(b - s_{\rho_m} - \tau_2) T_B(\tau_1) T_B(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2.$$

Такому вкладу соответствуют диаграммы, где $n-1$ - линия ядра $A(s_2, \dots, s_n)$, которая делится на две группы. Общее число этих групп дается выражением

$$\sum_{P_1, P_2} \frac{(n-1)!}{P_1! P_2!}$$

$$P_1 + P_2 = n-1$$

$$P_1 \cdot P_2 \neq 0$$



Кроме того, линия ядра A , с которой взаимодействуют два нуклона ядра B , может быть выбрана n способами. Поэтому полный вклад таких диаграмм равен

$$\frac{1}{2!} n (-1)^{n+1} \left(\sum_{\substack{P_1, P_2 \\ P_1 + P_2 = n-1 \\ P_1 \cdot P_2 \neq 0}} \frac{(n-1)!}{P_1! P_2!} \right) \int \gamma(b - s_1 - \tau_1) \gamma(b - s_2 - \tau_2) *$$

$$* \gamma(b - s_{\rho_1} - \tau_1) \dots \gamma(b - s_{\rho_m} - \tau_2) T_B(\tau_1) T_B(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2. \quad /20/$$

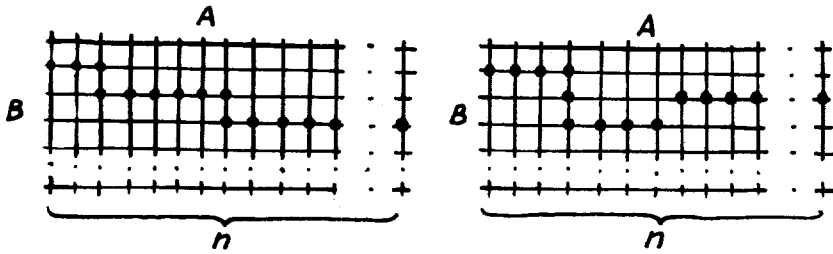
Если какие-либо s_{ρ_i} и s_{ρ_k} встречаются два или более число раз, то это автоматически приводит к диаграммам с петлями, что происходит также при $m > n + 1$. Эти диаграммы мы пока не учитываем. Третий член разложения экспоненты /19/ имеет вид

$$\frac{1}{3!} \int \gamma(b - s_{\rho_1} - \tau_1) \dots \gamma(b - s_{\rho_k} - \tau_1) \gamma(b - s_{\rho_{k+1}} - \tau_2) \dots \gamma(b - s_{\rho_j} - \tau_2) *$$

$$* \gamma(b - s_{\rho_{j+1}} - \tau_3) \dots \gamma(b - s_{\rho_m} - \tau_3) T_B(\tau_1) T_B(\tau_2) T_B(\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3.$$

Минимальное число m , начиная с которого, появляются связанные диаграммы n -го порядка, равно $n+2$. Число повторений какого-либо s_p при этом не может превышать 3.

Для всей выборки m справедливы рассуждения, приведенные выше. Им соответствуют диаграммы, в которых какие-либо две линии ядра A , отдельные или совпадающие, соединены с тремя линиями ядра B



Этих линий можно выбрать n^2 различными способами, причем остальные разбиваются на 3 группы. Общее число групп дается выражением

$$n^2 \sum_{\substack{P_1, P_2, P_3 \\ P_1 + P_2 + P_3 = n-1 \\ P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \neq 0}} \frac{(n-1)!}{P_1! P_2! P_3!}$$

а вклад всех диаграмм равен:

$$\frac{(-1)^{n+2}}{3!} n^2 \left(\sum_{P_1, P_2, P_3} \frac{(n-1)!}{P_1! P_2! P_3!} \int \gamma(b-s_1-\tau_1) \gamma(b-s_1-\tau_2) \gamma(b-s_1-\tau_3) \dots \right. \\ \left. \dots \gamma(b-s_2-\tau_1) \dots \gamma(b-s_n-\tau_3) T_B(\tau_1) T_B(\tau_2) T_B(\tau_3) dr_1 dr_2 dr_3 \right) \quad /21/$$

По аналогии, для высших членов разложения /19/ получим, что $h^n \eta_n$ имеет вид

$$h^n \eta_n = \int d^2 s_1 \dots d^2 s_n T_A(s_1) \dots T_A(s_n) \exp \left[- \sum_{i=1}^n \int \gamma(b-s_i-r) T_B(r) dr \right] *$$

$$* \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(-1)^{n+k-1}}{k!} n^{k-1} \left(\sum_{\substack{P_1 \dots P_k \\ P_1 + \dots + P_k = n-1 \\ P_1 \dots P_k \neq 0}} \frac{(n-1)!}{P_1! P_2! \dots P_k!} \right) \int \gamma(b-s_1-\tau_1) \gamma(b-s_1-\tau_2) \dots \quad /22/$$

$$\dots \gamma(b-s_1-\tau_k) \gamma(b-s_2-\tau_{\ell_1}) \dots \gamma(b-s_n-\tau_{\ell_k}) T_B(\tau_1) \dots T_B(\tau_k) * dr_1 \dots dr_k,$$

где $r_{\ell_1} \dots r_{\ell_k}$ - некоторая перестановка $\tau_1 \dots \tau_k$. Предположение малости радиуса NN-взаимодействия по сравнению с ядерными размерами, позволяет вынести функции толщин за знак интеграла, в результате чего /22/ приобретет вид:

$$h^n \eta_n = \int d^2 s T_A^n(s) \exp \left[-n \frac{\tilde{\sigma}}{2} T_B(b-s) \right] \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(-1)^{n+k-1}}{k!} n^{k-1} * \\ * \left(\sum_{P_1 \dots P_k} \frac{(n-1)!}{P_1! P_2! \dots P_k!} \right) T_B^k(b-s) \left(\frac{\tilde{\sigma}}{2} \right)^{n+k-1} = \quad /23/ \\ = \frac{2}{\tilde{\sigma}} \int d^2 s x^n e^{-ny} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(-1)^{n+k-1}}{k!} n^{k-1} y^k \left(\sum_{P_1 \dots P_k} \frac{(n-1)!}{P_1! \dots P_k!} \right).$$

Окончательно ряд для фазовой функции приобретает вид

$$\chi = \frac{2}{\tilde{\sigma}} \int d^2 s \left[x(e^y - 1) - \sum_{m=2}^n \frac{(-1)^m x^m e^{-my}}{m!} * \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(-1)^k}{k!} m^{k-1} y^k * \left(\sum_{P_1 \dots P_k} \frac{(m-1)!}{P_1! \dots P_k!} \right) \right]. \quad /24/$$

Представляя величины в виде

$$\frac{(-1)^k}{k!} m^{k-1} y^k e^{-my} = \frac{(-1)^k m^{k-1}}{k!} y^k \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n m^n y^n}{n!} = \\ = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{k!} n(n-1) \dots (n-k+1) (-1)^n \frac{m^{n-1} y^n}{n!} = \sum_{n=1}^{\infty} C_n^k \frac{(-1)^n}{n!} m^{n-1} y^n,$$

преобразуем /24/ и получим:

$$\chi = \frac{2}{\tilde{\sigma}} \int d^2 s \left\{ x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n y^n}{n!} - \sum_{m=2}^{\infty} \frac{(-1)^m x^m}{m!} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} m^{n-1} y^n * \sum_{k=1}^{n-1} C_n^k \left(\sum_{P_1 \dots P_k} \frac{(m-1)!}{P_1! \dots P_k!} \right) \right\}. \quad /24/$$

Замечая, что

$$\sum_{k=1}^{m-1} C^k \left(\sum_{P_1 \dots P_k}^k \frac{(m-1)!}{P_1! \dots P_k!} \right) = n^{m-1},$$

выражение /24/ для фазовой функции можно привести к более компактному виду /6/:

$$\chi = \frac{2}{\sigma} \int d^2 s \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m+n}}{m!n!} m^{n-1} n^{m-1} x^m y^n. \quad /25/$$

Сумма этого ряда, найденная в работе /7/, равна:

$$\chi(b) = \frac{2}{\sigma} \int d^2 s [u(e^z - 1) + z(e^u - 1) - uz].$$

Здесь u и z - решения системы трансцендентных уравнений

$$\begin{cases} u = \lambda e^{-z} \\ z = y e^{-u} \end{cases}$$

Авторы благодарят Л.И.Лапидуса и А.В.Тарасова за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Alkhazov G.D. et al. *Nucl. Phys.*, 1977, A280, p.365.
Chaumeaux A. et al. *Nucl. Phys.*, 1976, A267, p.413.
2. Аблеев В.Г. и др. *ОИЯИ*, P1-10565, Дубна, 1977.
3. Heckman H.H. et al. *Phys. Rev.Lett.*, 1972, 28, p.926.
Steiner H. *Preprint LBL-2144*, 1973. *Phys. Rev.Lett.*, 1976, 37, p.56.
Gutbrod H.H. et al. *Phys. Rev.Lett.*, 1976, 37, p.667.
Loveland W. et al. *Phys. Lett.*, 1977, 69B, p.284.
4. Аникина М.Х. и др. *ЯФ*, 1978, 27, с.724.
Feshbach H., Zabek M. *Ann. of Phys. (N.Y.)*, 1977, 107, p.110; Kullberg R., Oskarsson A., Otterlund I. *Phys. Rev. Lett.*, 1978, 40, p.289. Fung S.Y. et al. *Phys. Rev.Lett.*, 1978, 40, p.292.
5. Барашенков В.С., Мусульманбеков Ж.С. *ОИЯИ*, P2-11453, Дубна, 1978.
Alkhazov G. et al. *Nucl. Phys.*, 1977, A280, p.365.
6. Andreev I.V., Lebedev P.N. *Physical Ins. Prepr. No. 92*, Moscow, 1976.
Андреев И.В., Чернов А.В. *Препринт ФИАН, №190*, М., 1977.

7. Pak A.S. et al. *JINR, E2-11635, Dubna*, 1978.
8. Mueller A.H. *Phys. Rev.*, 1971, D4, p.156.
9. Czyz W., Maximon L.C. *Ann. of Phys. (N.Y.)*, 1969, 52, p.59.
10. Formanek J. *Nucl. Phys.*, 1969, A12, p.441. Hiroyuki Kanada, Kenji Sakai, Masaru Yasuno. *Progr. Theor. Phys.*, 1971, 46, p.1071.

Рукопись поступила в издательский отдел
6 декабря 1978 года.