СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 12024

В.И.Карлуковски

КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ И РАСХОДИМОСТИ В КВАЗИПОТЕНЦИАЛЕ

1978

Р2 - 12024

В.И.Карлуковски

КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ И РАСХОДИМОСТИ В КВАЗИПОТЕНЦИАЛЕ

Карлуковски В.И. P2 - 12024

Контактное взаимодействие и расходимости в квазипотенциале

Рассмотрено бесконечное семейство квазипотенциальных уравнений. Обсуждается проблема расходимостей в квазипотенциале, возникающих из-за наличия контактного взаимодействия в пертурбационном разложении матрицы рассеяния. Предложен метод отстранения этих расходимостей при помощи аналитического продолжения по параметрам, индексирующим квазипотенциальные уравнения. Эта процедура отстранения расходимостей может быть использована в применениях к низкоэнергетическим процессам рассеяния адронов.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Karloukovski V.I. P2 - 12024

Contact Term Interaction and Divergences in Quasipotential

An infinite family of quasipotential equations is considered. The problem of divergences in the quasipotential due to the presence of contact terms in the perturbative expansion of the scattering matrix is treated. A method is proposed to remove these divergences by means of analytic continuation in the parameter labeling the quasipotential equations. This procedure of removing the divergences can be applied in low energy hadron scattering processes.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

Применение квазипотенциального подхода к низкоэнергетическим процессам рассеяния адронов [1,2] наталкивается на некоторые серьезные затруднения. Одно из них проявляется при построении квазипотенциала в рамках лагранжевой теории поля. В случае возникновения расходимостей в квазипотенциале их нельзя устранить перенормировочной процедурой рассматриваемой лагранжевой теории. Если все-таки мы хотим работать в рамках таких теорий, надо устранять расходимости не произвольным образом, а в соответствии с каким-то общим принципом. Здесь такой принцип предлагается и применяется для устранения расходимостей в квазипотенциале, возникающих из-за наличия контактного взаимодействия в лагранжевой теории.

В квазипотенциальном подходе Логунова-Тавхелидзе [3] релятивистское уравнение типа уравнения Липмана-Швингера для матрицы рассеяния $T_w(p,q)$ имеет вид

$$T_w(\vec{p},\vec{q}) + V_w(\vec{p},\vec{q}) + \int V_w(\vec{p},\vec{k}) G_w(\vec{k}) T_w(\vec{k},\vec{q}) \frac{d^3k}{(2\pi)^3} = 0 \qquad /1/$$

Уравнение /1/ написано в системе центра масс /с.ц.м./. В нем w,q и p - энергия, начальный и конечный импульсы двух частиц с массами m_1 и m_2 в с.ц.м. Если

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} T_n \; , \qquad V = \sum_{n=1}^{\infty} V_n - \qquad /2/$$

разложения Т-матрицы и квазипотенциала в ряд теории возмущения, требуется, чтобы /1/ удовлетворялось в каждом порядке. Отсюда следует, что

$$V_1 = -T_1, \quad V_2 = -T_2 + T_1 G T_1 \qquad \text{и т.д.} \qquad /3/$$

Из условия двухчастичной упругой унитарности получается

$$\mathrm{Im}\, G_w(k) = \frac{\pi}{2w}\, \delta\,(k^2 - b^2(w)), \qquad /4/$$

где /при ограничении здесь частицами равных масс, $m_1 = m_2 = m$/

$$b^2(w) = \frac{1}{4}\,(w^2 - 4m^2)\,. \qquad /5/$$

Функции Грина, удовлетворяющие /4/, имеют вид

$$G_w(k) = \frac{1}{2w}\; \frac{F(w,\vec{k}^2)}{k^2 - b^2(w) - i0}\,, \qquad /6/$$

$$F(w, b^2(w)) \equiv 1\,. \qquad /7/$$

Существует бесчисленное множество функций F, удовлетворяющих /7/. Такими являются все функции вида

$$F(w,k^2) = f\left(\frac{w^2}{4(k^2+m^2)}\right), \quad f(1) = 1, \qquad /8/$$

и, в частности,

$$F(w,\vec{k}^2) = \left(\frac{w^2}{4(\vec{k}^2+m^2)}\right)^{\alpha+1/2}. \qquad /9/$$

Квазипотенциальные уравнения отличаются формально друг от друга выбором функции F. Квазипотенциальному

уравнению Логунова-Тавхелидзе [3] соответствует $\alpha = 0$, а квазипотенциальному уравнению Тодорова [4], использованному в работах [1,2], $\alpha = -\frac{1}{2}$.

Допустим теперь, что в лагранжевой теории поля имеется контактное взаимодействие, дающее постоянный вклад в T_1. В работах [1,2] такой вклад в T_1 дает четырехпионная вершина. Если $T_1 = \mathrm{const}$, то в некоторых квазипотенциальных уравнениях итерация

$$T_1 G T_1 \equiv \int T_1(\vec{p},\vec{k})\, G_w(\vec{k})\, T_1(\vec{k},\vec{q})\, \frac{d^3k}{(2\pi)^3} = T_1^2 \int G_w(\vec{k})\, \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \qquad /10/$$

содержит расходящийся интеграл, квазипотенциал V_2 во втором приближении бесконечен и с ним нельзя работать.

Если ограничиться семейством квазипотенциальных теорий с гриновыми функциями /6/, /9/, выход за массовую поверхность характеризуется параметром α. Для $\alpha > 0$ интеграл в /10/ сходится и значение итерации $T_1 G T_1$ дается формулой

$$T_1 G T_1 = \frac{T_1^2}{16\,\pi^{3/2}} \left(\frac{w}{2m}\right)^{2\alpha} I(b,m,\alpha+\tfrac{1}{2}), \qquad /11/$$

где

$$I(b,m,\alpha+\tfrac{1}{2}) = \frac{\Gamma(\alpha)}{\Gamma(\alpha+\frac{1}{2})}\, F\left(1,\alpha;\tfrac{1}{2};\tfrac{-b^2}{m^2}\right) + i\sqrt{\pi}\,\frac{b}{m}\, F\left(\tfrac{3}{2},\alpha+\tfrac{1}{2};\tfrac{3}{2};\tfrac{-b^2}{m^2}\right)\,. \qquad /12/$$

Естественно постулировать, что значение итерации для остальных α дается аналитическим продолжением уравнений /11/, /12/. В частности, для уравнения Тодорова $(\alpha = -\frac{1}{2})$ результат особенно прост:

$$T_1 G T_1 = i \frac{T_1^2 b}{8\pi w} F\left(\frac{3}{2}, 0; \frac{3}{2}; \frac{-b^2}{m^2}\right) = 0. \qquad /13/$$

Точки $\alpha = 0, -1, -2, \ldots$ являются полюсами $I(b, m, \alpha + \frac{1}{2})$, и для соответствующих квазипотенциальных теорий $T_1 G T_1$ не определяется уравнениями /11/, /12/ непосредственно.

В более общей постановке выход за массовую поверхность характеризуется не одним единственным параметром, а функцией f в /8/. Обозначая через $\tilde{f}$ преобразование Меллина функции f:

$$f(x) = \int_0^\infty \tilde{f}(\sigma)\, x^{\sigma-1} d\sigma, \qquad /14/$$

возможно определить итерацию для всех квазипотенциальных подходов с функциями Грина /6/, /8/, для которых имеет смысл интеграл

$$T_1 G T_1 = \frac{T_1^2}{16\pi^{3/2}} \int \tilde{f}(\sigma) \left(\frac{w}{2m}\right)^{2\sigma-3} I(b, m, \sigma-1)\, d\sigma \qquad /15/$$

Здесь мы ограничились рассмотрением итерации $T_1 G T_1$, но метод, который мы использовали, является общим. Устранение расходимостей в квазипотенциале - типичный пример того, как рассмотрение совокупности всех квазипотенциальных уравнений может оказаться плодотворным.

Автор признателен И.Т.Тодорову, А.Т.Филиппову и А.А.Хелашвили за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ангелов Н. и др. ОИЯИ, Р2-7502, Дубна, 1973.*
2. *Karlukovski V.I., Todorov I.T. Quasipotential approach to the ρ-resonance in $\pi\pi$-scattering, preprint DPht/74/47, Saclay, 1974.*
3. *Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. Nuovo Cimento, 1963, 29, p. 380.*
4. *Todorov I.T. Quasipotential approach to the two-body problem in quantum fieeld theory. In: Proc. Intern., School of Subnuclear Physics "E.Majorana", Erice, Juli 8-26, 1971. Editrice Compositori, Bologna, Italy, 1973.*

Рукопись поступила в издательский отдел 15 ноября 1978 года.